This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

A propos de ce livre

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

Consignes d'utilisation

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

Nous vous demandons également de:

+ *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.

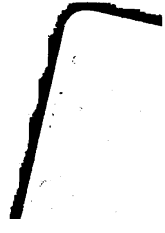
+ *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.

+ *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.

+ *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

À propos du service Google Recherche de Livres

En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse `http://books.google.com`



TRAITÉ

ÉLÉMENTAIRE

D'ASTRONOMIE PHYSIQUE.

(Ic)

TRAITÉ

ÉLÉMENTAIRE

D'ASTRONOMIE PHYSIQUE,

PAR J.ean B.aptiste BIOT,

Membre de l'Institut National de France; Professeur au Collège de France; de l'Académie de Turin, et de la Société Philomatique de Paris;

DESTINÉ

A l'enseignement dans les Lycées nationaux et les Ecoles secondaires.

Omnium rerum principia parva sunt,
Sed suis progressionibus usa augentur.
Cic. de Fin. lib. V.

PREMIER ET SECOND LIVRES.

A PARIS,

Chez BERNARD, libraire de l'École Polytechnique, et de celle des Ponts-et-Chaussées, Quai des Augustins, N°. 31.

AN XIII — 1805.

Harv. L[illegible]

PUBLIC LIBRARY

Ce Livre se trouve,

A Agen, *chez Noubel.*
A Angers, — *Fournier-Mame.*
A Amsterdam, — *Dufour.*
A Angoulême, — *Bargeas et chez Eroquisse.*
A Aix-la-Chapelle, — *Houben.*
A Arras, — la veuve *Nicolas.*
A Bâle, — *Shoel* et Comp^e.
A Bayonne, — *Cosse.*
A Beauvais, — *Desjardins.*
A Bordeaux, — *Melon et chez Bergeret.*
A Breslaw, — *Kornn.*
A Brest, — *Lefournier.*
A Caën, — *Manoury*, jeune.
A Colmar, — *Fontaine.*
A Cologne, — *Œdenkoven* et *Thiriart.*
A Bruxelles, — *chez Lecharlier.*
A Clermont-Ferrant, — *Rousset.*
A Dijon, — *Coquet.*
A Dôle, — *Joly.*
A Dunkerque, — *Fréméaux.*
A Evreux, — *Ancelle.*
A Francfort, — *Esslinger.*
A Florence, — *Molini.*
A Gand, — *Goessin-Verhaeghe.*
A Gênes, — *Gravier.*
A Genève, — *Paschoud*, et chez *Manget.*
A Grenoble, — Mm. *Giroud.*
A Hambourg, — *Perthes.*
A la Fère, — *Tronquet.*
A Lion, — *Reymann* et Ce.
A Laon, — *Merville d'Herbigni.*
A la Rochelle *chez Cappon.*
A Lille, — *Vanakere.*
A Leyde, — *Murray.*
A Leipsik, — *Besson.*
A Liége, — *Latour*
A Lisbonne, — *Paul* et *Martin.*
A la Haye, — *Vancleef.*
A Londres, — *Escher.*
A Livourne, — *Gamba.*
A Marseille, — *Sube* et *Laporte.*
A Madrid, — *Sancha* et chez *Barthélemy.*
A Metz, — Devilly.
A Manheim, — *Fontaine.*
A Montauban, — *Ballard.*
A Moscow, — *Sausset.*
A Nancy, — Mad^e. *Montoux.*
A Naples, — *Nyon,*
A Orléans, — *Berthewin.*
A Rheims, — *Lebastar.*
A Rennes, — *Blouet.*
A Rotterdam, — *Van-Alphen.*
A Riom, — *Salles*, et *chez Landriot.*
A Rouen, — *Valléé*, *frères*, et chez *Renault.*
A St-Petersbourg, — *Bouvat*, et chez *Klosterman.*
A Strasbourg, — *Levrault* et *Kœnig*; et chez *Treuttel* et *Würtz.*
A Toul, — *Caret.*
A Toulouse, — *Manavit,*
A Leipsik, = *Besson.*
A Tulle, — *Chirac.*
A Turin, — *Bocca.*
A Vienne, = *Degen.*

Avis au relieur.

Pour brocher cet ouvrage en un seul volume, il faut enlever les titres du premier et du second volume, et y substituer le titre et frontispice tirés à part, et joints à chaque exemplaire.

A

M. LAPLACE,

MEMBRE DE L'INSTITUT NATIONAL.

MON CHER ET ILLUSTRE CONFRÈRE,

En vous dédiant cet ouvrage, je cède aux motifs les plus doux et les plus justes. C'est vous qui m'avez engagé à l'entreprendre : c'est dans vos écrits que j'en ai puisé les matériaux : enfin, vos conseils m'ont soutenu dans l'exécution.

Je l'offre sur-tout à cette amitié constante que vous m'avez témoignée ; amitié indépendante du tems et des circonstances. Je l'offre à cet amour ardent des sciences, qui vous fait regarder leur étude comme le plus grand de tous les plaisirs, et leurs progrès comme le plus grand bien de l'humanité. Je l'offre enfin à ce noble zèle qui vous porte à

exciter puissamment tous ceux qui se livrent aux sciences, et qui vous fait rechercher et encourager les jeunes gens qui les cultivent.

J'ai exposé, dans ce Traité élémentaire, les phénomènes généraux qui servent de base à la théorie du système du monde. Il existe un autre ouvrage, où ces phénomènes sont développés, de la manière la plus sublime, et suivis avec détail, dans leurs conséquences les plus éloignées. J'ai fait tous mes efforts pour conduire les jeunes gens à l'intelligence de ces recherches profondes : Si je les ai secondés, ou seulement encouragés dans cette entreprise, j'aurai réussi au gré de mes espérances, et je croirai avoir rempli les intentions du Gouvernement.

C'est le besoin de rendre ma reconnaissance publique qui m'a fait désirer que votre nom parût à la tête de mon ouvrage ; c'est la volonté d'en rendre le témoignage durable, qui me fait souhaiter qu'il ait quelque succès.

BIOT,

MEMBRE DE L'INSTITUT NATIONAL.

DISCOURS

PRÉLIMINAIRE.

Lorsqu'un auteur publie un livre nouveau sur un sujet déjà traité, il doit lui être permis d'exposer les motifs qui l'ont engagé à écrire, afin que l'on juge si son travail a réellement quelque utilité.

Cela devient plus nécessaire encore si l'ouvrage est destiné à l'enseignement. L'auteur, en faisant connaître le but qu'il s'est proposé, le plan qu'il a formé, la marche qu'il a suivie, met le public en état de juger si l'ouvrage est bon ou mauvais, utile ou nuisible. Car, lorsqu'il s'agit de livres élémentaires, où la méthode est le principal mérite, on peut juger un ouvrage sur le seul enchaînement des propositions.

Je me trouve particulièrement astreint à remplir ces conditions avec franchise. L'astronomie est de toutes les sciences la plus ancienne, la plus perfectionnée, et celle sur laquelle on a le plus écrit; quoique par une contradiction assez bizarre

elle n'ait pas encore été introduite dans les premiers dégrés de l'instruction publique. Le gouvernement ayant décidé qu'on en exposerait les élémens dans les lycées nationaux, je fus chargé de composer, sur ce sujet, un ouvrage propre à être mis dans les mains des élèves. Pour ajouter à l'enseignement cette branche nouvelle et l'y fixer avec quelque certitude, voici, après bien des réflexions, le plan que j'ai cru devoir adopter.

Je prends un élève qui n'a absolument aucune connaissance d'astronomie, ni même de cosmographie. Je lui suppose, sur les mouvemens célestes, et sur la figure de la terre, tous les préjugés qui naissent du témoignage habituel de nos sens, et je le conduis, peu à peu, jusqu'à trouver de lui-même, par le raisonnement, le véritable mécanisme du système du monde; c'est-à-dire le mouvement de la terre et les lois de Kepler: tel est le but de mon ouvrage.

Mais je n'arrive pas, tout-à-coup, à ce terme; et dans la discussion de ces vérités, si opposées aux témoignages de nos sens, je me garde bien de laisser voir, dès le commencement, une opinion décidée. Je me contente d'abord de jetter quelques doutes sur ces témoignages qui paraissent irrécusables. Je fais voir que les phénomènes pourraient encore s'expliquer dans des hypothèses con-

traires à celles que nos yeux nous indiquent. Quand j'ai ainsi appris à l'élève à douter, je parviens bientôt à lui faire comprendre que ces prétendus témoignages ne sont absolument d'aucun poids : qu'il serait contraire aux règles du raisonnement d'en tirer aucune conséquence décisive. Peu-à-peu j'amène les faits qui sont plus faciles à expliquer en supposant le mouvement de la terre : tels sont la précession et la nutation. L'élève dégagé de ses préjugés, et devenu indifférent à toute explication, ne fait aucune difficulté de les représenter, de la manière la plus simple. Bientôt le mouvement des planètes fournit des inductions plus fortes ; les lois de Kepler appuyent ces inductions par des analogies frappantes. Le mouvement de la terre devient déjà un phénomène probable. Enfin, les stations et les rétrogradations apparentes des planètes, leur rotation, leur applatissement et sur-tout l'aberration de la lumière, achevant de confirmer cette vérité, elle devient tout-à-fait certaine.

Pour arriver sûrement à ce résultat, et le fixer dans l'esprit des élèves, d'une manière inébranlable, il ne suffisait pas de leur indiquer les phénomènes, ou de les rapporter succinctement, comme on aurait pû faire dans un simple discours sur l'astronomie. Il fallait les leur montrer

d'une manière réelle et pour ainsi dire palpable; en leur donnant la connaissance nette et positive des moyens par lesquels on les a reconnus. J'ai donc rapporté, tres-exactement, les méthodes d'observations qui ont servi à découvrir les phénomènes; et c'est toujours sur des observations réellement faites que j'ai établi mes résultats.

En suivant cette marche, je n'ai besoin que de calculs fort simples, qui supposent seulement les premières notions de l'arithmétique et de la géométrie. Le Système du Monde, envisagé de cette manière, devient un grand problème de physique, dont il faut chercher la solution dans les phénomènes observés. C'est pour cela que j'ai intitulé cet ouvrage, *Traité élémentaire d'Astronomie Physique.*

Je l'ai divisé en quatre livres : dans le premier je fais connaître les phénomènes généraux du système du monde, et les moyens qu'on a de les observer. C'est là qu'en suivant la marche naturelle d'induction, j'amène successivement toutes les méthodes fondamentales dont les livres suivans renferment les applications. Le second livre contient la théorie du soleil; le troisième, celle de la lune; le quatrième, celle des planètes, des comètes et des satellites.

Le texte de l'ouvrage ne contient rien au-dessus

de la portée d'un élève qui a les premières notions des mathématiques. Quand la série des raisonnemens, ou la comparaison des faits a supposé quelques calculs un peu plus difficiles, par exemple, des opérations trigonométriques, je les ai placées en note au bas des pages; et j'ai rejetté dans d'autres notes, à la fin de chaque livre, les développemens, ou les calculs qui exigeaient des connaissances mathématiques plus élévées. Je désire que l'élève lise d'abord le texte de chaque livre, et qu'il s'essaie ensuite sur les notes, selon ses forces.

J'ai eu grand soin de faire remarquer les phénomènes de physique générale, qui sont liés au mécanisme du système du monde, et à l'étude de l'astronomie. Ces phénomènes sont nombreux, variés; leur discussion exige souvent des considérations fines et délicates, et le vaste champ où ils se développent, ainsi que leur influence sur nous, leur donne encore, à ce qu'il me semble, un intérêt tout particulier. Je les ai exposés avec détail, et autant que je l'ai pu, avec exactitude. Si je me suis trompé en quelque chose, au moins je n'ai jamais cherché à cacher l'erreur ou à dissimuler les difficultés. J'ai, au contraire, cherché à indiquer ces dernières aussi nettement et précisément qu'il m'a été possible. Tromper les

jeunes gens dans l'étude des sciences, c'est la manière la plus funeste et la plus sûre de gâter à jamais leur jugement.

Il m'a semblé qu'un ouvrage exécuté sur le plan que je viens d'exposer, et contenant à-la-fois des idées justes et fécondes, pourrait, s'il était bien fait, suffire au très-grand nombre d'élèves qui n'ont besoin que de connaissances générales, et préparer utilement ceux que des dispositions particulières porteraient à aller plus loin. Voilà ce que j'ai voulu faire; je suis loin de me flatter d'avoir complettement réussi.

Cependant j'y ai mis tous mes efforts; et je ne pouvais pas moins faire étant animé du double désir d'être utile aux sciences et de remplir les intentions libérales du Gouvernement. J'ai consulté les astronomes, et j'ai trouvé dans leur amitié et dans leurs lumières, tous les secours que j'ai pu désirer. M. Delambre m'a donné d'utiles conseils; MM. Lalande, oncle et neveu, m'ont offert toutes les données numériques dont je pourrais avoir besoin; et le plus ancien de nos astronomes n'a pas dédaigné de calculer quelques-uns des nombres que j'ai rapportés dans cet ouvrage. Mais je dois plus encore à M. Burkardt, qui a bien voulu me communiquer avec une extrême complaisance, les observations les plus récentes, et m'éclairer sur

plusieurs points, où j'aurais pu m'égarer, n'ayant pas l'habitude de faire des observations astronomiques. Enfin le voyage que j'ai dû faire cette année, pour les examens de l'École Polytechnique, m'ayant empêché de revoir par moi-même, l'impression des deux derniers livres de mon ouvrage, M. Poisson, professeur à l'École Polytechnique, et, comme moi, ancien élève de cet établissement a bien voulu, par amitié, se charger de ce soin. J'aurais souhaité, peut-être, de pouvoir donner encore à cette partie un dernier coup-d'œil; mais le désir de ne pas retarder plus long-temps, dans les lycées l'enseignement de l'astronomie, m'a fait sacrifier ces petites considérations, que l'amour-propre d'auteur, et sur-tout le desir de mieux faire, m'aurait suggérées.

Je ne dois pas oublier non plus les obligations que j'ai aux bons traités d'astronomie que divers auteurs célèbres ont déja publiés, dans des vues différentes. J'ai puisé beaucoup de faits dans la grande astronomie de M. Lalande, qui doit être considérée comme le dépôt général et complet de toutes les connaissances astronomiques. J'ai fait usage, dans certains détails, des élémens d'astronomie de Lacaille; ouvrage excellent pour former un astronome observateur, et à qui il ne manque peut-être que la considération des phénomènes physi-

ques, et une marche d'invention un peu plus naturelle, pour être généralement adopté. J'ai pareillement profité du précis astronomique que M. Lacroix a placé à la tête de la géographie de M. Pinkerton; précis très-clair, très-philosophique comme tous les ouvrages du même auteur, et qui contient l'ensemble le plus complet des méthodes employées pour le tracé des cartes géographiques. Les secours que j'ai tirés de ce petit ouvrage me sont d'autant plus précieux, qu'ils me permettent d'exprimer publiquement mon respect et ma reconnaissance, pour un savant dont j'ai été l'élève, et dont j'ai le bonheur d'être à présent l'ami.

Pour expliquer exactement les phénomènes astronomiques, j'ai eu souvent besoin de rappeler des principes de physique, et même des théories qui se trouvent exposées avec détail dans l'excellent ouvrage de M. Hauy. J'avais d'abord pris le parti de renvoyer les lecteurs au texte même de son livre, mais les interruptions fréquentes qui en résultaient auraient nui à l'intelligence des faits et à la force du raisonnement. J'ai donc indiqué, autant qu'il m'a été possible, les principes que j'ai employés. J'ai rapporté les faits qui les démontrent, et j'en ai suivi les applications. Si je me suis quelquefois écarté de ce

savant auteur, ce n'a jamais été que pour donner les développemens, ou les exemples qui se trouvaient liés immédiatement aux considérations astronomiques. C'est ainsi qu'en exposant la théorie de l'aberration de la lumière, j'ai rapporté les observations de trois étoiles inégalement éloignées de l'écliptique, et dont la construction fait naître, sous les yeux des élèves, les ellipses d'aberration.

En agissant ainsi, je n'ai pas craint de déplaire au respectable auteur du Traité de Physique. J'aurais cru au contraire, si j'eusse hésité sur une chose utile, faire injure à son caractère et à la noblesse de ses sentimens. Je pouvais d'autant moins les méconnaître qu'il m'honore d'une amitié particulière, et que je dois, en grande partie, à sa conversation et à ses ouvrages, le peu de connaissances que je puis avoir en physique.

Dans le résumé que je viens de faire, on sera peut être étonné que je n'ai point parlé du grand ouvrage de M. Laplace sur l'exposition du système du monde, et la mécanique céleste. La raison en est simple; je ne devais aux autres traités que quelques détails; je dois à celui-ci le fond et la substance même de mon livre, et

j'aurai réussi au gré de mes espérances, si je puis conduire les élèves jusqu'à lui.

Il ne me reste plus qu'à recommander mon ouvrage à la critique judicieuse des professeurs : qu'ils n'y voient point un texte à suivre avec exactitude, mais un cadre commode qui renferme dans un ordre naturel et uniforme, la matière de leurs leçons. Je recevrai avec la plus sincère reconnoissance, les remarques qu'ils voudront bien me faire parvenir, et je sollicite ce témoignage d'intérêt et d'estime, du grand nombre de ceux avec lesquels je suis lié, par ma profession, par mes goûts, et par l'amitié.

TABLE

TABLE

DES

CHAPITRES.

LIVRE PREMIER.

Phénomènes généraux et moyens d'Observation.

CHAPITRE PREMIER. *Du monde en général.* Pag. 1

CHAP. II. *Du mouvement général des astres et de leurs mouvemens propres.* 7

CHAP. III. *De la rondeur de la terre.* 10

CHAP. IV. *De l'atmosphère.* 23

CHAP. V. *Des réfractions atmosphériques.* 36

CHAP. VI. *De la sphère céleste et de son immensité.* Pag. 42
CHAP. VII. *De l'équateur et du méridien.* 56
CHAP. VIII. *Du calcul des réfractions atmosphériques.* 68
CHAP. IX. *Détermination des pôles et de l'équateur céleste.* 72
CHAP. X. *Des pôles et de l'équateur terrestre.* 76
CHAP. XI. *De la mesure du tems.* 81
CHAP. XII. *Des moyens de perfectionner la vision.* 94
CHAP. XIII. *Application de la mesure du tems au tracé de la méridienne et à la mesure de la terre.* 102
CHAP. XIV. *Conséquences physiques de l'aplatissement de la terre.* 113
CHAP. XV. *Manière de fixer la position des différens points de la surface terrestre.* 119
CHAP. XVI. *Manière de fixer la position des divers points du ciel.* 129
CHAP. XVII. *De la parallaxe des astres.* 130

Notes du Livre premier.

NOTE 1. Sur la mesure des hauteurs par les observations barométriques, avec une table. Page 150
2. Sur le mouvement général du système planétaire. 156

NOTE 3. Sur le calcul des réfractions atmosphériques. Page 152
4. Sur la longueur du pendule à secondes. 160
5. Sur la figure de la terre. 161
6. Sur les variations de la pesanteur à différentes latitudes. 165
7. Sur la déviation des corps qui tombent d'une grande hauteur. 166
8. Sur le calcul des parallaxes. 167
Table des degrés de longitude sur différens parallèles. 172
Table de réduction pour les divisions du cercle du jour. 173

LIVRE DEUXIÈME.

Théorie du Soleil.

CHAPITRE PREMIER. *Des mouvemens propres des astres et des moyens de les déterminer.* Pag. 175
CHAP. II. *Application au soleil, théorie de son mouvement circulaire.* Pag. 179
CHAP. III. *Du calendrier.* 185
CHAP. IV. *Manière de déterminer l'obliquité de l'écliptique et la position des points équinoxiaux.* 196
CHAP. V. *Seconde approximation du mouvement du soleil. Théorie de son mouvement elliptique.* 207

CHAP. VI. *Manière de déterminer la position de l'ellipse solaire sur le plan de l'écliptique.* Pag. 219

CHAP. VII. *Correction des élémens elliptiques et construction des tables du soleil.* 225

CHAP. VIII. *Sur l'inégalité des jours et sur l'équation du tems.* 242

CHAP. IX. *Manière de rapporter la position des astres au plan de l'écliptique.* 250

CHAP. X. *Des taches du soleil ; de sa forme ; de sa rotation.* 252

CHAP. XI. *Sur l'inégalité des jours et des saisons dans les différens pays de la terre.* 267

CHAP. XII. *De la température de la terre.* 278

CHAP. XIII. *De l'hypothèse du mouvement annuel de la terre.* 286

CHAP. XIV. *De la précession des équinoxes considérée comme effet du mouvement de la sphère céleste.* 289

CHAP. XV. *De la précession des équinoxes, considérée comme l'effet du déplacement de l'équateur terrestre, et de la mutation de l'axe de la terre.* 294

CHAP. XVI. *Application de la précession aux recherches critiques et chronologiques.* 297

Notes du Livre deuxième.

NOTE 1. Sur l'erreur que l'on peut commettre en calculant l'époque du solstice par les tables. Page 302

2. Sur le diamètre apparent du soleil qui répond à sa distance moyenne. 304

3. Sur la distance du soleil qui répond à sa vitesse moyenne. 305

3. Sur la manière de calculer la durée des saisons. 307

5. Sur l'emploi des équations de condition pour la correction des élémens. 308

6. Sur les formules du mouvement elliptique. 311

7. Sur la comparaison des arcs correspondans de l'elliptique et de l'équateur. 312

8. Sur le calcul de l'équation du tems. 314

9. Manière de trouver les coordonnées d'une tache du soleil, par rapport à trois axes fixes et rectangulaires passant par le centre de cet astre; Détermination de l'équateur solaire. 318

10. Sur le lever héliaque des étoiles. 329

LIVRE TROISIÈME.

Théorie de la Lune.

CHAPITRE PREMIER. *Phénomènes généraux du mouvement de la lune.* Pag. 331

CHAP. II. *Première approximation des mou-*

vemens de la lune. Théorie de son mouvement circulaire. Pag. 334

CHAP. III. *Explication des phases de la lune.* 339

CHAP. IV. *Du diamètre apparent de la lune et de sa parallaxe.* 346

CHAP. V. *Seconde approximation des mouvemens de la lune. Théorie de son mouvement elliptique.* 350

CHAP. VI. *Sur l'équation séculaire du moyen mouvement de la lune.* 352

CHAP. VII. *Des équations séculaires qui affectent les élémens de l'orbe de la lune.* 356

CHAP. VIII. *Inégalités périodiques du mouvement lunaire. Moyens qu'on a employés pour les reconnaître par l'observation.* 358

CHAP. IX. *Des inégalités périodiques qui affectent la longitude de la lune.* 364

CHAP. X. *Des inégalités périodiques qui affectent la latitude de la lune.* 373

CHAP. XI. *Des inégalités périodiques qui affectent le rayon vecteur lunaire.* 375

CHAP. XII. *De la libration de la lune, et de la situation de son équateur.* 378

CHAP. XIII. *Sur la forme et la constitution physique du sphéroïde lunaire.* 385

CHAP. XIV. *Des éclipses.* 388

CHAP. XV. *De la mesure des longitudes en mer par l'observation des éclipses et par les distances de la lune aux étoiles.* Page 405

CHAP. XVI. *Sur les rapports des mouvemens de la lune avec le flux et le reflux de la mer.* 413

CHAP. XVII. *De quelques périodes astronomiques usitées dans la chronologie.* 418

Notes du Livre troisième.

NOTE 1. Sur la sphéricité de la lune, prouvée par le progrès de ses phases. Page 424

2. Sur l'augmentation du diamètre apparent de la lune à mesure qu'elle s'élève. 425

3. Sur l'évection. 426

4. Sur la variation. 428

5. Sur l'équation annuelle. 429

6. Sur l'usage des équations de condition pour déterminer les coefficiens des inégalités. 429

7. Sur la portion du disque du soleil, qui peut être vue de la lune à travers l'atmosphère de la terre, dans les éclipses. 431

LIVRE QUATRIÈME.

Théorie des Planètes, des Comètes et des Satellites.

CHAPITRE PREMIER. *Des mouvemens des planètes autour du soleil.* Pag. 433

CHAP. II. *Manière de déterminer la position des orbes planétaires.* 443

CHAP. III. *De la nature des orbes planétaires. Lois de Képler.* 448

CHAP. IV. *Manière de prévoir les retours des planètes à une même situation par rapport au soleil.* 461

CAAP. V. *De quelques particularités relatives à la constitution physique des planètes.* 472

CHAP. VI. *Des satellites des planètes.* 476

CHAP. VII. *De l'anneau de Saturne.* 486

CHAP. VIII. *Des comètes.* 500

CHAP. IX. *Des aërolithes.* 512

CHAP. X. *Preuves des mouvemens réels de la terre.* 515

CHAP. XI. *Des stations et des rétrogradations des planètes.* 530

CHAP. XII. *Des vraies dimensions des orbes planétaires.* 537

CHAP. XIII. *Des étoiles ; de leur distance ; de leurs mouvemens.* 546

CHAP. XIV. *De la pesanteur universelle.* 553

Fin de la Table des Chapitres.

ERRATA.

(Il est indispensable de corriger ces fautes avant de commencer la lecture de l'Ouvrage).

PAGE 62, ligne 24, au lieu de OP, lisez, OR.
73, 8, au lieu de EOH, lisez, E'OH.
96, 6, en montant, fig. 41, lisez, fig. 21.
98, 13, perspective, ajoutez, voy. fig. 28.
104, 9, au lieu de PO'H', lisez, P'O'H'.
131, 1, au lieu de SC, lisez, LC.
id. 29, au lieu de OSO', lisez, OLO'.
135, 15, au lieu de (8'',58 sex). lisez, (8'',56 sex),
141, 5, au lieu de thermomètre, lisez, baromètre.
155, 25, au lieu de $z - \frac{n\,r}{2} =$, lisez, $z - n\,r =$.
id. 27, $\frac{\sin.z-(z-2\,n\,r)}{\sin.z+(z-2\,n\,r)}$ lisez, $\frac{\sin.z-\sin.(z-2\,n\,r)}{\sin.z+\sin.(z-2\,n\,r)}$.
164 7, au lieu de C, lisez, C' au dénominateur.
id. 20, au lieu de $b=\frac{200\,C,}{\varpi - a,}$ lisez, $b=\frac{200\,C.}{\varpi(1-a)}$.
166, 24, mouvement, ajoutez, diurne.
167, 12, soit φ, lisez, soit.
id. 19, H'O'O+, lisez, H'O'O=.
168, 2, sin.(+h'), lisez, sin.(φ+h') au numérateur.
id. 17, au lieu de LOC=P, lisez, OLC=P.
id. id. au lieu de OLC=p, lisez, OL'C=p.
170, 8, au lieu de Waingenthurn, lisez, Wargeutin.
id. 19, au lieu de 2=103°,6296, lisez, 2φ=105°,6296.
id. 21, au lieu de 2φ—(δ+δ'), lisez, (δ+δ')—2φ.

PAGE 182, ligne dernière, au lieu de A S′, lisez, A′ S′.

183, 1, au lieu de A S″, lisez, A″ S″.

186, 16, au lieu de o, 5, lisez, o^{j}, 5.

id. 17, au lieu de 0,oe345, lisez, o^{j},oo345.

198, 21, au lieu de E, lisez, e.

210, première ligne de la note, au lieu de r′, lisez, r.

id. id. au lieu de r″, lisez, r′.

id. 6 id. au lieu de r, lisez, x.

211, 20, au lieu de $\frac{A}{p^2}(1+u)$, lisez, $\frac{A}{p^2(1+u)}$.

212, 20, au lieu de, croît, lisez, diminue.

214, 17, au lieu de, CSQ, lisez, CS′Q.

223, 22, au lieu d'apogée, lisez, périgée.

236, 5, au lieu de longitude moyenne, lisez, longitude vraie.

285, 14, au lieu de, occident, lisez, orient.

id. 15, au lieu, orient, lisez, occident.

288, 10, au lieu de T′O, lisez, T′t′.

312, 30, au lieu de 1945, lisez, fig. 76.

323, 15, au lieu de $a'=\frac{x'}{1}$ lisez, $a'=\frac{x'}{z'}$

324, 5, au lieu de $\frac{r}{z'^{12}}$ lisez, $\frac{r}{z''}$

id. 6, au lieu de $\frac{r}{z'^{112}}$ lisez, $\frac{r}{z'''}$

329, 1, au lieu de note XI, lisez, note X,

id. 3, au lieu de soit O, lisez, soit O, fig. 78.

295, 6, au lieu de T Q′, lisez, T′ Q′.

299, 3, au lieu de nomme du dragon, lisez, nommée χ du dragon.

303, 10, au lieu de $\odot$, lisez, $\odot'$

id. au lieu de $\odot = 76{,}07$, lisez, $\odot = 26{,}07$.

307, 2, au lieu de

$$r^2=\left(\frac{r+r'}{2}\right)^2-\frac{(r'^2-r'^{12})^2+2r'r''(r''-r')^2}{4r'^2r''^2}.$$

lisez,

$$r^2=\left(\frac{r''+r'}{2}\right)^2-\frac{(r''^2-r'^2)^2+2r'r''(r''-r')^2}{4(r'^2+r''^2)}.$$

PAGE 307, ligne 3, au lieu de $\frac{r+r'}{2}$ lisez, $\frac{r''+r'}{2}$

PAGE 314, ligne 6, en remontant, lisez ainsi la formule

$$\text{tang.}(y-x) = \frac{R\,\text{tang. } x\,(R - \text{cos. I})}{R\,\text{cos. I} + \text{tang.}^2 x.}$$

314, 3, en remontant, lisez ainsi la formule

$$\text{tang.}(y-x) = \frac{R\,(R - \text{cos. I}).}{\sqrt{R\,\text{cos. I.}}} \cdot \frac{\dfrac{\text{tang. x.}}{\sqrt{R\,\text{cos. I.}}}}{1 + \dfrac{\text{tang.}^2 x.}{R\,\text{cos. I.}}}$$

315, ligne 4, lisez aussi la formule

$$\text{tang.}(y - x) = \frac{R.\,R - \text{cos. I.}}{\sqrt{R\,\text{cos. I.}}} \cdot \frac{z}{1 + z^2}$$

321, 3, en remontant, K = o°9962922, lisez, K = 0,9962922.

400, 10, au lieu de les éclipses, lisez, ces éclipses.

id., 5, en remontant, supprimez de lumière.

431, 2, au lieu de position, lisez, portion.

441, ligne dernière, au lieu de l'ouvrage, lisez, les ouvrages.

467, 13, au lieu de géométrique, lisez, géocentrique.

477, 7 en remontant, supprimez et

id. 4 et 5, en remont., au lieu de que les satellites, lisez, qu'ils

521. 18, au lieu de lancé, lisez, est lancé.

525, 7, déclinations, lisez, déclinaisons.

548, ligne dernière, au lieu de progymorasmata, lisez, progymnasmata.

556, 2, au lieu de établirons, lisez, établissent.

Nota. Quand j'ai cité *le Traité de Physique* et *le Traité de Mécanique*, j'ai toujours voulu parler du Traité de Physique, par M. Haüy, 2 vol. 8.°, première édition, et du Traité de Mécanique, par M. Francœur, 1 vol. in 8.°, deuxième édition. Ces ouvrages sont ceux qui sont désignés pour l'enseignement dans les Lycées nationaux.

Suite de l'Errata.

Page	477, ligne	4, en remontant, *que les satellites*, lisez, qu'ils.
	351,	9, en remontant, il deviendra nécessaire, lisez, il deviendra peut-être nécessaire.
	358,	13, en remontant, inégularités, lisez, inégalités.
	371,	15, étrange, lisez, étranger.
	380,	9 et 10, et la théorie approuvé qu'elle est rigoureuse, lisez, et elle est conforme aux observations.
	388,	5, n'excite, lisez, n'excitent.
	389,	15, et du soleil, lisez, et celle du soleil.
	383,	5, 27′,321582, lisez, 27′,321661.
	id.	6, tropique, lisez, sydérale.
	390,	14, l'extensité, lisez, l'intensité.
	id.	7, en remontant, effacez le mot toujours.
	392,	10, aussi, lisez, ainsi.
	394,	8, en remontant, exercent, lisez, éprouvent.
	396,	13, aussi, lisez, ainsi.
	id.	dernière, la déclinaison, lisez, l'inclinaison.
	399,	7, en remontant, prolongé, lisez, plongé.
	400,	18, profonde, lisez, intense.
	403,	5, ces, lisez, ses.
	id.	16, apparaître, lisez, reparaître.
	413,	9, suivis, lisez, suivies.
	414,	13, conjonctions, lisez, positions.
	434,	9, néanmoins, lisez, enfin.
	id.	14, laisant, lisez, faisant.
	435,	13, du soleil. En se dégageant de ses rayons, elle, lisez, du soleil, et se dégageant de ses rayons. Elle.
	id.	17, cents, lisez, mille.
	436,	19, aussi est-elle, lisez, aussi elle est.
	439,	10, en remontant, aussi, lisez, ainsi.
	441,	11, en remontant, en, lisez, et.
	450,	6, plus, lisez, pas.

Page 483, ligne 11, en remontant, attribuer ces variations, lisez, les attribuer.

496, 7, en remontant, que l'anneau, lisez, qu'il.
498, 4, se suivre, lisez, s'unir.
501, 2, en remontant, s'effacent, lisez, s'effaçant.
507, 9, en remontant, d'un astre, lisez, d'Uranus.
512, 8, en remontant, parce que, lisez, presque.
516, 5, effacez le mot vous.
519, 6, en remontant, pplaire, lisez, planétaire.
418, 8, en remontant, sont, lisez, font.
420, 2, le, lisez, les.
id. 14, en remontant, introduit, lisez, introduite.
450, dernière, lunaire, lisez, solaire.
441, dernière, l'ouvrage, lisez, les ouvrages.
461, 6, position, ajouter apparente.
472, 10, puissent, lisez, ppisent.
483, 7, qu'il présente, lisez, qu'ils présentent.
484, 12, en remontant, on a conclu, lisez, on conclut.
489, 14, du plan de l'anneau passant, lisez, des passages du plan de l'anneau.
497, 3 de la note, en, lisez, on.
id. 10 et 11 de la note, la, lisez, sa.
501, 1, Ils, lisez, Elles.
503, 4, remarquable, lisez, sûr.
509, 11, en remontant, calculs, lisez, élémens.
517, 7 et 8, en remontant, l'observation, lisez l'aberration.
518, 4, ne soit, lisez, est.

TRAITÉ ÉLÉMENTAIRE D'ASTRONOMIE PHYSIQUE.

LIVRE PREMIER.

PHÉNOMÈNES GÉNÉRAUX ET MOYENS D'OBSERVATION.

CHAPITRE PREMIER.

Du Monde en général.

1. LE *monde*, selon l'opinion vulgaire, est composé de deux parties principales, la *terre* et le *ciel*; telle est l'idée que l'on s'en forme au premier coup-d'œil. La terre paraît être une vaste surface à peu près plate, qui s'étend circulairement de tous côtés; lorsqu'on change de lieu sur cette surface, on perd de vue certains pays, on en découvre d'autres, et l'on se croit toujours au centre de l'étendue qu'elle présente. En continuant de marcher ainsi sur la terre, de quelque côté qu'on se dirige, on finit toujours par rencontrer l'*océan*: ce qui a fait pendant long-tems comparer la terre à une sorte de disque qui se soutiendrait de lui-même sur les eaux. Quant au ciel, il nous paraît comme une toile tendue sur nos têtes, et légère-

ment enflée vers le haut. C'est là que le *soleil*, la *lune* et les *étoiles* nous paraissent attachés.

2. Le ciel ne nous offrant point de différence entre ses diverses parties, nos yeux ne peuvent pas nous apprendre s'il est en mouvement ou en repos. Il n'en est pas de même du soleil, de la lune et des étoiles: ces *astres* prennent successivement dans le ciel des positions diverses, et leurs mouvemens sont visibles dans tous les lieux de la terre. On voit le *matin* le soleil s'élever au-dessus des montagnes éloignées, ou s'élancer avec une sorte d'effort des extrémités de l'océan. Ce phénomène se nomme le *lever* du soleil: cet astre parcourt la voûte du ciel, puis s'abaisse et disparaît, ou se *couche* le *soir* dans la partie opposée. Tous les astres suivent une marche semblable: ils se lèvent successivement les uns après les autres, dans un ordre déterminé, parcourent le ciel, et se couchent ensuite suivant le même ordre, chacun à son rang. Mais le soleil les surpasse tous par son éclat: c'est lui seul qui règle le repos et le travail des hommes; sa présence fait le *jour*, son absence la *nuit*.

3. Le côté du ciel où les astres se lèvent, se nomme l'*orient*: le côté opposé, où ils se couchent, se nomme l'*occident*. Les points de la mer ou de la terre auxquels la vue est limitée forment l'*horizon*; c'est le lieu du lever et du coucher des astres.

4. Le soleil et la lune nous paraissent plus grands que les autres astres: en cela nous n'apprécions pas leur grandeur réelle, mais la largeur apparente de leur disque, ou, selon l'expression reçue, leur *diamètre apparent*. Pour avoir une idée juste de cette sensation, il faut remarquer, que nous voyons les objets par le moyen des rayons lumineux qu'ils nous envoient. Lorsque nous regardons un astre, les rayons partis des bords opposés de son disque se croi-

sent dans notre œil sous un certain angle. L'arc qui mesure cet angle détermine la grandeur apparente de l'objet, ou son *diamètre apparent.*

5. Les étoiles n'offrent pas un disque régulier dont l'œil puisse apprécier le contour; elles ne paraissent au ciel que comme des points brillans. On en voit quelquefois qui semblent se détacher du ciel, s'élancer avec une extrême vitesse, et tomber sur la terre. D'autres fois, de gros globes de feu se montrent tout-à-coup dans l'espace; ils ont une queue enflammée et lancent des flammèches brillantes : après quelques instans d'une course très-rapide, ils détonnent avec un grand bruit.

Il est aisé de distinguer ces fausses étoiles d'avec les astres véritables. Leur apparition ne dure que quelques instans; on ne les voit au ciel, dans le lieu de leur départ, qu'au moment où elles s'élancent: lorsque leur course est finie, on ne les retrouve plus dans la partie du ciel où elles semblent s'être dirigées. Les vraies étoiles, au contraire, sont permanentes; leur mouvement est plus régulier et beaucoup moins rapide. C'est par là qu'on les distingue des phénomènes passagers que nous venons de décrire, et que l'on désigne en général par le nom de *météores ignés.*

6. Les étoiles permanentes conservent constamment entre elles, le même arrangement et le même ordre; elles se lèvent et se couchent constamment aux mêmes points du ciel, sans qu'on y trouve de variations sensibles, si ce n'est après de très-longs intervalles de tems. Huit astres seulement, outre la lune et le soleil, font exception à cette règle; à la vérité, ils se lèvent et se couchent avec les étoiles; mais en remarquant avec soin leur position, on s'aperçoit au bout de quelques jours qu'ils ont changé

de place. Ils n'accompagnent plus les mêmes étoiles; ils ne se lèvent et ne se couchent plus aux mêmes points du ciel. C'est pourquoi on les a nommés *Planètes*, c'est-à-dire *étoiles errantes*; les autres ont reçu, par opposition, le nom d'*étoiles fixes*.

7. On désigne aussi chaque planète par une dénomination particulière, et par un signe symbolique; ce sont *Mercure* ☿, *Vénus* ♀, *Mars* ♂, *Cérès* ⚳, *Pallas* ⚴, *Jupiter* ♃, *Saturne* ♄, *et Uranus* ♅. Uranus, Cérès et Pallas n'ont été découvertes que depuis peu d'années (a). Ces deux dernières planètes ne sont pas visibles à la vue simple; il faut de très-fortes lunettes pour les apercevoir; mais on parvient encore à voir Uranus sans ce secours: les cinq autres plus faciles à observer, ont été connues dès la plus haute antiquité.

8. Enfin, on découvre de tems en tems dans le ciel des astres qui d'abord paraissent fort petits, peu brillans, et se meuvent parmi les étoiles avec beaucoup de lenteur: peu à peu, leur éclat s'accroît et leur vîtesse augmente: après un certain tems elle diminue de la même manière, et on les perd tout-à-fait de vue. Ces astres sont ordinairement suivis d'une sorte de *queue* qui les accompagne pendant une partie de leur apparition. C'est ce qui les a fait nommer *comètes*, c'est-à-dire, *astres chevelus*.

9. Les planètes et les comètes ne se distinguent pas seulement des autres astres par leurs mouvemens, elles en diffèrent aussi par la teinte et l'éclat de leur lumière, qui est en général plus forte, plus brillante, et moins sujette à cet espèce de tremblement que l'on nomme *scintillation*. L'éclat des planètes varie d'une manière très-marquée et suivant des

(a) Uranus a été découvert par Herschell, le 13 mars 1781; Cérès, par Piazzi, le 1er janvier 1801; Pallas, par Olbers, le 28 mars 1802.

périodes régulières. A la vérité, quelques nouvelles étoiles qui ont paru en différens tems parmi les fixes, ont brillé d'une lumière plus vive que les planètes dans le commencement de leur apparition; mais ce grand éclat a toujours été suivi d'un prompt affaiblissement, et quelquefois d'une disparition totale.

10. Les mouvemens des planètes et des comètes deviennent sur-tout sensibles, quand on observe les points de leur lever et de leur coucher, qui changent perpétuellement. Tantôt ces astres décrivent sur l'horison un arc très-bas et de peu d'étendue, tantôt ils paraissent pendant long-tems et décrivent un arc très-élevé: les fixes, au contraire, suivent toujours la même route; les points de leur lever et de leur coucher restent sensiblement les mêmes, au moins pendant la durée de la vie d'un homme.

Ces grandes variations sont sur-tout remarquables dans le mouvement du soleil. Pour les observer en Europe, placez-vous dans une plaine, de manière que l'occident soit à votre droite et l'orient à votre gauche; alors la partie du ciel qui sera derrière vous, se nomme le *nord*, ou le *septentrion*; celle qui sera devant, se nomme le *midi*, ou le *sud:* c'est ce que l'on appelle s'*orienter*. Si vous reprenez cette position dans différens tems, vous observerez qu'en *été*, dans la saison où la chaleur est la plus grande, le soleil se lève à votre gauche, et derrière vous; il monte sur l'horison, parcourt le ciel, et le soir se couche à votre droite et encore derrière vous. Au contraire, en *hiver* lorsque la saison est la plus froide, vous pouvez, dans la même position et sans vous retourner, voir le lever et le coucher du soleil. Cet astre passe ainsi peu à peu de sa plus grande à sa plus petite élévation, après quoi il remonte dans le ciel par les mêmes degrés, et la succession de tous

ces changemens compose ce que l'on nomme une *année*. La lune éprouve les mêmes vicissitudes en un *mois* ou dans la douzième partie d'une année ; Mars en deux ans, Jupiter en douze ans, Saturne en trente ans. Nous ne parlons ici que des planètes les plus apparentes, et dont le mouvement est le plus régulier.

11. La lune éprouve de plus, dans l'étendue et l'éclat de sa lumière, des variations très-sensibles auxquelles on a donné le nom de *phases*. Elle paraît successivement sous la forme d'un *croissant*, d'un *demi-cercle*, d'un *cercle parfait* ; après quoi son disque s'échancre, et diminue peu-à-peu comme il a augmenté. Ces variations sont *périodiques*, c'est-à-dire, qu'elles se succèdent les unes aux autres toujours dans le même ordre. L'intervalle de tems après lequel les mêmes phases reviennent est d'environ un mois.

Quelquefois la lune passe devant le soleil : alors elle paraît comme une tache noire ; et nous empêche de voir cet astre, ou au moins nous prive d'une partie de sa lumière. Ce phénomène se nomme une *éclipse de soleil*.

Quelquefois aussi on voit la lune s'obscurcir tout-à-coup dans le ciel, et dans l'intervalle de quelques heures perdre et reprendre successivement sa lumière. Le bord de son disque qui disparaît le premier, est aussi le premier à reparaître, précisément comme il arriverait à un corps opaque et éclairé par un flambeau, s'il entrait dans l'ombre projettée par un autre corps. Ce phénomène que l'on nomme une *éclipse de lune* n'arrive jamais que dans le tems où la lune paraît entièrement éclairée, et opposée au soleil. Il est naturel d'en conclure, que la terre éclairée d'un côté par le soleil, projette derrière elle dans l'espace, une ombre dans laquelle la lune pénètre, lorsqu'elle s'éclipse.

CHAPITRE II.

Du mouvement général des astres, et de leurs mouvemens propres.

12. Si l'on se bornait aux notions imparfaites que la première vue des phénomènes fait naître, on serait tenté de croire que le ciel est partagé en deux portions qui paraissent sur l'horizon successivement, et dont l'une est occupée par les planètes et les comètes; la seconde, par le soleil. Mais c'est une erreur qu'il est facile d'apercevoir. Observez le matin le ciel, quelque tems avant le lever du soleil, et lorsque le jour commence à paraître. Les étoiles qui sont vers l'orient ne jettent plus qu'une faible lumière, elles sont à peine visibles. Celles qui sont à l'occident, brillent encore de tout leur éclat. Le contraire arrive le soir, après le coucher du soleil. Les étoiles situées à l'occident n'ont qu'une faible lumière, celles de l'orient sont déjà très-brillantes. Cette dégradation nous indique que, sans la trop grande vivacité de la lumière du soleil, nous verrions des étoiles au ciel pendant que cet astre est sur l'horizon, en sorte que cet éclat est la seule cause qui nous empêche de les apercevoir. Cette vérité peut être confirmée par une observation immédiate : si l'on regarde le matin la planète Vénus lorsqu'elle paraît avant le lever du soleil, et qu'elle est dans son plus grand éclat, on peut la suivre et la voir dans le ciel toute la journée; et dans tous les tems, avec une lunette astronomique, on parvient à découvrir des étoiles, même en plein jour.

13. Ceci nous explique un autre phénomène très-singulier en apparence. Si nous regardons le ciel la nuit dans des saisons différentes, par exemple en été et en hiver, nous le trouverons tout-à-fait changé. Ce ne sont plus les mêmes étoiles, elles sont arrangées et disposées différemment. Pour découvrir la cause de ces changemens, il faut les étudier dans leur naissance. Observez le soleil plusieurs jours de suite, lorsqu'il est prêt à se coucher; et quand il est sous l'horizon, examinez les étoiles qui le suivent et qui se couchent immédiatement après lui. Elles sont faciles à reconnaître par les figures qu'elles forment dans le ciel. Au bout de quelques jours vous ne les verrez plus. Les étoiles qui suivront le soleil et se coucheront aussitôt après lui, seront différentes. Ces mêmes étoiles, les jours précédens, ne se couchaient que longtems après le soleil. Cet astre semble donc s'avancer vers les étoiles, en sens contraire du mouvement général, c'est-a-dire, d'occident en orient. En effet, si vous observez le ciel le matin, quelques instans avant le lever du soleil, vous reverrez les mêmes apparences en sens contraire. Les étoiles qui se lèvent aujourd'hui en même-tems que le soleil, se leveront avant lui dans quelques jours. Elles paraîtront s'éloigner de lui dans le ciel, ou ce qui revient au même, il s'éloignera d'elles, en allant d'occident en orient. Par suite de ce mouvement propre, le soleil semble parcourir successivement les diverses parties du ciel et les abandonne successivement; c'est alors que les étoiles qui s'y trouvent, deviennent visibles pour nous.

En comparant de même les positions successives des planètes avec les étoiles qui se rencontrent sur leur route, on voit que le mouvement propre de ces astres est généralement dirigé d'occident en orient, comme celui du soleil.

Il n'en est pas de même des comètes. Ces astres traversent le ciel dans tous les sens et dans toutes les directions.

14. Ces considérations nous obligent à distinguer dans les astres deux sortes de mouvemens. Le premier sera le mouvement général en vertu duquel le soleil, la lune et tous les autres astres se lèvent d'un côté de l'horizon et se couchent du côté opposé. C'est ce que l'on nomme le *mouvement diurne* ou journalier. Dans notre pays, lorsqu'on a le visage tourné vers le midi, il est dirigé de gauche à droite.

Nous distinguerons ensuite les mouvemens particuliers et plus lents en vertu desquels les planètes changent de jour en jour le lieu de leur lever et de leur coucher, ainsi que leurs positions par rapport aux étoiles fixes. Ces *mouvemens propres* se font d'occident en orient, c'est-à-dire, dans notre pays, de droite à gauche, lorsqu'on a le visage tourné vers le midi.

Ils sont moins apparens que le mouvement général, qui est seul sensible pour le commun des hommes, parce qu'il empêche par sa rapidité qu'on ne fasse attention aux autres. Mais on reconnaît l'existence et la direction des mouvemens secondaires, tels que nous venons de les décrire, lorsqu'on fait abstraction de l'impulsion générale, et que l'on compare entre elles plusieurs observations successives, faites le matin ou le soir.

CHAPITRE III.

De la rondeur de la terre.

15. Nous venons d'exposer les phénomènes les plus apparens du système du monde et les idées que l'on s'en forme au premier coup-d'œil ; cherchons à rectifier par l'observation et le raisonnement ces notions très-imparfaites.

Essayons d'abord de reconnaître la figure et les bornes de l'océan, qui environne la terre de toutes parts, et semble ne faire qu'un tout avec elle. Sa surface n'est pas plate, comme nous le jugerions à la vue simple ; elle est très-sensiblement convexe. Lorsque les navigateurs s'éloignent du rivage, ils voient les édifices et les montagnes s'abaisser peu-à-peu, et enfin disparaître ; cet effet n'est pas dû à l'éloignement, qui fait paraître les objets plus petits, car lorsqu'on perd la terre de vue sur le pont du navire, on l'aperçoit encore du haut des mâts. Pendant ce tems le navire présente les mêmes phénomènes aux spectateurs qui sont restés sur le rivage. Ils le voient s'abaisser peu-à-peu et enfin disparaître comme s'il se plongeait dans l'océan, et précisément de la même manière que le soleil à son coucher. Ces phénomènes qui s'observent constamment, prouvent avec évidence que la surface de l'océan est convexe, et nous cache par sa rondeur les objets éloignés. Si cette surface était plate, une montagne élevée au-dessus d'elle serait toujours aperçue de toutes parts, à moins que les spectateurs ne

fussent assez éloignés pour que les dimensions de la montagne devinssent insensibles à cause de la distance ; mais cela ne pourrait arriver qu'à une distance très-considérable, et les objets ainsi perdus de vue sur le pont du navire, ne s'apercevraient pas mieux du haut des mâts.

16. L'horizon de la mer, qui semble terminer sa surface, n'est donc pas une limite réelle, mais seulement relative à la position de l'observateur. Les navigateurs que nous voyons partir du rivage, nous semblent aller au-delà de cette limite ; mais leur horizon les précède toujours et recule devant eux. C'était un projet hardi et important de reconnaître ce que devient cette barrière apparente, lorsque l'on s'avance toujours vers elle, en marchant dans le même sens. Ferdinand Magellan est le premier qui ait tenté cette entreprise. Il s'embarqua sur l'Océan, et partant d'un des ports du Portugal, se dirigea vers l'occident. Après un long trajet, il rencontra une grande terre déjà découverte précédemment par d'autres navigateurs, c'étoit le *continent d'Amérique*. N'ayant point trouvé de passage pour continuer sa route vers l'occident, il cotoya cette terre, en se dirigeant vers le sud, parvint à son extrémité, la doubla et se trouva ensuite dans une grande mer, déjà connue, que l'on nomme la *Mer du Sud*. Alors il poursuivit sa route vers l'occident, aborda aux îles Moluques, et son vaisseau, marchant toujours vers l'occident, retrouva enfin l'Europe et rentra comme s'il était venu de l'orient, dans le port d'où il était parti.

Cette grande expérience répétée depuis par plusieurs navigateurs, prouve que la surface totale des eaux et de la terre est convexe, rentrante sur elle-même, et que le ciel ne lui est adhérent nulle part ; car dans quel-

que pays qu'on se transporte, on voit toujours les astres tourner de la même manière autour de la terre, par l'effet du mouvement diurne.

D'après cela, le ciel ne s'appuie pas sur l'horizon de la mer, comme on le croirait en le regardant. Cette illusion vient de ce que nous supposons toujours les objets dans la direction des rayons visuels qui les rendent sensibles à nos yeux. Lorsque les rayons venus d'une étoile rasent la surface de la mer, il nous semble que l'étoile est aux extrémités de cette surface. Si l'on conçoit un plan qui passe par l'œil du spectateur, et qui touche l'horizon de la mer, tous les points du ciel situés dans ce plan, doivent nous paraître contigus à la surface des eaux, comme si le ciel reposait dessus.

17. Ces résultats ne font connaître la rondeur de la terre que dans un seul sens, d'occident en orient; elle est également sensible du nord au sud. Lorsqu'on part d'un lieu quelconque de la terre, et qu'on s'avance vers le sud, on voit les étoiles situées dans cette partie du ciel, s'élever de plus en plus sur l'horizon; les arcs qu'elles décrivent par l'effet du mouvement diurne sont plus étendus. Quelques-unes même que l'on n'apercevait pas dans le pays que l'on quitte, commencent à se montrer. Au contraire, les étoiles situées vers le nord s'abaissent; celles qui décrivent un arc très-bas ont disparu et sont cachées sous l'horizon, précisément comme dans les voyages maritimes, les édifices et les montagnes s'abaissent et disparaissent à mesure que l'on s'éloigne. En changeant ainsi de lieu sur la terre et marchant toujours du nord au sud, ou du sud au nord, on peut en quelque sorte changer de ciel. Ces phénomènes nous indiquent donc encore dans ce second sens la convexité de la terre.

Voilà pourquoi les points les plus élevés, comme le haut des montagnes et le sommet des tours reçoivent d'abord le matin la lumière du soleil, et sont éclairés le soir de ses derniers rayons. Par une conséquence nécessaire, lorsque cet astre se couche pour certains pays, il paraît au plus haut point de sa course pour des contrées plus avancées vers l'occident, tandis qu'il se lève pour d'autres, qui sont encore au-delà.

La rondeur de la terre se manifeste encore d'une manière très-frappante dans les éclipses de lune. Lorsque cet astre commence à entrer dans l'ombre de la terre, et qu'une partie de son disque est encore éclairée par le soleil, cette partie ne paraît pas terminée par une ligne droite, comme cela arriverait si le contour de l'ombre terrestre était rectiligne; elle a la forme d'un croissant lumineux dont la concavité est tournée vers l'ombre. La même chose arrive à la fin de l'éclipse, lorsque la lune commence à se dégager de l'ombre terrestre.

En réunissant les résultats de ces observations avec ce qu'ont appris les voyages maritimes, on peut conclure avec certitude, que *la terre et les eaux forment une masse arrondie dans tous les sens et isolée dans l'espace.*

18. Quoique cette conclusion soit très-certaine, puisqu'elle repose sur des faits bien constatés, on a peine à concevoir que la terre soit ainsi isolée et se soutienne d'elle-même au milieu de l'espace. Cela vient de ce que nous généralisons ici mal-à-propos l'idée de la *pesanteur* que nous remarquons dans les corps situés à la surface de la terre. L'expérience ne nous montre en cela qu'une tendance commune de tous les corps vers la terre. Il n'en résulte pas que la terre elle-même doive tendre vers tel ou tel point de l'espace. Ainsi lorsque l'observation nous

apprend qu'elle se soutient d'elle-même libre et isolée ; il n'y a rien dans les phénomènes de la pesanteur qui doive nous porter à en être surpris.

Bien plus, puisque la terre est arrondie, les divers peuples qui l'habitent ont la tête tournée vers différens points du ciel. Il en est donc qui nous sont absolument opposés et dont les pieds sont aussi opposés aux nôtres ; on les nomme pour cette raison *antipodes*, et chaque pays a les siens. Cette disposition paraît très-singulière, mais elle n'en est pas moins réelle. J'ai placé ici ces considérations pour montrer qu'il ne faut pas s'étonner des vérités nouvelles que l'observation et l'expérience font découvrir. La surprise qu'elles causent vient ordinairement de ce que nous regardons comme des choses générales celles auxquelles nous sommés accoutumés ; c'est-là un préjugé dont il faut se défaire, et qui se dissipe à mesure que l'on acquiert l'habitude d'observer.

19. Nous venons de découvrir et de prouver la convexité de la terre, cherchons maintenant comment on peut déterminer la forme de sa courbure.

Cette recherche paraît au premier coup-d'œil très-difficile et en quelque sorte impraticable, lorsque l'on considère les irrégularités de la surface terrestre, coupée par tant de fleuves, de ruisseaux, de montagnes et de vallées. Mais ces inégalités, qui nous paraissent énormes, sont en effet extrêmement petites et comme nulles par rapport aux dimensions totales de la terre. On verra plus bas par le calcul la preuve mathématique de cette vérité. Je me bornerai ici à présenter les considérations physiques qui la rendent sensible.

Remarquons d'abord que la figure de la terre habitable diffère peu de celle des eaux de la mer, et n'en est en

quelque sorte qu'une continuation. En effet, nous avons déjà reconnu que la surface des continens est convexe. Cela se voit par la manière progressive dont se répand la lumière du soleil; on s'en aperçoit également par les abaissemens et les élévations apparentes des étoiles lorsque l'on marche du nord au sud; or les continens sont entourés de tous côtés par la mer, qui s'y insinue par un grand nombre d'ouvertures. C'est ainsi, par exemple, que l'Amérique est separée en deux parties, qui ne tiennent l'une à l'autre que par une langue de terre fort étroite: de même l'ancien continent est séparé et comme divisé en un grand nombre de parties par plusieurs mers, telles que la Méditerranée, la mer Rouge, le Pont-Euxin, la mer Baltique, qui ne sont que des ramifications de l'océan auquel elles communiquent. Aucun point de l'intérieur des continens n'est donc très-éloigné de la mer. D'ailleurs on n'observe pas que leurs bords soient nulle part fort élevés au-dessus du niveau des eaux qui les baignent. Il est donc de toute nécessité que leur surface suive à-peu-près la convexité de l'océan.

Cela devient encore plus évident, si l'on considère le cours des fleuves dont les continens sont entrecoupés: plusieurs d'entre eux, tels que le Rhin, le Danube, le Volga, le Nil, l'Amazone, parcourent des étendues de pays très-considérables. L'Amazone seule parcourt plus de 600 myriamètres (1200 lieues), et elle reçoit plusieurs rivières qui ont 3 ou 400 myriamètres de longueur (6 ou 700 lieues). Tous ces grands fleuves se rendent à la mer: aucun d'eux n'a des bords très-élevés; ils nous indiquent donc, par la lenteur ou la rapidité de leur cours, la *pente* des pays qu'ils traversent, c'est-à-dire, la différence de leur courbure avec la courbure des mers.

Or il est facile de voir que cette pente est en général peu considérable; car tous ces fleuves sont navigables, et leur mouvement devient très-lent lorsqu'ils approchent de leur embouchure. La nature nous offre même à cet égard un moyen de nivellement très-sûr dans les effets d'un de ses plus grands phénomènes. Deux fois par jour l'océan s'élève et s'abaisse de plusieurs mètres par un mouvement d'oscillation régulier que l'on nomme *flux et reflux*; les eaux des mers ainsi élevées, se précipitent dans l'intérieur des fleuves, et remontent jusqu'à des distances considérables de leur embouchure. Dans l'Amazone, par exemple, elles s'avancent jusqu'à plus de 100 myriamètres (200 lieues). Il est donc démontré par le fait que la pente des fleuves diffère peu de la courbure de l'océan: d'où il résulte encore que la convexité des continens est à fort peu près la même que celle des mers.

On voit maintenant que la recherche de la figure de la terre n'est pas aussi impraticable qu'elle le paraît au premier coup-d'œil; les petites inégalités de la surface terrestre n'influent point sur sa forme générale. Aussi les perd-on bientôt de vue lorsqu'on s'élève en aérostat. L'horizon paraît alors terminé par un cercle parfait, et les montagnes éloignées qui s'y trouvent comprises, n'y font pas même de dentelures sensibles.

20. La terre étant arrondie dans tous les sens, l'hypothèse la plus simple que l'on puisse faire sur sa forme c'est de la supposer sphérique. Cette hypothèse peut même être regardée comme un premier pas vers la vérité, car toutes les surfaces arrondies approchent plus ou moins de la sphéricité. En raisonnant dans cette supposition, nous verrons si les conséquences qui en dérivent s'accordent avec les observations, ou si elles leur sont contraires. Alors

si

si la terre n'est pas tout-à-fait sphérique, nous pourrons nous en apercevoir, et l'étendue de nos erreurs nous indiquera en même tems les modifications que notre hypothèse nécessite.

Cette méthode indirecte qui procède par des essais et des corrections successives, est cependant très-rigoureuse. Il faut y faire beaucoup d'attention, car elle est d'un usage continuel dans les recherches astronomiques. Les phénomènes célestes sont tellement liés les uns aux autres, qu'on n'aurait jamais pu en distinguer séparément les lois, si l'on avait voulu atteindre dès les premiers essais, la plus scrupuleuse exactitude. Pour y arriver on cherche d'abord à reconnaître quelques-unes de ces lois, et seulement d'une manière approchée. On s'appuie sur ces premiers résultats pour considérer de plus près d'autres faits liés aux précédens. Lorsqu'on en a obtenu ainsi une connaissance plus précise, on revient sur les premières notions, auxquelles on donne une nouvelle exactitude, et c'est sur ce principe général des approximations successives que sont fondées toutes les déterminations, tous les calculs de l'astronomie.

21. Pour pouvoir suivre cette marche dans la recherche de la figure de la terre, il faut avoir des caractères précis par lesquels on puisse déterminer sa courbure, et vérifier les conséquences de la première hypothèse, que nous avons formée en la supposant sphérique.

La terre étant convexe, les perpendiculaires menées aux divers points de sa surface ne sont pas parallèles entre elles; elles convergent vers son intérieur, voyez figure 2. Si elles se croisaient toutes au même point, la terre serait sphérique; généralement, la manière dont elles s'inclinent les unes sur les autres, indique la forme de la courbure; car si l'on conçoit une ligne droite

flexible AB, fig. 1, à laquelle on mène plusieurs perpendiculaires $P'p'$, $P''p''$, aux points M', M', M'', tant que cette ligne restera droite, les perpendiculaires seront parallèles entre elles, mais si elle vient à se courber, comme dans la fig. 2, les perpendiculaires se rapprocheront les unes des autres vers l'intérieur de la courbe; elles s'écarteront du côté opposé, et ce changement de direction sera d'autant plus marqué que la courbure sera plus convexe. La direction de ces perpendiculaires est donc une chose très-nécessaire à déterminer relativement à la surface terrestre. Elles sont indiquées dans chaque lieu par la direction que prennent les corps graves abandonnés librement à l'action de la pesanteur; car c'est un fait d'observation que la chute des corps se fait toujours perpendiculairement à la surface des eaux tranquilles, qui indique partout la forme de la surface terrestre, abstraction faite de ses inégalités.

22. Cependant, comme ce résultat est la base de toutes les connaissances que l'on a acquises sur la figure de la terre et les mouvemens célestes, il importe de savoir qu'on peut en démontrer la vérité par un raisonnement rigoureux. L'expérience prouve que les molécules de l'eau sont pesantes comme tous les autres corps. Si nous supposons inconnue la direction de la pesanteur, il n'en est pas moins sûr que cette force pousse chacune d'elles dans une certaine direction. Ainsi, lorsqu'on voit qu'elles sont en équilibre, c'est une preuve qu'elles se sont disposées de manière à ne pouvoir plus céder à l'action de la pesanteur; en sorte que les molécules de la surface, par exemple, soient soutenues par l'incompressibilité des molécules de l'intérieur. Pour cela il est de toute nécessité que la direction de la pesanteur soit perpendiculaire à la surface su-

périeure de la masse d'eau, car si elle lui était oblique, les particules d'eau qui s'y trouvent glisseraient sur cette surface, sans que celles de l'intérieur pussent les retenir, et l'équilibre ne subsisterait pas. *La direction de la pesanteur est donc partout perpendiculaire à la surface des eaux tranquilles*, et ce résultat est tout-à-fait indépendant des hypothèses que l'on peut faire sur la figure de la terre. Seulement si elle est sphérique, toutes les directions de la pesanteur concourent à son centre, et indiquent la direction de ses rayons.

23. Pour reconnaître cette direction par expérience, on suspend un corps grave à l'extrémité inférieure d'un fil dont l'autre bout est fixe. Ce fil se dirige suivant une ligne perpendiculaire à la surface terrestre. Cet appareil se nomme un *fil-à-plomb*; la perpendiculaire ainsi déterminée se nomme une *verticale*; le point du ciel qui répond directement au-dessus d'elle, s'appelle le *zénith*; le point opposé, situé de l'autre côté de la terre, s'appelle le *nadir*. Ces mots sont arabes; ils désignent les deux points opposés du ciel que la verticale rencontrerait par son prolongement.

24. Puisque toutes les verticales convergent vers l'intérieur de la terre, leurs directions sont différentes, mais cette différence n'est pas apréciable dans des lieux peu éloignés les uns des autres, et les directions du fil-à-plomb y sont sensiblement parallèles. Cela nous paraît ainsi parce qu'elles ne font entre elles qu'un très-petit angle, la convexité de la terre ne pouvant pas être sensible sur un si petit espace.

Par une conséquence de cette convexité, à mesure que l'on s'élève au-dessus de la surface terrestre, on doit en découvrir une plus grande partie, et les rayons visuels menés aux extrémités de l'horizon, doivent s'incliner de

plus en plus sur la verticale. C'est ce que l'expérience confirme, voyez fig. 3. Or, si l'on s'élève en aérostat, ou sur une haute montagne, d'où l'on puisse découvrir la surface de la mer, et si l'on mesure l'inclinaison des rayons visuels menés aux extrémités de l'horizon, on trouve qu'elle est la même de tous les côtés. Tous les points de l'horizon paraissent donc également abaissés autour de l'observateur ; ce qui confirme la supposition faite précédemment, que la forme de la terre est sensiblement sphérique.

C'est une propriété bien connue de la sphère, que les lignes qui la touchent sont perpendiculaires à l'extrémité de ses rayons. Soit C, le centre de la terre ; CR, son rayon ; O, le sommet d'une montagne, et OH, le rayon visuel mené du point O aux extrémités de l'horizon ; la ligne OH est perpendiculaire sur le rayon CH et l'angle CHO est de 100°. Si de plus on mesure l'angle HOR que forme le rayon visuel avec la verticale, on connaîtra deux angles du triangle COH. Il sera alors facile de calculer le troisième angle C, car la somme des trois pris ensemble doit faire deux angles droits ou 200°.

En s'élevant sur les plus hautes montagnes connues, telles que le Chimboraço et le Pitchincha, qui ont plus de 6000 mètres de hauteur (3000 toises), l'angle HOR est encore presque égal à un angle droit, et la différence ne va jamais à 2°. L'angle au centre C est donc aussi au-dessous de 2°, et comme il y a 400° dans une circonférence entière, l'arc R H n'est pas la deux-centième partie du contour de la terre. La hauteur de ces montagnes, les plus élevées du globe, est donc encore bien petite par rapport aux rayons terrestres, puisqu'en s'y élevant on ne découvre qu'une étendue aussi limitée.

Ces résultats ne doivent pas être regardés comme rigoureusement exacts, mais seulement comme approchant de la vérité. En effet, ils ne sont pas exempts de quelque incertitude. L'abaissement du rayon visuel est toujours peu considérable ; une petite erreur sur sa mesure en produit une égale sur l'angle formé par les deux verticales. De plus, l'interposition de l'air, comme nous le prouverons par la suite, fait voir les objets éloignés un peu plus hauts qu'ils ne sont réellement. Mais ces causes secondaires ne peuvent que modifier les premiers résultats et non les dénaturer entièrement. On peut donc, en toute assurance, adopter ces mêmes résultats comme à peu près exacts, et comme un acheminement à des valeurs plus précises.

25. L'abaissement des objets éloignés étant différent selon les hauteurs où l'on est placé, l'étendue de l'horizon varie avec ces hauteurs ; elle se réduirait même à un point mathématique, si l'on pouvait se figurer un observateur dont l'œil fut placé à la surface même de la mer. Pour conserver l'exactitude des expressions parmi ces irrégularités, on est convenu en astronomie d'appeler *horizon* un plan mené par l'œil de l'observateur, perpendiculairement à la verticale. Ce plan est supposé indéfini et prolongé dans tous les sens. Dans la fig. 3, H′ o h′ représente l'horizon, et l'angle H′ o H inclinaison du rayon visuel au-dessous de ce plan, s'appelle la *dépression apparente.*

Lorsqu'on change de lieu sur la terre, le sommet de la verticale répond successivement à divers points du ciel, et l'on voit au zénith des étoiles différentes. Le plan de l'horizon qui est toujours perpendiculaire à la verticale, prend donc aussi dans l'espace toutes les di-

rections possibles. C'est une conséquence nécessaire de la rondeur de la terre.

Des observations précises et multipliées ont prouvé que la surface terrestre n'est pas tout-à-fait sphérique. Je ferai bientôt connaître les moyens que l'on a employés pour constater ce fait, en mesurant exactement la courbure de la terre, d'après les diverses inclinaisons de ses verticales. Mais la différence de cette courbure à celle de la sphère, est si petite, qu'elle peut être négligée dans le plus grand nombre de cas ; et c'est à cause de cette extrême petitesse qu'elle échappe aux premières observations.

CHAPITRE IV.

De l'atmosphère.

26. La terre est par tout couverte d'un fluide rare et transparent, que l'on nomme l'*air*, et dont la totalité forme autour d'elle une enveloppe que l'on appelle l'*atmosphère*. L'air est beaucoup plus léger que la plupart des autres corps, mais cependant il n'est pas dépourvu de pesanteur. Un ballon que l'on a gonflé en y soufflant beaucoup d'air, pèse plus que lorsqu'il est désenflé.

L'air est *compressible*, c'est-à-dire qu'en pressant une masse d'air, on peut lui faire occuper des espaces successivement moindres. Il est *élastique*, c'est-à-dire qu'il tend à reprendre son volume primitif, lorsqu'il a été comprimé.

On peut en donner pour exemple une vessie à demi-gonflée que l'on presse entre les mains; un ballon gonflé qui bondit sur la terre.

27. La constitution de l'atmosphère étant un résultat nécessaire de ces propriétés physiques, il est aisé de la prévoir. Puisque l'air est pesant, les couches inférieures de l'atmosphère sont plus comprimées que les supérieures dont elles supportent le poids; mais en vertu de leur élasticité, elles doivent résister à cette pression, et faire effort pour s'étendre; par conséquent, si l'on prenait un certain volume d'air à la surface de la terre, et qu'on le portât plus haut dans l'atmosphère, il devrait s'y *dilater*, c'est-à-dire y former un volume plus considérable. L'expérience en a été faite. On a pris une vessie

à demi-pleine d'air, à la surface de la terre; on l'a fermée avec soin, et on l'a portée sur le sommet d'une haute montagne (le Puy-de-Dôme); à mesure que l'on s'élevait, la vessie se gonflait par la dilatation de l'air. Au haut de la montagne, elle parut toute pleine. En descendant, elle se désenfla peu à peu; et rapportée au lieu du départ, elle se trouva flasque comme auparavant. Cette expérience a été répétée depuis, un grand nombre de fois.

28. Tout le monde sait que si l'on plonge dans un liquide un tube ouvert par les deux bouts, quand on aspire l'air par l'extrémité supérieure du tube, le liquide monte au-dessus du niveau. C'est un effet de la pression de l'air. Avant l'expérience, tous les points de la surface du liquide étaient également pressés par les colonnes d'air situées au-dessus d'eux. Quand on aspire l'air du tube, les molécules du liquide qui se trouvent dans son intérieur, sont déchargées en partie du poids qu'elles supportaient, et tous les points de la surface ne se trouvant plus pressés également, le liquide doit s'élever du côté où la pression est moindre. Cette ascension doit se continuer jusqu'à ce que le poids de la colonne du liquide élevée dans le tube, jointe à l'élasticité de l'air qui y était resté, forme une pression égale à celle de l'air extérieur; alors tous les points situés à la surface du liquide, étant pressés également, il n'y a pas de raison pour qu'ils se mettent en mouvement d'un côté ou d'un autre, et par conséquent l'équilibre doit subsister.

On voit donc que s'il était possible d'ôter tout l'air contenu dans l'intérieur du tube, le liquide s'y élèverait jusqu'à ce que son poids seul fît équilibre à la pression de l'atmosphère. Ainsi, en pesant la colonne de li-

quide, on aurait la mesure exacte de cette pression.

On parvient à ce but d'une manière fort simple. On prend un tube de verre fermé par un des bouts; on le remplit de liquide, et après avoir fermé très-exactement avec le doigt son orifice ouvert, on le renverse; on le plonge par cette extrémité dans un vase découvert et rempli de la même liqueur : alors, si le tube est assez grand, le liquide s'abaisse de lui-même dans son intérieur, jusqu'à faire équilibre à la pression de l'atmosphère.

Il est clair que plus le liquide sera pesant, plus la colonne comprise dans l'intérieur du tube sera courte. Pour éviter les longs tubes, on emploie ordinairement le mercure, qui est le plus pesant de tous les liquides connus. On voit l'appareil de cette expérience dans la figure 4. Cet appareil, par le grand nombre de ses applications, est devenu d'un très-grand usage, et on lui a donné le nom de *baromètre*, qui signifie *mesure de la pesanteur*. On peut voir dans le Traité de Physique, les précautions qu'il faut prendre pour le bien purger d'air, et mesurer exactement la hauteur de la colonne de mercure élevée au-dessus du niveau.

29. Cette hauteur ne reste pas toujours la même dans le même lieu; elle éprouve des élévations et des abaissemens qui paraissent tenir aux modifications de l'atmosphère, mais dont la cause est encore inconnue. L'étendue de ces variations n'est pas partout la même. Elles sont presque nulles sur les hautes montagnes, et dans les pays où l'état de l'air n'éprouve que de légers changemens. En général, elles ne sont jamais très-considérables. La hauteur moyenne du mercure dans le baromètre, au niveau des mers, est partout, à fort peu près, la même. Cependant on y a reconnu de légères diffé-

rences, qui tiennent peut-être à l'imperfection des instrumens. Cette hauteur au niveau de l'océan est de $0,7629^{m}$ (28 pouces $2^{l},2$) la température étant à 12°,8 du thermomètre centigrade. A Paris, au niveau de la Seine, elle est de $0,76^{m}$, (28 p. $0^{l},7$) et varie entre $0,73^{m}$ et $0,78^{m}$.

Le mercure doit s'abaisser dans le baromètre à mesure que l'on s'éleve, puisque la surface de ce liquide exposée à la pression de l'atmosphère, se trouve déchargée du poids de l'air inférieur. Pour calculer ces abaissemens, il faut connaître le poids d'un volume donné d'air au niveau des mers. Or, à la température de la glace fondante, et lorsque la hauteur du mercure dans le baromètre est de 76 centimètres, le poids de l'air est à celui du mercure dans le rapport de 1 à 10510,5 ; c'est-à-dire que 10510,5 centimètres cubes d'air, pèsent autant que 1 centimètre cube de mercure. Ainsi, dans ces circonstances, en s'élevant de 10510,5 centimètres, au-dessus du niveau de la mer, le mercure baissera de 1 centimètre. Si l'atmosphère avait dans toute sa hauteur la même densité qu'au niveau des mers, il serait aisé d'après cela de calculer son épaisseur totale ; car si un centimètre de mercure répond à $105,105^{m}$ de hauteur, soixante et seize centimètres donneront $76.105,105^{m}$, ou 7988 mètres. Mais la compressibilité de l'air rend ce résultat très-différent de la vérité, et la densité des couches inférieures de l'atmosphère doit surpasser de beaucoup celle des couches supérieures. Cela devient sensible sur les hautes montagnes, et lorsqu'on s'élève en aérostat à de grandes hauteurs. L'air devient si rare que l'on a beaucoup de peine à respirer. Aussi, pour faire baisser le mercure d'un centimètre, il ne suf-

fit plus alors de 105 mètres d'élévation; il faut une différence de hauteur bien plus considérable. On démontre par le calcul qu'en supposant la température de l'air partout la même, les hauteurs du mercure, dans le baromètre, diminuent en progression géométrique, lorsque les élévations au-dessus du niveau des mers croissent en progression arithmétique. Ce résultat est modifié par le froid qui règne dans les hautes régions de l'air, et qui augmente leur densité; car l'air se resserre par le froid, et se dilate par la chaleur. Mais en faisant à la règle générale, les modifications nécessitées par les circonstances, on est parvenu à juger de la hauteur d'un lieu au-dessus du niveau de la mer, par la seule observation du baromètre, résultat très-utile à la géographie. (a)

3o. L'air, malgré sa transparence, intercepte sensiblement la lumière, et la réfléchit comme tous les autres corps. Mais les particules qui le composent étant extrêmement petites et très-écartées les unes des autres, on ne peut les apercevoir que lorsqu'elles sont réunies en grande masse. Alors la multitude des rayons lumineux qu'elles nous envoient, produit sur nos yeux une impression sensible, et nous voyons que leur couleur est bleue. En effet, l'air donne une teinte bleuâtre aux objets entre lesquels il s'interpose. Cette teinte colore très-sensiblement les montagnes éloignées, et elle est d'autant plus forte qu'elles sont plus distantes de nous. Aussi pour peindre les objets éloignés, faut-il diminuer leur éclat, ou, suivant l'expression reçue, *les éteindre*, et affaiblir leurs couleurs propres par une teinte générale de bleu

(a) Voyez la note 2 à la fin du livre.

plus ou moins foncé. C'est encore la couleur propre de l'air, qui forme l'azur céleste, cette voûte bleue qui paraît nous environner de toutes parts, que le vulgaire appelle le ciel et à laquelle tous les astres paraissent attachés. A mesure que l'on s'élève dans l'atmosphère, cette couleur bleue diminue avec la densité de l'air qui la réfléchit, et sur le sommet des hautes montagnes, ou dans un aérostat, le ciel paraît presque noir.

(31) L'air n'est pas lumineux par lui-même, car il ne nous éclaire point pendant l'obscurité. La lumière qu'il nous envoie lui vient du soleil et des astres. Sa couleur prouve qu'il réfléchit les rayons bleus en plus grande quantité que les autres; car on sait par expérience que la lumière est composée de rayons différens, qui produisent sur nos yeux la sensation de diverses couleurs; et ce que l'on nomme la couleur d'un corps, n'est que celle des rayons qu'il nous réfléchit.

L'air est donc autour de la terre comme une sorte de voile brillant, qui multiplie et propage la lumière du soleil par une infinité de répercussions. C'est par lui que nous avons le jour lorsque le soleil ne paraît pas encore sur l'horizon. Après le lever de cet astre, il n'y a pas de lieu si retiré, pourvu que l'air puisse s'y introduire, qui n'en reçoive de la lumière, quoique les rayons du soleil n'y arrivent pas directement. Si l'atmosphère n'existait pas, chaque point de la surface terrestre ne recevrait de lumière que celle qui lui viendrait directement du Soleil. Quand on cesserait de regarder cet astre, ou les objets éclairés par ses rayons, on se trouverait aussitôt dans les ténèbres. Les rayons solaires réfléchis par la terre, iraient se perdre dans l'espace, et l'on éprouverait toujours un froid excessif. Le soleil, quoique près de l'horizon, brillerait de toute sa

lumière, et immédiatement après son coucher, nous serions plongés dans une obscurité absolue. Le matin, lorsque cet astre reparaîtrait sur l'horizon, le jour succéderait à la nuit avec la même rapidité.

On peut juger de ces conséquences, par ce que l'on éprouve déjà sur les hautes montagnes, où l'air est d'une rareté extrême. Il y règne un froid insupportable ; à peine y reçoit-on d'autre lumière que celle qui vient directement du soleil et des astres ; la clarté que l'air peut réfléchir à ces hauteurs est si faible, que lorsqu'on est placé à l'ombre, on voit les étoiles en plein jour.

32. Au contraire, par l'effet de l'atmosphère, les rayons du soleil éclairent tout le ciel, et se répandent dans tous les sens par des réflexions multipliées. Le soir, lorsque le soleil a quitté l'horizon, les régions élevées de l'atmosphère nous renvoient encore sa lumière, et par suite de ce phénomène, que l'on nomme *crépuscule du soir*, nous ne passons que peu à peu, et par une gradation insensible, du jour à l'obscurité. La même chose a lieu le matin vers l'orient, lorsque le soleil est encore sous l'horizon. Sa lumière réfléchie et répandue par l'atmosphère, forme l'*aurore*, ou le *crépuscule du matin*.

33. La durée de ces phénomènes dépend donc de la hauteur de l'atmosphère, ou pour parler plus exactement, de celle des parties de l'air dont la densité est encore assez grande pour renvoyer une lumière sensible. Aussi cette durée varie-t-elle avec l'état de l'air ; elle est en général plus grande lorsque l'atmosphère a été plus dilatée par la chaleur. C'est pour cela que le crépuscule du soir est plus long que le crépuscule du matin. L'observation de ces phénomènes a donné quelques notions sur l'épais-

seur de la couche d'air qui nous environne, et il en résulte qu'elle est très-petite, par comparaison avec les dimensions de la terre. Je ferai connaître plus loin les calculs sur lesquels ce résultat est fondé, mais nous pouvons dès à présent l'adopter; car la diminution progressive de la densité de l'air, et l'abaissement considérable qu'éprouve déjà le baromètre sur les montagnes, conduisent à la même conséquence.

34. Tout le monde peut remarquer que la partie du ciel, qui est au-dessus de nos têtes, semble plus près que celle qui avoisine l'horizon. On observe la même chose dans tous les pays: c'est une suite de la rondeur de l'atmosphère. La couche d'air qui la forme, et qui est concentrique à la terre, est coupée par notre horizon en deux parties, l'une supérieure qui est visible, l'autre inférieure qui est cachée. Ces segmens sont inégaux, parce que nous sommes placés à la surface de la terre. Celui qui est au-dessus de nos têtes, est plus étendu dans le sens de l'horizon que dans le sens de sa hauteur. Telle est la cause réelle de l'apparence qu'il nous présente. Voyez fig. 5, où O représente l'observateur, H. h. l'horizon, et H S h la portion visible de l'atmosphère.

C'est pour cela que nos yeux supportent aisément la vue du soleil à son lever et à son coucher, au lieu que son éclat nous éblouit, lorsqu'il est élevé sur l'horizon. Dans le premier cas, la lumière qu'il nous envoie traverse une plus grande épaisseur d'air, et d'un air plus dense. Une plus grande partie de cette lumière est donc interceptée, et c'est ce qui affaiblit son éclat. Il en est de même de tous les autres astres. Les vapeurs répandues dans l'air près de la surface de la terre, augmentent beaucoup cet effet; car on voit quelquefois des brouil-

lards assez épais, pour qu'on ne puisse plus distinguer un objet à quelques pas de distance. Notre position sur la surface terrestre, doit donc faire juger l'atmosphère plus allongée dans le sens de l'horizon que vers le zénith.

35. Cette cause bien réelle est fortifiée par une autre qui n'est qu'apparente. La partie de l'atmosphère qui est au-dessus de nos têtes, ne nous offre aucun objet connu d'après lequel nous puissions apprécier sa profondeur. Au contraire, dans la couche d'air qui est près de l'horizon, nous voyons des maisons, des forêts, des montagnes, et beaucoup d'autres objets sur l'existence et la grandeur desquels nous ne formons aucun doute. Leur présence nous prouve donc une succession de parties et un éloignement réel, que nous jugeons immense. L'atmosphère nous paraît s'étendre horizontalement au-delà de tous ces corps, tandis que vers le zénith, rien ne nous indique sa hauteur. Cette comparaison nous porte à la juger à la fois plus allongée et plus basse qu'elle ne l'est réellement. Nous lui supposons une courbure beaucoup plus aplatie que la véritable, telle, par exemple, que H′ S′ h′.

Ainsi un navire vu isolé, à une grande distance, semble plus près qu'il ne l'est réellement, parce que la surface de la mer étant uniforme, n'offre aucun moyen de comparaison qui puisse indiquer la succession de ses parties, et l'éloignement réel des objets. Mais si plusieurs navires paraissent à la fois sur la mer, et passent entre nous et celui que nous observons, nous commençons à prendre une idée plus juste de son éloignement; et plus les objets intermédiaires se multiplient, plus notre jugement se rapproche de la vérité. Nous n'avons pas cette ressource pour redresser l'er-

reur de nos sens, lorsque nous estimons, d'après eux, la forme de l'atmosphère. Les moyens de comparaison nous manquent dans le sens vertical; c'est ce qui nous la fait juger trop basse. Au contraire, nous en avons, ou nous en supposons trop, dans le sens de l'horizon. Leur nombre et leur grandeur nous trompent d'une autre manière, en nous faisant supposer autour de nous une étendue immense; double cause qui produit une double erreur.

36. De-là résulte encore une autre sorte d'illusion, dont il est impossible de se défendre. C'est un fait très-aisé à remarquer, que le soleil et la lune paraissent beaucoup plus grands à leur lever et à leur coucher, que lorsqu'ils sont vers le haut du ciel; de même les groupes d'étoiles qui n'occupent qu'une petite place lorsqu'ils sont vus à une médiocre hauteur, paraissent très-grands à l'horizon; mais cette augmentation n'a rien de réel: c'est une erreur de nos sens et de notre imagination.

Lorsqu'un observateur placé au point O fig. 6, à la surface de la terre, regarde la lune à l'horizon, l'angle visuel L'' O l'' est un peu plus petit que l'angle L' O l' sous lequel paraît cet astre quand il est près du zénith. Cela peut se prouver par le calcul, comme nous le verrons tout-à-l'heure, et c'est aussi ce que l'on trouve quand on mesure ces angles avec des instrumens. Ainsi en jugeant d'après ces seules données, la lune devrait paraître au moins aussi grande et même un peu plus grande au zénith qu'à l'horizon; cependant c'est le contraire qui arrive. Cela vient de ce qu'en général, nous n'estimons pas la grandeur réelle d'un objet par la seule considération de l'angle visuel sous lequel nous l'apercevons; il nous faut encore un autre élément, qui est la distance de l'objet, et nous estimons

cette

cette distance par comparaison avec d'autres corps. Or il n'y en a aucun entre nous et la lune, lorsqu'elle est prés du zénith, ou du moins il n'y a que l'atmosphère, qui est peu profonde dans ce sens, et dont la matière est à peine visible. Trompés par cette absence de corps intermédiaires, nous en concluons que la lune est fort près de nous. Au contraire, à l'horizon, nous la supposons fort éloignée, parce qu'alors les vallées et les montagnes qui nous en séparent, s'étendent au loin devant nos yeux. De-là vient qu'en voyant toujours cet astre sous le même angle, nous le supposons alternativement très-petit et très-grand. En cela nous jugeons selon la méthode habituelle, que nous avons pratiquée tant de fois qu'elle nous est devenue naturelle et involontaire ; mais elle n'est pas applicable, dans cette circonstance, parce qu'elle suppose que l'on connaît la distance, qui se trouve ici mal appréciée.

Ce que nous venons de dire explique également pourquoi le soleil et les grouppes d'étoiles paraissent beaucoup plus grands, à l'horizon, que lorsqu'ils sont plus élevés. Le *soleil,* disent les poètes, *se lève comme un géant.*

Ces illusions cessent dès que l'on n'apperçoit plus d'objets étrangers. Pour cela il suffit de regarder la lune à travers un tube qui ne laisse voir qu'elle seule, ou à travers un petit trou percé dans une carte ; elle ne paraîtra pas plus grande à l'horizon que près du zénith. Il en sera de même, si on la regarde à travers un verre enfumé, parce que l'obscurité de la teinte ne laisse voir que l'objet lumineux, et nous cache tout le reste. Il faut seulement placer l'œil assez près du verre pour n'apercevoir aucun des corps environnans.

37. J'ai exposé ces phénomènes avec quelque dé-

tail, pour montrer qu'il ne faut pas trop nous fier aux témoignages de nos sens, lorsque les circonstances ne permettent pas de vérifier ces témoignages les uns par les autres. Ce sont des instrumens que nous avons reçu de la nature pour juger de ce qui est hors de nous; chacun d'eux a son genre d'indication et de preuve, mais aucun ne suffit à lui seul pour établir notre jugement d'une manière solide, de même qu'un seul doigt ne suffirait pas, pour toucher, saisir, et comparer les objets. Nous devons donc, lorsque leur concours nous manque, rester dans une défiance extrême, et apprécier soigneusement chacune des conclusions auxquelles nous pouvons parvenir. Les mouvemens des astres, que nous ne pouvons suivre qu'avec le sens de la vue, offrent des exemples multipliés de ces illusions. Par cette raison, leur étude est plus capable que toute autre de donner à l'esprit cette sage réserve qui convient dans les sciences physiques.

38. Revenons aux phénomènes que l'atmosphère nous présente.

C'est dans son sein que se forment les vents, les nuages, la pluie, les brouillards, la neige, la grêle et les autres *météores*. Les *vents* sont produits par l'air, qui se déplace avec plus ou moins de rapidité. Les *nuages* sont des amas de vapeurs humides, prêtes à se résoudre en eau. Leur élévation au-dessus de la surface de la terre, est peu considérable, et beaucoup de montagnes les surpassent en hauteur. En se plaçant sur ces montagnes, ou en s'élevant dans un aérostat, on se trouve quelquefois plongé dans ces nuages: c'est ainsi qu'on a reconnu qu'ils sont formés de vapeurs. Ils déposent aussi, fréquemment, de la neige et des frimats.

Ces amas de vapeurs étant éclairés par le soleil, nous réfléchissent sa lumière. Cet astre les éclaire encore, lorsqu'il est déjà, pour nous, sous l'horizon. Le matin, ils reçoivent ses rayons avant que nous puissions l'apercevoir : alors nous ne sommes éclairés que par la faible lumière bleue que nous réfléchit l'atmosphère. Voilà pourquoi les nuages, jugés par comparaison, nous paraissent rouges et brillans.

CHAPITRE V.

Des réfractions atmosphériques.

39. Les rayons lumineux qui traversent l'atmosphère, et qui ne sont pas absorbés ou réfléchis par elle, ne poursuivent pas leur route en ligne droite; ils sont continuellement courbés vers la terre. Pour comprendre la raison de ce fait, il faut savoir que les rayons de la lumière changent de direction, lorsqu'ils passent obliquement d'un milieu dans un autre, dont la densité est différente (a); par exemple, lorsqu'ils passent de l'air dans l'eau ou du verre dans l'air. Cet effet, que l'on nomme *réfraction*, est sensible dans une infinité d'expériences. C'est ainsi, par exemple, qu'un bâton paraît brisé, quand on le plonge obliquement dans l'eau, et que tous les objets semblent changer de place lorsqu'on les regarde à travers un prisme de verre. En observant avec soin ces phénomènes, on est parvenu à en reconnaître la loi. Si un rayon lumineux traverse successivement deux milieux de densité différente, et qu'au point où il passe de l'un dans l'autre, on élève une perpendiculaire à leur surface commune, le rayon, en passant dans le milieu le plus dense, s'approchera de la perpendiculaire.

(a) La *densité* d'un corps dépend de la quantité de molécules matérielles qu'il contient sous un volume donné, par exemple, dans chaque centimètre cube. Généralement, *c'est le rapport de la masse du corps à son volume.* Voyez le Traité de physique.

4o. L'atmosphère étant composée d'une infinité de couches dont la densité augmente en approchant de la terre, les rayons lumineux qui la traversent sont dans le même cas que s'ils passaient successivement par une infinité de milieux différens ; ils doivent donc s'infléchir vers la terre à mesure que la densité augmente.

Ce phénomène est indiqué dans la figure 7, où le polygone R R′ R″ R‴ représente les directions successives que prend un même rayon lumineux par l'effet des réfractions qu'il éprouve en traversant les différentes couches d'air A A′ A″ A‴.

Mais, comme la densité de l'air à différentes hauteurs ne change pas brusquement, mais par des degrés insensibles, le rayon lumineux ne décrit pas réellement un polygone en traversant l'atmosphère ; sa route est une ligne courbe concave vers la surface terrestre, comme le représente la figure 8, ou, ce qui revient au même, c'est un polygone dont le nombre des côtés est infiniment multiplié.

Lorsque le rayon lumineux arrive en O, à la surface de la terre, un observateur placé dans ce point le reçoit suivant la dernière direction r O ; et comme nous supposons toujours les objets sur le prolongement des rayons lumineux qu'ils nous envoient, l'observateur jugera que l'objet R est en r. S'il mesure l'angle formé par le rayon visuel avec l'horizon O H, il le trouvera égal à r O H, tandis qu'il est réellement égal à R O H. La différence r O R. de ces deux angles se nomme la *réfraction astronomique.*

L'effet de la réfraction astronomique est donc de faire croire que les objets sont plus élevés au-dessus de l'horizon qu'ils ne le sont réellement.

Il se produit un effet analogue entre deux points éloignés de la surface terrestre : quand on observe, par exemple, la hauteur d'une montagne ; Voyez fig. 10. On a nommé ce phénomène *réfraction terrestre*. Mais cette dénomination me paraît impropre, aussi bien que celle de *réfraction astronomique* ; car ces effets ne sont produits ni par la terre, ni par les astres ; ils résultent uniquement de la puissance réfractive de l'air. Il me semble donc qu'on devrait les comprendre sous la dénomination générale de *réfraction atmosphérique* ; et j'en userai ainsi dans le cours de cet ouvrage.

41. Par l'effet de la réfraction, les astres doivent devenir visibles avant d'être au-dessus de l'horizon. A leur coucher, nous devons les voir encore lorsqu'ils sont déjà au-dessous. Voyez la fig. 9, où O R est le rayon lumineux, et O H l'horizon.

Par la même raison, on peut voir la lune éclipsée dans l'ombre de la terre, quoique le soleil et elle, paraissent tous deux sur l'horizon, l'un à l'occident, l'autre à l'orient. Il suffit que ces deux astres soient diamétralement opposés l'un à l'autre, et que l'un d'eux, le soleil, par exemple, se trouve très-peu élevé au-dessus de l'horizon. Alors la lune, qui lui est opposée, se trouve très-peu abaissée au-dessous de ce plan, et la réfraction, en l'élevant, parvient à la faire paraître au-dessus. Ce phénomène a été observé à Paris le 19 juillet 1750.

42. L'expérience a fait voir que les rayons lumineux n'éprouvent aucune réfraction lorsque leur direction est perpendiculaire aux surfaces des milieux qu'ils traversent. Ainsi le lieu apparent d'un objet ne change pas lorsqu'on le regarde perpendiculairement à travers un verre dont les deux faces opposées sont parallèles. Il n'en est pas de même

lorsqu'on le regarde obliquement, sur tout si le verre a quelque épaisseur. La réfraction augmente donc à mesure que les rayons deviennent plus obliques ; elle est nulle pour les rayons perpendiculaires. Par suite de cette loi, la réfraction atmosphérique est très-forte pour les astres situés près de l'horizon ; elle diminue pour un même astre à mesure qu'il s'élève ; enfin, elle devient nulle, si cet astre passe au-dessus de la tête de l'observateur ; parce qu'alors les rayons lumineux qui arrivent à son œil, traversent perpendiculairement toutes les couches de l'atmosphère, et n'éprouvent aucune déviation.

Par une conséquence de ces lois, le soleil, à l'horizon, paraît ovale, et aplati dans le sens de sa hauteur. Tous les points de son disque sont alors élevés par l'effet de la réfraction, mais ils le sont inégalement : les points inférieurs le sont plus que les supérieurs, parce qu'ils sont plus près de l'horizon où la réfraction est plus forte. Le disque du soleil doit donc sembler aplati dans le sens de sa hauteur. Sur les montagnes et sur les hautes tours situées sur le bord de la mer, cet applatissement paraît très-considérable ; il va quelquefois jusqu'à $\frac{1}{7}$ du diamètre apparent du soleil. Le disque de la lune présente les mêmes phénomènes.

43. La densité de l'air varie par l'effet de la chaleur ; par la présence de l'eau et des vapeurs qui y sont suspendues ; les réfractions atmosphériques doivent donc varier par les mêmes causes : aussi y remarque-t-on de très-grandes irrégularités : par exemple, on voit, des côtes de Gênes, les montagnes de Corse, à certains instans du jour ; dans d'autres elles paraissent plongées dans les mers. En général, les réfractions sont plus fortes en hiver qu'en été, la nuit que le jour.

La dépression des objets que l'on observe d'un lieu élevé, varie aussi dans les mêmes circonstances. Observés du haut d'une montagne, avant le lever du soleil, le sommet d'un édifice situé dans une vallée ; ce sommet paraîtra beaucoup plus bas lorsque le soleil sera levé, parce que la présence de cet astre aura raréfié l'air de la vallée, et diminué la réfraction.

Nous verrons bientôt comment on détermine par le calcul, les lois exactes de ces phénomènes. Mon objet, pour le moment, a été d'exposer les faits dans toute leur simplicité.

Il faut rapporter à des causes semblables un autre phénomène très-curieux, qui est connu des marins sous le nom de *mirage*, et que l'armée française a eu plusieurs fois l'occasion d'observer dans l'expédition d'Egypte. Le terrain de la Basse-Egypte est une vaste plaine parfaitement horizontale. Son uniformité n'est interrompue que par quelques éminences sur lesquelles sont situés les villages, qui, par ce moyen, se trouvent à l'abri de l'inondation du Nil. Le soir et le matin, l'aspect du pays est tel que le comporte la disposition réelle des objets et leur éloignement ; mais lorsque la surface du sol s'est échauffée par la présence du soleil, le terrain semble terminé à une certaine distance par une inondation générale. Les villages qui se trouvent au-delà, paraissent comme des îles situées au milieu d'un grand lac. Sous chaque village, on voit son image renversée, comme elle paraîtrait effectivement dans l'eau. A mesure que l'on approche, les limites de cette inondation apparente s'éloignent, le lac imaginaire qui semblait entourer le village, se retire ; enfin, il disparaît entièrement, et l'illusion se reproduit pour un autre village plus éloigné. Ainsi, comme le remarque Monge, de qui j'emprunte cette description, tout concourt à compléter une illusion

qui est quelquefois cruelle, sur-tout dans le désert, parce qu'elle présente vainement l'image de l'eau, dans le tems même où l'on en aurait le plus grand besoin. Monge a expliqué ce phénomène d'après les lois de l'optique, dans le premier volume de la Décade Egyptienne.

Des causes analogues à celles qui produisent les réfractions atmosphériques, occasionnent la scintillation des étoiles fixes, etles ondulations de la lumière. L'atmosphère étant toujours plus ou moins agitée, les diverses molécules qui la composent éprouvent des condensations et des dilatations momentanées qui font sans cesse varier la direction des rayons lumineux, par la diversité des réfractions qu'elles occasionnent. Ces effets sont presque toujours sensibles dans le pays que nous habitons, parce que l'air y est rarement serein. Ils le sont moins dans les pays où le ciel est plus pur. Par cette raison, les planetes, et sur-tout les étoiles fixes, dont la lumière est très-faible et le diamètre apparent fort petit, nous paraissent agitées par une sorte de tremblement. Lorsque l'on observe une étoile avec une lunette, dans laquelle on a placé un fil très-fin, si l'on dirige ce fil sur l'étoile, elle oscille de manière à paraître successivement des deux côtés du fil. Ces agitations se succèdent avec tant de vivacité, que l'on serait tenté de croire que le diamètre apparent de l'étoile excède réellement l'épaisseur du fil. Mais ces mouvemens que nos yeux attribuent aux étoiles, se font réellement dans notre atmosphère. Ils sont quelquefois assez sensibles pour qu'il soit impossible d'observer. On peut encore voir des agitations très-marquées produites par la même cause, dans les ombres des tours, et dans l'image du soleil, projetée sur le sol par une ouverture faite à la voûte d'un édifice élevé.

CHAPITRE VI.

De la sphère céleste et de son immensité.

44. Elevons-nous maintenant au-dessus de la surface de la terre, et voyons ce que nous devons penser de la figure du ciel. Nous n'entendons plus par-là cette voûte bleue qui nous environne, et que nous savons n'être que l'atmosphère. Le *ciel*, qui s'étend bien au-delà de cette petite couche d'air, est l'espace indéfini dans lequel les astres sont placés. Or, dans quelque pays que se transportent les voyageurs, ils voyent toujours des étoiles au-dessus de leurs têtes ; on peut même, sans changer de lieu, découvrir successivement toute la série des étoiles dans l'espace de quelques mois, car elles disparaissent périodiquement, et reviennent tour à tour. Le système général des astres est donc rentrant sur lui-même comme un cercle, et semble environner la terre circulairement.

Mais cette forme circulaire est-elle bien réelle ? Non sans doute, et ces différens corps ne sont pas à la même distance de la terre. Les planètes, par exemple, sont plus près que les étoiles fixes, car elles passent quelquefois devant elles et les cachent à notre vue, au lieu qu'elles ne sont jamais cachées par les fixes. La lune, à son tour, nous cache quelquefois les planètes et le soleil ; elle est donc plus rapprochée que ces astres. Les étoiles elles-mêmes sont sans doute placées à des distances différentes les

unes des autres, mais ces différences qui se prouvent à l'esprit par le raisonnement, ne sont pas sensibles à nos sens. Nos yeux nous indiquent, à la vérité, la direction des rayons lumineux qu'les astres nous envoient, mais nous n'avons, dans les espaces célestes, aucun point de comparaison connu, qui puisse nous servir à estimer leur distance ; c'est pourquoi nous les supposons tous également éloignés.

45. Chaque observateur placé sur la terre se croit donc au centre d'une sphère infinie sur laquelle il projete (a) tous les astres, chacun dans la direction de ses rayons lumineux. C'est ce que l'on nomme la *sphère céleste*. Les rayons venus des différens astres se croisent dans nos yeux ; en formant des angles qui indiquent leurs positions respectives, et comme ces angles ont leur centre dans l'œil de l'observateur, il peut les mesurer avec des instrumens faits en forme d'arc de cercle, et divisés en degrés, minutes et secondes ; ou bien encore il peut prendre pour leur mesure les arcs correspondans de la sphère céleste. L'angle, ainsi formé par les rayons visuels menés à deux

(a) Comme le mot *projeter*, pris dans le sens que j'y attache ici, reviendra souvent dans le cours de cet ouvrage, je crois devoir fixer sa signification précise. L'observateur voit les astres sur la direction des rayons lumineux qu'ils lui envoient. C'est à celà que se réduit la sensation qu'il éprouve. Il resterait dans un doute complet sur la distance, s'il se bornait à cette indication. Mais habitués par l'expérience à trouver les objets, sur le prolongement des rayons visuels, aux points où ces rayons sont arrêtés par les surfaces des corps, nous supposons involontairement une surface sphérique qui arrête nos regards, et nous y fixons tous les astres sur le prolongement de leurs rayons visuels. Fixer ainsi un objet par la pensée sur la trace de ses rayons visuels, c'est ce que j'appelle *projeter*.

astres, se nomme leur *distance angulaire* ou l'*angle de distance.*

Il ne faut pas se représenter la sphère céleste comme quelque chose de matériel, existant réellement dans l'espace, ce n'est qu'une conception géométrique, imaginée pour aider l'esprit et fixer le raisonnement.

46. Chaque observateur étant placé au centre de sa sphère, il y a autant de ces centres et de ces sphères qu'il y a de points sur la surface terrestre. Ainsi les situations relatives des astres doivent paraître différentes aux différens observateurs, à raison des divers points de vue sous lesquels ils les envisagent. Cela se remarque en effet pour quelques astres, par exemple, pour le soleil, la lune et les planètes, quoique la différence soit encore extrêmement petite, comme nous le verrons par la suite; mais quant aux fixes, telle est la petitesse de la terre par rapport à leur éloignement, que tous les centres d'observations situés à sa surface, peuvent être considérés comme n'en faisant qu'un seul; *de sorte que la terre entiere, comparativement à cette distance, peut être regardée comme un point autour duquel le ciel paraît tourner.*

Ce résultat ne peut être prouvé avec la dernière rigueur que lorsqu'on a porté au plus haut degré l'ensemble des connaissances astronomiques. Car, alors, on a formé des méthodes d'une exactitude prodigieuse; et comme elles sont encore insuffisantes pour saisir les petites différences d'aspect que les étoiles présentent aux observateurs dispersés sur la terre, on est forcé d'en conclure qu'en effet ces différences sont extrêmement petites et au-dessous de toute évaluation. Cependant il est nécessaire de reconnaître dès à présent ce fait, au moins d'une manière approchée; car c'est aux étoiles, comme à autant de points

fixes, que l'on rapporte la position des autres astres, et leur éloignement facilite beaucoup cette recherche, puisqu'il permet de considérer toutes les observations faites sur la terre comme si elles étaient faites du même point et par un seul observateur. Il faut donc, avant tout, acquérir quelques notions sur une vérité aussi importante.

47. Examinons d'abord notre position dans l'espace. Tous les astres semblent tourner circulairement autour de la terre, par l'effet du mouvement diurne. Si la terre n'est pas exactement au centre de cette rotation, les distances angulaires des étoiles doivent paraître plus grandes dans certains pays que dans d'autres, suivant que les observateurs sont tournés vers la partie la plus voisine du ciel, ou vers la plus éloignée. Voyez fig. 11. Or, dans quelque lieu qu'on se transporte sur la terre, ces distances sont toujours les mêmes lorsque les astres se trouvent à la même hauteur; et en général elles n'éprouvent de changemens que ceux qui sont causés par les réfractions. Il paraît donc, par-là, que le centre de la terre est aussi le centre de la rotation diurne, ou du moins qu'il peut être considéré comme tel.

48. Cherchons maintenant à établir quelque comparaison entre les dimensions de la terre et l'éloignement des astres; et ne considérons pas d'abord les étoiles, mais le soleil, que nous savons être plus près de nous.

Si l'on mesure avec un instrument le diamètre horizontal du soleil à son lever, et qu'on le mesure ensuite lorsqu'il est au plus haut point de l'arc qu'il décrit, on n'y trouve aucune différence appréciable, et l'on a, comme nous le verrons bientôt, des moyens très-précis pour faire ces observations. Cependant, le soleil paraissant tourner autour du centre de la terre, par l'effet

du mouvement diurne, l'observateur qui le voit au zénith, le voit plus près que lorsqu'il était à l'horizon ; car la flèche OZ, fig. 12, est nécessairement moindre que la demi-corde OH. La différence est presqu'égale au rayon OC de la terre ; car si par le centre C de la terre et de la sphère céleste, on mène un diamètre ACB parallèle à HOh, le petit arc AH sera presque une ligne droite parallèle et égale à OC ; par conséquent la distance OH sera presque égale au rayon CA ou au rayon CZ, et la différence entre OH et OZ sera presque égale à OC (a). Le disque du soleil étant vu de plus près, devrait donc paraître plus grand au zénith qu'à l'horizon (b) Si cet accroissement

---

(a) Nommons r le demi-diamètre OC de la terre, R le rayon CH, où CZ mené de son centre à celui du soleil. La ligne OH, coté du triangle rectangle COH aura pour longueur $\sqrt{R^2 - r^2}$; la flèche OZ aura pour longueur R—r ; et la différence de ces deux lignes, ou l'excès de OH sur OZ sera exprimée par

$$\sqrt{R^2 - r^2} - (R - r).$$

si l'on suppose, comme cela a lieu dans la nature, que r soit une très-petite fraction par rapport à R, on pourra se contenter d'extraire par approximation la racine carrée indiquée, en se servant pour cela de la formule du binome de Newton. Et en se bornant aux premières puissances de r, on aura pour cette racine $R - \frac{r^2}{2R}$. L'expression ci-dessus, qui représente la différence des lignes OH et OZ, sera donc exprimée par $r - \frac{r^2}{2R}$. C'est-à-dire qu'elle est presque égale à r, car le terme $-\frac{r^2}{2R}$ est très-petit, puisqu'il a à son dénominateur la quantité 2R.

(b) Soit AB fig. 21 un objet vu du point O sous l'angle BOA à la distance AO. Le triangle BOA, rectangle en A, donnera suivant les principes de la trigonométrie,

$$\text{Tang. BOA} = \frac{AB}{AO}.$$

Ainsi la grandeur de l'objet AB restant la même, la tangente de

échappe aux observations, c'est une preuve que le diamètre de la terre est extrêmement petit par rapport à l'éloignement de cet astre.

Il n'en est pas ainsi de la lune. Son diamètre transversal, mesuré avec des instrumens précis, est réellement plus grand au zénith qu'à l'horizon ; l'augmentation s'élève environ à un soixantième. La différence de son éloignement, dans ces deux positions, produit donc un effet sensible sur sa distance totale. La lune est donc beaucoup plus près de la terre que le soleil. J'ai choisi pour exemple le diamètre transversal, afin qu'il fut moins altéré par la réfraction. La même chose s'observe sur tous les diamètres, abstraction faite de cette cause d'erreur.

On ne peut pas procéder de même par rapport aux étoiles, parce qu'elles ne présentent pas un diamètre sensible, mais on peut faire la même observation sur l'angle de distance de deux étoiles quelconques. Cet angle reste exactement le même dans quelque lieu, et à quelque instant qu'il soit observé. Les seuls changemens que l'on y remarque sont produits par les réfractions ; ils disparaissent

---

l'angle visuel BOA est réciproque à la distance. *Par conséquent l'angle visuel diminue quand l'objet s'éloigne, et augmente quand il s'approche.*

Si l'objet est petit ou fort éloigné, en sorte que l'angle visuel BOA soit aussi un très-petit angle, tang. BOA sera aussi une quantité très-petite, et on pourra sans erreur sensible la supposer proportionnelle à l'angle BOA, d'où résulte ce théorème d'optique.

Les angles visuels sous lesquels on aperçoit un même objet très-éloigné, sont réciproques à sa distance ;

Ou, ce qui revient au même, *les distances d'un même objet vus sous de petits angles, sont réciproques à ses diamètres apparens.*

lorsqu'on en a corrigé les effets. Cependant, quand deux étoiles sont au sommet de l'arc qu'elles décrivent, elles sont réellement plus près de nous, et si elles passent près du zénith, la différence est presque égale au demi-diamètre de la terre. Par conséquent, leur distance angulaire est vue réellement plus grande. Puisque cet accroissement est inappréciable, c'est une preuve que le demi-diamètre de la terre est trop petit pour pouvoir être comparé à un si grand éloignement.

49. Quoique ces observations semblent nous montrer la limite de nos efforts, on peut cependant aller plus loin, et s'assurer qu'il y a un immense intervalle entre le soleil et les fixes.

Cela se voit d'abord par le moyen des lunettes astronomiques. Ces instrumens sont construits de maniere à aggrandir beaucoup l'angle visuel sous lequel on apperçoit les objets éloignés, ensorte qu'ils paraissent 100 fois et même 1000 fois plus grands qu'ils ne paraissaient à la vue simple. Cet effet est très-sensible pour la lune et même pour le soleil, mais il est nul pour les étoiles : ainsi observées, elles ne sont encore que des points lumineux. Cependant leur image se trouve réellement agrandie par la force amplificative de la lunette ; elle est la même que si on voyait l'étoile à une distance 100 fois ou 1000 fois moindre. Puisque l'on n'y observe pas de différence, c'est une preuve que ces astres, ainsi rapprochés, seraient encore à une distance immense de nous, ensorte qu'ils pourraient se déplacer, de tout cet intervalle, sans que nous nous en aperçussions.

50. Ce prodigieux éloignement des étoiles est confirmé par toutes les connaissances astronomiques. On est parvenu à mesurer la distance du soleil à la terre, elle est, comme

comme on le verra plus bas, égale à 23405 fois le rayon de la terre. On a trouvé le moyen de faire entrer cette distance, comme chaîne, pour mesurer l'éloignement des étoiles, et elle s'est trouvée trop petite pour pouvoir être comptée, comme autre chose, que comme un point. Si la distance des étoiles était seulement de cinq mille millions de fois le rayon de la terre, on serait assuré de la mesurer par les méthodes actuelles de l'astronomie ; et puisqu'on n'a pas pu encore y parvenir, il est certain que ces astres sont beaucoup plus éloignés. Cette limite est bien suffisante pour que les rayons visuels menés des différens points de la terre à une même étoile, puissent être considérés comme exactement parallèles.

51. Ainsi, lorsqu'un observateur placé sur la surface terrestre, par exemple au point O fig. 13, regarde les étoiles situées aux extrémités de l'horizon, il les voit de même que s'il était placé au centre de la terre, et qu'il regardât suivant CA ou CB. C'est pourquoi on distingue en astronomie deux sortes d'horizons. Le premier, qui est l'*horizon sensible*, passe par l'œil de l'observateur, et s'étend sur la surface terrestre ; le second, qui est parallèle au précédent, passe par le centre de la terre, et se nomme l'*horizon rationel*. Ces deux horizons aboutissent aux mêmes étoiles, à cause de l'immensité de la sphère céleste.

Pour raisonner avec quelque certitude sur les mouvemens célestes, d'après les apparences que nous observons, il fallait d'abord connaître à peu près notre position dans l'Univers, et les dimensions de la terre que nous habitons. Nous voyons maintenant, de la manière le plus évidente que cette terre qui nous paraît si vaste, est, dans l'espace céleste, comme un globule à peu près sphérique. A mesure que nous avançons en astronomie, nous ne

faisons que dissiper par le raisonnement et l'observation, les illusions de nos sens et les préjugés de l'habitude.

52. Les phénomènes que nous venons de décrire s'observent dans toutes les saisons de l'année. Les distances angulaires des étoiles restent sensiblement les mêmes. Aucun point de la sphère des fixes ne s'approche donc de la terre, d'une quantité sensible, dans cet intervalle de tems.

Il n'en est pas de même de la lune, des planètes et du soleil; les diamètres apparens de ces astres éprouvent de grandes variations. Ceux des comètes ne restent pas non plus les mêmes dans les différentes époques de leur apparition. Les distances de ces astres à la terre varient donc d'une quantité appréciable, car c'est une règle d'optique qu'un même objet paraît plus grand lorsqu'il est vu de plus prés, et plus petit quand il est vu de plus loin (a). Ces différences, relativement aux astres, ne s'aperçoivent pas à la vue simple, parce qu'elles sont très-petites, et qu'elles s'opèrent lentement. Pour les observer on emploie un instrument appelé *micromètre*. Il est composé de deux fils parallèles que l'on peut éloigner ou rapprocher par le moyen d'une vis. Ces deux fils sont traversés par un troisième qui leur est perpendiculaire. Voyez fig. 14. On place cet instrument dans l'intérieur de la lunette avec laquelle on observe, et lorsque l'astre y passe, on saisit exactement son disque entre les deux fils parallèles. Leur distance fait connaître son diamètre apparent. La vis d'un micromètre doit être construite avec un soin extrême. Il faut que ses *pas* soient parfaitement égaux, afin que l'on puisse juger par son seul mouvement de la distance des fils. Quant à la manière dont il

(a) Voyez la note de la page 46.

faut placer cet instrument dans la lunette, et évaluer ses effets, nous en parlerons plus loin ; je ne voulais ici, qu'en donner une idée.

53. D'après les observations que je viens de rapporter, les étoiles semblent être en repos par rapport à la terre, au moins dans l'intervalle d'une année ; mais la lune, les planètes, le soleil et les comètes paraissent s'en éloigner et s'en approcher successivement. On est donc conduit à regarder ces astres et la terre, comme une sorte de grouppe particulier, parmi les corps célestes. C'est ce que l'on nomme notre *Système planétaire.*

Mais ce repos des étoiles pourrait bien n'être qu'une apparence; car, à cause de leur immense éloignement, il faut qu'elles parcourent de très-grands intervalles avant que nous puissions nous apercevoir qu'elles ont changé de place. C'est donc au tems à nous éclairer sur cet objet. malheureusement les observations anciennes ne sont pas assez précises pour que nous puissions en faire usage. Mais déjà par la discussion de plusieurs observations modernes, il paraît que les distances angulaires de quelques étoiles ont augmenté sensiblement, dans une certaine partie du ciel située vers la *constellation d'Hercule*, et ont diminué dans la partie opposée. Il est donc probable que les premières sont maintenant plus près de nous, et les autres plus loin. Cet écartement n'est encore sensible que dans un petit nombre d'étoiles. Mais on peut penser que si les autres paraissent immobiles, c'est parce qu'elles sont plus éloignées ; car ces mouvemens, s'ils existent, doivent se manifester d'abord dans les étoiles qui sont les moins éloignées de nous (a).

(a) Voyez la note 2 à la fin du livre.

54. Ces phénomènes prouvent incontestablement que la distance de la terre aux divers corps célestes ne reste pas toujours la même; mais ils ne nous apprennent pas si le soleil, les planètes et les étoiles sont réellement en mouvement, la terre étant immobile, ou si la terre en mouvement s'approche et s'éloigne de ces astres. Quelque singulière que cette question paraisse, il n'y a rien, dans les observations, qui puisse la décider. Lorsque le soleil nous semble s'approcher de la terre, un observateur placé dans le soleil devrait, comme nous, se juger en repos et croire que la terre s'approche de lui. Il en est de même du mouvement diurne des astres. Nous ne pouvons pas en conclure qu'ils tournent réellement, car les apparences seraient absolument les mêmes si c'était la terre qui tournât. Entraînés avec les corps qui nous environnent, avec les mers et l'atmosphère, nous nous croirions immobiles, et lorsque la terre, par sa rotation, nous présenterait successivement aux divers points du ciel, nous imaginerions que c'est le ciel qui tourne réellement autour de nous.

55. On a des exemples fréquens de ces illusions. Souvent nous attribuons notre propre mouvement aux objets extérieurs. Un voyageur tranquille au fond d'une voiture qui l'emporte avec rapidité, voit les arbres qui bordent la route, courir vers lui à droite et à gauche; une autre personne placée dans la même voiture, mais emportée en arrière, croit les voir s'enfuir. Les yeux s'habituent tellement à cette illusion, qu'elle ne cesse pas aussitôt que la voiture s'arrête; ou plutôt elle en produit une contraire, car alors en voyant les objets immobiles, on se croit pendant quelques instans transporté dans le sens opposé. Dans d'autres cas, nous faisons abstraction du mou-

vement réel des corps. Un cavalier qui court à toute bride lance des boules au-dessus de sa tête, et les retient dans sa main. Elles lui semblent tomber verticalement ; cependant cela ne saurait être, puisqu'il a changé de place pendant leur chûte. Elles décrivent réellement des courbes très-composées, et c'est ainsi que les voit un spectateur immobile. Enfin, il y a des circonstances où le mouvement nous semble du repos, et le repos du mouvement. Regardez le ciel le soir lorsqu'il est en partie couvert de nuages, que le vent pousse avec rapidité. Si la lune ou quelque étoile paraît entre eux, elle semble se mouvoir rapidement en sens contraire ; il est très-difficile et comme impossible de résister à cette illusion.

56. En général, plusieurs causes contribuent à nous faire mal juger des mouvemens qui se font hors de nous. D'abord nous croyons nos yeux en repos, lorsque le mouvement qui nous emporte n'est pas un effet actuel de notre volonté, ou un résultat de l'action de nos organes. L'illusion est d'autant plus forte que le mouvement est plus rapide ; surtout, si nous ne sommes avertis par aucune secousse, comme il arrive dans une voiture, qui roule sur la terre. Secondement, nous sommes portés par l'habitude à faire abstraction des mouvemens auxquels nous participons, parce qu'ils ne nous empêchent pas de saisir, comme à l'ordinaire, les objets qui se déplacent avec nous : c'est le cas du cavalier. Enfin, parmi les objets éloignés, ce sont toujours les plus petits que nous croyons en mouvement. Ceux qui nous semblent plus grands ou plus difficiles à mouvoir, nous les jugeons immobiles. Ainsi la lune et les étoiles nous paraissant très-petites, par rapport à de vastes amas de nuages qui embrassent l'horizon, ces astres nous semblent en mouvement au milieu d'eux. Nous sommes

encore trompés en cela par l'habitude, qui nous montre les petits objets, comme les oiseaux, en mouvement parmi les grands corps, tels que les arbres et les montagnes.

Mais ces faux jugemens se redressent avec facilité lorsqu'on a une idée exacte du mouvement; et s'il n'est pas toujours possible de se défendre des illusions qui les occasionnent, on peut du moins toujours en reconnaître l'erreur et en prévenir les conséquences.

57. Le mouvement n'a d'effet sensible que relativement aux choses qui en sont privées, mais pour celles qui y participent également, il n'est rien et ne produit aucun effet. Voilà le principe général dont il faut bien se pénétrer. Ainsi des marchandises embarquées dans un navire, et parties pour un grand voyage, sont réellement en mouvement pendant toute la traversée, en tant qu'elles passent par plusieurs lieux dont la position ne change point avec le navire, et qui ne se meuvent pas avec lui. Mais si l'on considère les balles et les caisses dont le navire est chargé, par rapport au navire lui-même, ce mouvement de transport est comme s'il n'existait pas. Il n'altère point les positions respectives de ces objets, parce ce que tous y participent, et y participent également. Mais si une des caisses se déplace par rapport aux autres, ne fut-ce que d'un millimètre, ce millimètre sera relativement à elles et au navire, un mouvement plus grand que tout le voyage fait ensemble.

Concluons de-là que quelque mouvement qu'ait réellement la terre, si tous les objets placés à sa surface y participent, et si nous y participons nous-mêmes, nous ne pourrons nullement le sentir, et il sera pour nous comme s'il n'existait pas. Mais d'un autre côté, il est également nécessaire que ce mouvement paraisse général

et commun à tous les objets visibles, qui étant hors de la terre, sont étrangers à son mouvement. Ainsi la véritable méthode par laquelle nous pourrons découvrir si l'on peut attribuer un mouvement à la terre, et quel mouvement on peut lui attribuer, c'est de considérer et d'observer, si, dans les corps séparés de la terre, comme le sont tous les astres, on découvre un mouvement commun qui convienne également à tous. Car, par exemple, un mouvement qui s'observerait seulement pour la lune, et qui n'aurait lieu ni pour le soleil, ni pour les planètes, ni pour les étoiles, ne pourrait être attribué qu'à la lune et non pas à la terre. Il n'y a rien de plus général à cet égard que le mouvement diurne qui entraîne en même tems tous les astres d'orient en occident; ainsi d'après les seules apparences, ce mouvement peut, avec autant de raison, être attribué à la terre seule, en sens contraire, qu'au reste du monde, la terre exceptée.

Dans notre incertitude, il ne nous reste qu'un parti à suivre, c'est d'étudier avec soin les apparences des mouvemens célestes, et de voir laquelle des deux hypothèses les explique avec plus de simplicité.

CHAPITRE VII.

De l'équateur et du méridien.

58. Ce n'est pas tout de reconnaître en général les phénomènes que la nature nous présente, il faut en déterminer les circonstances d'une manière rigoureuse, et les fixer avec assez de précision pour qu'il n'y reste plus rien d'arbitraire. Les considérations géométriques sont particulièrement propres à cet objet, parce qu'elles circonscrivent les phénomènes avec une exactitude qui ne permet pas à l'imagination de s'égarer, et qu'en même tems elles les éclairent par la netteté de leurs définitions. Il convient donc, avant d'aller plus loin, de les appliquer aux notions générales que nous venons d'acquérir sur le système du monde.

59. Commençons par déterminer exactement la direction du mouvement diurne. Nous avons déjà reconnu que, dans notre pays, il paraît se faire de gauche à droite lorsqu'on a l'orient à sa gauche; mais ce n'est là qu'un à peu près, et il est aisé de sentir que les étoiles ne se levant pas toutes aux mêmes points de l'horizon, la direction de leur mouvement ne se trouve pas déterminée par cette définition d'une manière très-précise. Cherchons à y mettre plus d'exactitude.

Nous voyons d'abord que les étoiles conservent toujours leurs positions respectives dans le ciel; elles sont toujours arrangées de la même manière : ainsi la direction du

mouvement diurne est la même pour toutes. Mais elle n'est pas partout également facile à reconnaître, parce que les arcs que les étoiles décrivent, sont différemment inclinés sur les horizons des différens pays. Cependant, comme, en changeant de lieu sur la terre, le zénith répond successivement à tous les points du ciel, il doit se trouver des pays situés perpendiculairement sous la direction du mouvement diurne. C'est-là, que les apparences de la sphère céleste doivent être les plus simples, et c'est-là, par conséquent, qu'il faut les examiner d'abord.

Par exemple, dans les îles de Bornéo, de Sumatra, au Pérou, et dans plusieurs autres lieux, un observateur tourné vers l'orient, ayant le sud à sa droite et le nord à sa gauche, voit les étoiles situées vis-à-vis de lui s'élever verticalement dans le ciel. Elles passent à son zénith et se couchent directement derrière lui. L'arc qu'elles décrivent se trouve tout entier dans un même plan perpendiculaire à l'horizon. Ce plan passant par le zénith et par l'œil de l'observateur, contient la verticale ; ainsi il passe par le centre de la terre, qui est aussi le centre de la sphère céleste : il coupe donc cette sphère, suivant un grand cercle, qui indique la direction du mouvement diurne.

6o. Les étoiles situées à droite et à gauche de ce plan, suivent une marche parallèle aux précédentes. Elles décrivent donc aussi des cercles de la sphère céleste ; mais ce sont de petits cercles, parce que les plans qui les contiennent ne passent pas par le centre de la sphère. La grandeur de ces cercles diminue, à mesure qu'ils s'écartent du premier : les étoiles qui s'y trouvent décrivent donc des cercles plus petits et moins élevés sur l'horizon. Enfin, vers le sud et vers le nord, on découvre des étoiles

qui décrivent des arcs si petits, que leur mouvement est à peine sensible; de sorte que les points du ciel où elles se trouvent, paraissent immobiles dans le mouvement général.

Ces points fixes sont opposés dans le ciel, c'est-à-dire qu'ils se trouvent sur une même ligne droite menée par l'œil de l'observateur, ou, si l'on veut, par le centre de la terre; car relativement à l'éloignement des étoiles, la terre entière peut être regardée comme un point. Cette droite que nous imaginons ici, est donc comme une sorte d'essieu ou d'*axe*, autour duquel tourne la sphère céleste. Le plan mené, par le centre de la terre, perpendiculairement à cet axe, indique la direction du mouvement diurne, et sous ce rapport, il divise la sphère céleste en deux parties simétriques. On le nomme *le plan de l'équateur*. Le grand cercle qui résulte de son intersection avec la sphère céleste, s'appelle *l'équateur céleste*. L'axe qui lui est perpendiculaire, s'appelle *l'axe de l'équateur*, et les deux points du ciel qui paraissent fixes aux extrémités de cet axe, s'appellent les *pôles de l'équateur*. Celui qui est situé vers le nord, est le *pôle boréal*; l'autre, situé vers le sud, est le *pôle austral*. Les petits cercles décrits par les étoiles parallèlement à l'équateur, se nomment *parallèles*.

61. Voilà les apparences que présente le mouvement du ciel pour un observateur situé perpendiculairement sous sa direction; mais en revenant dans notre pays, les apparences ne sont plus les mêmes, et cela doit être; car en changeant de lieu sur la terre, la direction de l'horizon change, et l'on a successivement au zénith différens points du ciel. Sous l'équateur, l'observateur voit les deux pôles; il cessera de les voir tous deux,

s'il s'avance vers le nord ou vers le sud. S'il marche vers le nord, son zénith se rapproche du pôle boréal, et s'éloigne du pôle austral. Celui-ci s'enfonce donc sous l'horizon ; il est caché par la convexité de la terre. En marchant toujours vers le nord, les étoiles qui entourent le pôle austral s'abaissent de plus en plus, et deviennent invisibles ; l'autre pôle, au contraire, s'élève sur l'horizon de la même quantité, et les étoiles qui l'entourent se dégagent de plus en plus. Enfin les cercles que décrivent quelques-unes d'entre elles, s'élèvent entièrement au-dessus de l'horizon : alors ces étoiles ne se couchent plus, et sans la trop grande clarté du soleil, elles resteraient constamment visibles. On observera les phénomènes contraires, en s'avançant vers le sud.

62. Ceci nous indique d'avance l'aspect que doit présenter le ciel dans le pays que nous habitons ; et les phénomènes y sont tout-à-fait conformes. Pour les observer, choisissez une belle nuit et un tems serein. Placez-vous dans une grande plaine, et tournez-vous vers le midi. En peu de tems, vous reconnaîtrez les effets du mouvement diurne. Des étoiles se seront couchées à votre droite, d'autres se seront levées à votre gauche. Si vous regardez attentivement au midi, tout près de l'horizon, vous en verrez qui parcourent des arcs très-bas ; elles se lèvent et se couchent presque aussitôt : ces arcs sont concaves vers l'horizon. Ce sont les sommets des cercles qu'elles décrivent. En regardant plus haut, vous verrez des étoiles qui parcourent un plus grand arc ; elles restent plus long-tems sur l'horizon. Quelques-unes sont visibles toute la nuit ; elles se sont levées au coucher du soleil, et se coucheront à son lever. La moitié du cercle qu'elles décrivent paraît sur l'horizon. Les

étoiles qui sont plus élevées dans le ciel, se dégagent encore davantage : l'analogie porteà pen ser qu'il en est de même de toutes les autres, à mesure que l'œil remonte vers le nord. En effet, si vous vous retournez de ce côté du ciel, et que vous regardiez tout près de l'horizon, vous verrez des étoiles qui ne se couchent que quelques instans, et qui reparaissent presque aussitôt. On ne perd de vue que la partie inférieure du cercle qu'elles décrivent. D'autres plus élevées, ne se couchent point du tout, et restent toujours sur l'horizon : on les voit toutes les nuits ; elles tournent avec les autres étoiles, et lorsque le soleil, par l'effet de son mouvement propre, nous a découvert successivement les hémisphères opposés du ciel, les figures qu'elles forment sont encore les mêmes ; mais aux mêmes instans de la nuit, elles se trouvent dans des situations renversées, effet naturel de leur rotation autour du pôle.

Tous ces phénomènes faciles à observer se réunissent pour indiquer le mouvement diurne de la sphère céleste autour d'un axe oblique à notre horizon, et qui, dans notre pays, se trouve plus élevé vers le nord.

63. Le pôle boréal étant le seul que nous pussions découvrir en Europe, cherchons à déterminer sa position. Cela serait facile, s'il se trouvait une étoile précisément dans ce point du ciel, car elle paraîtrait immobile pendant la rotation de la sphère céleste. Aucune étoile ne satisfait exactement à cette condition ; mais en regardant vers le nord, on en découvre une assez brillante dont le mouvement est à peine sensible ; elle doit par conséquent se trouver très-près du pôle, et on la nomme pour cette raison *étoile polaire*.

Elle est facile à reconnaître par sa proximité d'un

grouppe d'étoiles très-remarquable que l'on nomme la *grande ourse* ou le *chariot*. Il est composé de sept étoiles très-brillantes, fig. 16, dont quatre sont disposées à peu près en carré, tandis que les trois autres forment, par leur alignement, une sorte de *queue* ou de *timon*. Si, par les deux étoiles du carré, les plus éloignées de la queue, on conçoit une ligne droite, ou plutôt un grand cercle de sphère céleste, il passera très-près de l'étoile polaire qui est désignée par P. dans la figure.

Celle-ci elle-même termine un autre grouppe, composé de sept étoiles, comme la grande ourse, et absolument semblable, si ce n'est qu'il est placé dans une situation contraire. On le nomme la *petite ourse*, et l'étoile polaire est la plus brillante de celles qui le composent. Parmi les divers groupes d'étoiles que l'on remarque dans le ciel, et que l'on a classés sous le nom de *constellations*, il n'y en a aucun qui présente les mêmes figures que les deux précédentes, et il est très-aisé de les reconnaître, en regardant le ciel le soir par un tems serein.

Le voisinage de ces deux constellations a fait nommer le pôle boréal pôle *arctique*, d'un mot grec, qui signifie *ourse*. Par opposition, on a nommé le pôle austral pôle *antarctique*; c'est-à-dire, *opposé à l'ourse*.

64. L'étoile polaire n'étant pas tout-à-fait immobile; n'indique pas exactement le pôle. Ce point du ciel est le centre du cercle qu'elle décrit; mais ce cercle lui-même n'a rien de matériel; ce n'est qu'une conception géométrique, et la marche de l'étoile ne laisse point de trace dans le ciel. Pour déterminer le centre de son mouvement, il faut savoir comment on peut, en général, fixer par la géométrie, les positions successives d'une même

zon, l'ombre du style s'allonge de nouveau, et lorsqu'elle revient à la longueur qu'elle avait lors de la première observation, elle se termine au même cercle. On marque alors le point de la circonférence sur lequel se trouve son extrémité. L'arc compris entre les deux observations, étant divisé en deux parties égales, son milieu est dans le plan du méridien. En joignant ce point avec le pied du style, par une ligne droite, on aura la trace du méridien sur le plan horizontal. C'est ce que l'on nomme la *méridienne du lieu.*

Pour plus d'exactitude, il est bon de décrire autour du style plusieurs circonférences concentriques. On peut faire ainsi plusieurs observations qui devant toutes se correspondre, se corrigent mutuellement. Cette méthode de déterminer un résultat précis par des *observations correspondantes* qui le comprennent entre elles, est fort usitée en astronomie. Elle est fondée sur ce principe, qu'en faisant plusieurs observations d'un même phénomène, il n'est pas probable que l'on se trompera toujours dans le même sens. Car si les erreurs opposées sont également faciles à faire, plus on multipliera les observations, plus il deviendra probable que l'on a épuisé de part et d'autre toute la série des erreurs possibles, et plus aussi il y aura lieu de croire que ces erreurs se compensent mutuellement.

L'extrémité de l'ombre du style est assez difficile à reconnaître avec exactitude ; elle est toujonrs mal terminée. Peur éviter cette indétermination, on peut substituer au sommet du style une plaque inclinée, percée d'un trou circulaire qui laisse passer l'image du soleil : le centre de cette image, en tombant sur le plan horizontal, y marque plus exactement l'extrémité du rayon solaire.

Mais

Mais alors les circonférences concentriques doivent avoir pour centre le pied de la verticale, qui passe par le centre de l'ouverture, et ce point se détermine par le moyen d'un fil à-plomb qu'on laisse descendre de ce centre jusqu'au plan horizontal. La direction du style devient alors tout à fait indifférente. Quelquefois on perce l'ouverture circulaire dans la voûte d'un édifice élevé : on voit une méridienne de ce genre dans l'église de Saint-Sulpice à Paris.

68. Le procédé que nous venons d'indiquer pour tracer la méridienne, est sujet à une petite inexactitude. Il suppose que le soleil décrit chaque jour un même parallèle céleste, ce qui n'est pas tout à fait conforme à la vérité. Cet astre, par l'effet de son mouvement propre, passe successivement sur divers parallèles ; mais ces changemens ne se font pas d'une manière subite, aux instans de son lever ou de son coucher ; ils s'opèrent par une gradation imperceptible, en se répartissant sur tous les points de l'arc qu'il décrit. La marche du soleil est réellement oblique, dans le ciel, par rapport aux parallèles ; mais les effets de cette obliquité sont peu sensibles, dans l'intervalle de quelques heures, et l'erreur qui en résulte peut être, le plus souvent, négligée. Au reste, on peut aisément la corriger, lorsque le mouvement du soleil est connu, et l'on trouve ces petites corrections toutes calculées dans les tables astronomiques, sous le nom d'*equation des hauteurs correspondantes*. Je donnerai plus loin une autre méthode pour tracer la méridienne d'après le mouvement des étoiles ; elle est beaucoup plus exacte, et n'exige aucune correction.

69. La méridienne étant tracée, sa direction détermine le *nord* et le *sud*. Ce sont les points de l'horizon qui

se trouvent sur son prolongement. L'*est* et l'*ouest* sont ceux qui se trouvent à 100° des précédens, sur une droite perpendiculaire à la méridienne : ces quatre points se désignent simultanément par le nom de *points cardinaux*.

70. Le plan du méridien se détermine aisément d'après ces données. Pour cela, on élève sur la méridienne plusieurs verticales, à quelque distance de la première, et qui peuvent toutes lui être censées parallèles. La direction du méridien se trouve tracée dans l'espace, par la suite de ces verticales.

Généralement, tous les plans menés par un point quelconque du ciel et par les deux pôles, sont des *méridiens célestes*; mais, à cause de la rondeur de la terre, ils répondent à différens points de sa surface. Ce qui distingue, en particulier, le méridien de chaque lieu, c'est la propriété de passer par le zénith, et de contenir la verticale du lieu.

D'après ces définitions, les plans des méridiens célestes ont tous une intersection commune, qui est l'axe de l'équateur. Le plan de l'équateur les coupe tous, à angles droits, et leurs inclinaisons respectives ont pour mesure les arcs de l'équateur céleste qui sont compris entre eux.

Le méridien de chaque lieu, étant perpendiculaire à l'horizon et aux parallèles, coupe en deux parties égales, les arcs diurnes décrits par le soleil et par les étoiles, au-dessus et au-dessous de l'horizon. Ainsi, pour tous les astres sans exception, l'instant du passage au méridien, est celui de la plus grande ou de la plus petite hauteur.

71. Pour observer ces hauteurs, on fixe dans le plan du méridien, un quart de cercle divisé en degrés, minutes et secondes. Cet instrument porte à son centre une lunette,

qui ne peut se mouvoir que dans le sens vertical. En élevant ou abaissant cette lunette, on saisit le passage des astres au méridien; et l'inclinaison de son axe, indiquée par la division de l'instrument, fait connaître leur hauteur. Pour plus de stabilité, on applique ordinairement cet appareil contre une muraille élevée dans le plan du méridien, et on l'appelle un *mural*. Voyez fig. 18.

72. Nous pouvons maintenant trouver la position du pôle; car, ce point du ciel étant le centre du cercle décrit par les étoiles qui l'environnent, il est intermédiaire entre leur plus grande et leur plus petite hauteur.

Pour faire ces observations, on choisit le tems de l'année où la nuit est plus longue que le jour, ensorte que l'on puisse voir dans une seule nuit plus d'une demi-révolution du ciel. On cherche alors, près du pôle, une étoile qui ne se couche point, et qui soit placée de manière à passer au méridien au commencement et à la fin de la nuit. On observe sa plus grande et sa plus petite hauteur, lorsqu'elle se trouve dans ce plan : une moyenne arithmétique entre elles, est la hauteur du pôle.

Exemple. On suppose que, le premier janvier 1804, on ait fait à Paris l'observation suivante, des passages supérieurs et inférieurs de l'étoile polaire.

	Passage supérieur.	*Passage inférieur.*
Distance au zénith.	43°,79827	47°,64243
Demi-somme, ou distance du pôle au zénith.	45°,72035	
Complément de cette distance, ou hauteur du pôle. . . .	54°,27965	

CHAPITRE VIII.

Du calcul des réfractions atmosphériques.

73. Pour faire les observations que nous venons de décrire, on peut choisir, à volonté, une des étoiles circompolaires, puisqu'elles tournent toutes autour du même point ; cependant les observations faites sur différentes étoiles, ne donnent pas la même hauteur du pôle. L'erreur est produite par la réfraction qui affecte chacune d'elles, et qui les affecte inégalement.

En effet, la même étoile est moins réfractée dans sa plus grande hauteur que lorsqu'elle décrit la partie inférieure de son cercle, où elle est plus près de l'horizon. Par conséquent, la hauteur du pôle n'est pas exactement moyenne arithmétique entre les hauteurs extrêmes. L'erreur est égale à la demi somme des réfractions propres à ces hauteurs, et par conséquent le lieu du pôle calculé de cette manière, est trop élevé.

De plus, les étoiles décrivant des cercles différens autour du pôle, s'élèvent et s'abaissent inégalement. Elles éprouvent donc des réfractions différentes qui influent sur la hauteur du pôle que l'on déduit de leur mouvement.

Si la demi somme des réfractions extrêmes était toujours la même, l'erreur serait aussi toujours égale, et toutes les observations marqueraient le lieu du pôle à la même hauteur. Mais puisqu'elles donnent des hauteurs différentes, c'est une preuve que la demi somme des réfractions extrêmes varie pour les différentes étoiles, à raison de

l'étendue du cercle qu'elles décrivent : d'où il résulte que les réfractions ne suivent pas une progression arithmétique, en décroissant depuis l'horizon jusqu'au zénith. Car c'est une propriété caractéristique de cette progression, que deux termes quelconques, pris à égale distance d'un même terme, font toujours la même somme.

On voit donc que les inégalités, données par les observations des étoiles circompolaires, peuvent servir à vérifier les hypothèses que l'on pourrait faire sur la diminution de la réfraction, depuis l'horizon jusqu'au zénith. Ce sont autant de conditions auxquelles doivent se plier les véritables lois des réfractions atmosphériques, et par conséquent c'est en cherchant à y satisfaire que l'on peut découvrir ces lois.

C'est par des essais de ce genre, que les astronomes ont d'abord cherché à déterminer la réfraction pour différentes hauteurs. Ils y ont employé aussi une autre méthode, qui consiste à comparer le lieu apparent des étoiles avec leur lieu réel, calculé d'après la connaissance que l'on a de leur mouvement.

Quand on a ainsi trouvé, par expérience, la valeur de la réfraction pour un grand nombre de hauteurs très-peu différentes les unes des autres, depuis l'horizon jusqu'au zénith, on remplit les intermédiaires, en prenant des parties proportionnelles, ou par quelque autre procédé de calcul propre à lier les observations. Cela s'appelle *interpoler*. On forme de cette manière des tables de réfraction assez exactes.

74. Ces procédés sont propres à faire connaître l'effet total de la réfraction, au moment où l'on observe. Ils donneraient la loi de ce phénomène, si l'état de l'air était toujours le même ; mais une infinité de causes, sans cesse

variables, le modifient et influent sur la réfraction. Il serait impossible, d'après les seuls résultats observés, de démêler ce qui tient en particulier à chacune de ces causes, qui tantôt se favorisent, tantôt se combattent mutuellement. Il faut donc, pour déterminer exactement, et dans tous les cas, les lois de la réfraction, remonter par expérience jusqu'aux causes physiques qui la produisent, étudier séparément leurs effets, considérer ensuite leurs efforts réunis, et suivre ainsi leur influence jusques dans ces derniers résultats.

Or, en partant des expériences que l'on a faites sur la densité de l'air et sur sa force réfractive, on démontre par le calcul que, depuis douze degrés de hauteur apparente jusqu'au zénith, la réfraction ne dépend sensiblement que de la pression de l'atmosphère, et de sa température dans le lieu où l'observateur est placé. Ce résultat est indépendant de toute hypothèse sur la constitution de l'atmosphère.

Lorsque le rayon lumineux fait, avec l'horizon, un angle moindre de douze degrés, il est influencé dans sa marche par l'état des couches inférieures de l'atmosphère dans les lieux éloignés de celui où l'on observe : alors la réfraction devient extrêmement difficile à déterminer. Aussi presque toutes les observations astronomiques se font-elles, depuis douze degrés de hauteur jusqu'au zénith (a). La loi des réfractions, entre ces limites, étant exactement connue, on peut construire des tables qui donnent immédiatement leurs valeurs toutes calculées pour chaque degré de hauteur apparente. Il ne faut, pour cela que convertir en nombres les formules trouvées par la théorie. Ces tables se calculent relativement à un état donné du baromètre

(a) Voyez la note 3 à la fin du livre.

et du thermomètre. On y joint les petites corrections correspondantes aux modifications de l'atmosphère, qui sont indiquées par les variations de ces deux instrumens. On trouvera une de ces tables à la fin du livre (note 3). Comme elle est indépendante de toute hypothèse, elle pourra servir au sommet des plus hautes montagnes aussi bien qu'au niveau des mers; mais il ne faut pas l'étendre au-delà de ses limites, car elle deviendrait inexacte.

75. La réfraction étant la même, pour les hauteurs égales, lorsque l'état de l'air ne varie pas d'une manière sensible, elle ne change rien à la direction de la méridienne, tracée par des hauteurs correspondantes; sur-tout lorsque ces hauteurs sont prises dans un jour serein où la température est à-peu-près uniforme, et lorsque le soleil est déjà assez élevé sur l'horizon.

Il n'en est pas ainsi des distances angulaires des étoiles, lorsqu'elles sont observées à différentes hauteurs. La réfraction les change, mais on peut les corriger par les tables. Alors on trouve que ces distances sont exactement les mêmes pour tous les lieux de la terre, et restent toujours de la même grandeur, dans les diverses périodes de la révolution diurne; ce qui achève de compléter la démonstration que nous avons donnée dans l'article 47.

Généralement, par l'effet de la réfraction, l'arc de distance de deux points du ciel paraît plus petit qu'il ne l'est réellement, même lorsque cet arc est horizontal; car la réfraction élevant tous les astres dans leurs verticaux, lesquels concourent au zénith, elle les fait paraître plus près de ce point, et par conséquent plus rapprochés les uns des autres. Voyez fig. 15. D'où il suit que dans aucun cas il n'est permis de la négliger.

CHAPITRE IX.

Détermination des pôles et de l'équateur célestes.

76. La réfraction étant connue par ce qui précède, nous avons tout ce qu'il faut pour déterminer exactement la hauteur du pôle et corriger nos premiers résultats. Voici le type du calcul, appliqué à l'exemple du n.° 72.

	Passage supérieur.	*Passage inférieur.*
Distance apparente au zénith. .	43°,79827	47°,64243
Réfraction moyenne.	0°,01434	0°,01627
Correction de température. . . .	0°,00071	0°,00080
Distance vraie.	43,81332	47°,65950

Demi-somme, ou distance vraie du pôle au zénith. . . . . 45°,73641
Complément de cette distance, ou hauteur du pôle à Paris. . 54°,26359
C'est 48°. 5o'. 14'' en mesures sexagésinales du cercle.

77. La hauteur du pôle peut être ainsi déterminée dans chaque lieu de la terre ; mais cela ne donne pas encore la direction de l'axe de l'équateur ; on a seulement un de ses points. L'autre pôle, s'il était visible, suffirait pour la déterminer, mais il est caché sous l'horizon du côté du sud. Heureusement, l'extrême petitesse de la terre supplée à ce que sa convexité nous cache. La terre entière est comme un point par lequel passe l'axe de l'équateur. Les lignes droites, menées de sa surface, ou de son centre, à un même pôle, doivent donc être considérées comme se croisant à une distance infinie, ou même comme absolument

parallèles, ainsi *la direction de l'axe de l'équateur est indiquée dans chaque lieu par le rayon visuel mené du pôle à l'œil de l'observateur.*

78. Un plan perpendiculaire à ce rayon, et mené de même par l'œil de l'observateur, peut être aussi censé mené par le centre de la terre. Ce sera donc l'*équateur céleste.* On l'a désigné par E'OE, fig. 19. OP est l'axe qui passe par les pôles, EOH l'horizon, OZ la verticale.

79. Comme un pareil plan est purement fictif, on fixe sa position, dans l'espace, par des données géométriques. Pour cela on détermine sa trace sur l'horizon et sa *hauteur*, c'est-à-dire, l'angle qu'il fait avec l'horizon. *La trace de l'équateur sur l'horizon est une ligne droite OE' perpendiculaire à la méridienne*, c'est-à-dire, dirigée de l'est à l'ouest.

80. *La hauteur de l'équateur sur l'horizon*, ou l'angle EOH, *est complément de la hauteur du pôle*, car l'angle EOP est droit, et les angles HOE, POH' pris ensemble valent aussi un angle droit.

81. La position des parallèles que les étoiles décrivent, se détermine d'après leur distance à l'équateur. Voyez fig. 22. On observe la hauteur méridienne d'une étoile, et celle de l'équateur sur l'horizon. La différence de ces hauteurs, est la distance angulaire de l'équateur, au parallèle que l'étoile décrit. Cette distance se nomme la *déclinaison.* Dans la figure 22, OE est l'équateur, S l'astre, ES la déclinaison.

De même, la différence entre la hauteur du pôle et la hauteur méridienne de l'astre sur l'horizon, donne sa *distance au pôle*, mais il faut que ces hauteurs soient comptées dans le même sens.

82. Pour suivre avec plus de précision les phénomènes

célestes, nous venons d'être conduits à imaginer divers plans, tels que l'horizon, l'équateur, les verticaux, le méridien et les parallèles. Ces plans prolongés jusqu'au ciel coupent la sphère céleste suivant des cercles dont les arcs peuvent servir de mesure aux angles visuels qui s'y trouvent compris. On conçoit ces cercles divisés, suivant l'usage ordinaire, en degrés, minutes et secondes, et l'on indique les angles visuels par les valeurs des angles qui les représentent.

Par exemple, si les rayons visuels, menés à deux étoiles situées dans l'équateur, font ensemble un angle de 10°, on dit que ces étoiles sont éloignées l'une de l'autre de 10°, ou qu'elles sont à 10° de distance. On exprime, de la même manière, tous les angles visuels situés dans des plans qui passent par le centre de la sphère céleste. Les arcs qu'ils comprennent étant des arcs de grands cercles, sont comparables entre eux.

Il n'en est pas ainsi des petits cercles dont le plan ne contient pas le centre de la sphère céleste. Un degré d'un parallèle situé près du pôle, n'est pas égal en longueur à un degré de l'équateur, ils indiquent sur la sphère céleste des arcs bien différens, et ces arcs varient avec la distance des parallèles au pôle. Cependant comme l'observation donne quelquefois des arcs de parallèles célestes, il est nécessaire de savoir les réduire en arcs de l'équateur.

83. Pour cela il faut d'abord connaître la distance du parallèle à l'équateur, ou sa déclinaison. Par-là son rayon se trouve déterminé. Or, en général, les circonférences sont proportionnelles à leurs rayons; ainsi, le parallèle S S′ fig. 23, et l'équateur A E, étant partagés en un même nombre de degrés, il s'ensuit que ces degrés sont proportionnels aux rayons de leurs circonférences; et en

effectuant cette proportion, on voit que chaque degré du parallèle exprimé en arc de l'équateur, vaudra $\frac{1^{\circ}\,SC'}{AC}$ ce qui donne le moyen de convertir, de même, un nombre quelconque de degrés, observés sur le parallèle.

Dans un cercle CAP, dont C est le centre, et CA, CP deux rayons, perpendiculaires l'un à l'autre, le rapport $\frac{SC'}{AC}$ se nomme le *cosinus* de l'arc AS, d'où résulte la règle suivante. Pour *réduire un nombre de degrés, minutes et secondes d'un parallèle, en degrés, minutes et secondes de l'équateur, il faut multiplier le nombre donné par le cosinus de la déclinaison du parallèle.* On trouve ce cosinus tout calculé dans les tables trigonométriques, lorsque l'on connaît l'angle auquel il répond.

Le même procédé peut servir pour des arcs de petits cercles qui ne seraient pas parallèles à l'équateur. Il suffit de les multiplier par le cosinus de leur déclinaison, relativement à un grand cercle, qui leur serait parallèle.

A l'aide de cette règle, on n'emploie jamais, dans les calculs, que des arcs de grands cercles; et les mesures des angles visuels sont toujours comparables.

84. Il ne faut jamais oublier que ces plans et ces cercles n'existent pas réellement et matériellement dans l'espace. Ce sont des abstractions qu'on emploie pour désigner dans le ciel une suite de points situés circulairement suivant certaines directions.

CHAPITRE X.

Des pôles et de l'équateur terrestres.

85. Les plans de l'équateur et du méridien céleste, coupent la surface de la terre suivant des lignes courbes, qui seraient exactement circulaires, si la terre était sphérique. C'est pourquoi on leur a donné des noms analogues aux cercles qui leur correspondent sur la sphère céleste. L'intersection de la surface de la terre, par le plan de l'équateur, se nomme l'*équateur terrestre*. L'axe de l'équateur, considéré sous ce rapport, prend le nom d'*axe de la terre*; enfin l'intersection de cette même surface, par les plans des méridiens, donne les *méridiens terrestres*.

86. La terre est si petite, que deux plans qui la toucheraient à ses deux pôles, et qui seraient parallèles à l'équateur, passeraient par les mêmes étoiles, et iraient rencontrer la sphère céleste dans l'équateur même, ou du moins ils s'en écarteraient si peu, que la différence serait inappréciable. Les plans des parallèles célestes ne coupent donc point la surface de la terre, ils passent infiniment au-dehors. Mais si l'on imagine des cônes qui aient leur sommet au centre de la terre, et pour base les différens parallèles célestes, ces cônes couperont la terre, supposée sphérique, suivant des cercles qui seront parallèles à l'équateur, et que l'on nomme pour cette raison des *parallèles terrestres*.

87. Ces parallèles diffèrent les uns des autres, par les

étoiles qui passent au zénith des points qu'ils comprennent. Il est visible en effet que la direction de la verticale et la position du zénith varient d'un lieu à un autre, à cause de la rondeur de la terre. On se sert de cette circonstance pour distinguer les divers parallèles terrestres, d'après l'angle que leur verticale fait avec le plan de l'équateur. Cet angle se nomme la *latitude du parallèle.*

Dans la fig. 24, Z O est la verticale ménée au point O sur le parallèle O O'. La ligne O E étant supposée parallèle à l'équateur, l'angle Z O E est la latitude du point O. Si la terre est sphérique, la verticale Z O passe par son centre, et l'angle Z O E égale Z C E. Quelque soit la figure de la terre, la latitude est nulle à l'équateur, parce que la verticale se trouve dans le plan de l'équateur même. Au pôle, elle est égale à 100°, parce qu'alors la verticale C P, est l'axe même du pôle, et se trouve perpendiculaire à l'équateur. La latitude varie entre ces limites depuis 0° jusqu'à 100°.

88. Pour connaître la latitude d'un lieu, il suffit de mesurer la hauteur du pôle sur l'horizon ; car soit P le pôle, O H l'horizon, O E une droite parallèle à l'équateur, et menée dans le plan du méridien E O, les angles E O P, Z O H sont égaux, et chacun d'eux vaut 100°. Retranchant la partie commune Z O P, il reste E O Z égal à P O H ; c'est-à-dire, qu'en *général, la latitude d'un lieu est égale à la hauteur du pôle sur l'horizon.*

La latitude est *boréale* pour les pays situés au nord de l'équateur; elle est *australe* pour ceux qui sont au midi.

89. Le pôle boréal de la terre est situé dans la mer glaciale, entre la Russie septentrionale et le Groënland. Le pôle austral, qui lui est opposé, est placé au-delà de la Nouvelle-Hollande. Ils sont l'un et l'autre environnés

de glaces, qui n'ont pas permis, jusqu'à présent, aux navigateurs d'en approcher.

On connaît beaucoup mieux la trace de l'équateur terrestre. Il passe à l'île de Saint-Thomas dans la mer d'Ethiopie, traverse l'Ethiopie elle-même, qui est une partie de l'Afrique; passe à Sumatra, à Bornéo, dans la Nouvelle-Guinée; de-là se prolonge à travers la mer du Sud, jusqu'au Pérou, et étant rentré de nouveau dans l'océan atlantique, il vient terminer, aux rivages de l'Afrique, le contour entier de la terre.

90. La hauteur du pôle reste toujours la même, au-dessus de l'horizon de chaque lieu. L'axe et l'équateur de la terre répondent donc toujours aux mêmes points de sa surface; mais ils répondent successivement à divers points de la sphère des fixes. L'étoile qui est placée à l'extrémité de la petite ourse, et que nous nommons l'étoile polaire, parce qu'elle est aujourd'hui voisine du pôle, en était fort éloignée du tems d'Hipparque, c'est-à-dire, il y a environ deux mille années. Elle s'en approche encore peu à peu de siècle en siècle, après quoi elle s'en éloignera. Par suite de ce changement, les étoiles situées dans l'équateur céleste se déplacent peu à peu toutes ensemble, et d'autres les remplacent dans ce plan; cependant la hauteur du pôle reste la même.

Ce mouvement progressif s'appelle *la précession*. C'est le premier mouvement propre que l'on ait reconnu dans les étoiles. On a cru long-tems qu'elles n'en avaient pas d'autres; mais les instrumens s'étant perfectionnés, on en découvrit un qui, par sa petitesse, avait échappé d'abord. Picard, en observant pendant plusieurs années les hauteurs méridiennes de l'étoile polaire, s'aperçut qu'elle n'o-

baissait pas exactement à la précession. Sa déclinaison augmentait à la vérité, mais non pas d'une manière régulière; elle était trop grande en hiver et trop petite en été. Enfin, au bout de l'année, tout se trouvait compensé, et il ne restait que le déplacement dû à la précession. Ces remarques furent confirmées et développées par Bradley. Il prouva qu'en effet les étoiles oscillent alternativement du nord au sud, et du sud au nord, dans la période d'une année, et il trouva la cause de ce phénomène, auquel on a donné le nom *d'aberration*. Nous en reparlerons par la suite.

Enfin, lorsque la précession et l'aberration furent connues et calculées, on s'aperçut qu'elles ne suffisaient pas encore pour représenter exactement les positions des étoiles. Il y avait encore une inégalité très-petite qui les altérait. En l'observant avec soin, on détermina sa quantité, et sa période, qui est de 18 ans; car après 18 ans tout rentre dans le même ordre que si la précession eût seule existé. Cette nouvelle inégalité a été nommée *nutation*.

Les mouvemens dont je viens de parler n'affectent pas seulement les déclinaisons des étoiles, ils changent aussi leurs méridiens. Si je n'ai rien dit de ce changement, c'est qu'il faut pour le reconnaître employer des procédés que nous n'avons pas encore décrits.

Ces mouvemens ne sont pas particuliers aux étoiles, ils sont communs à tous les astres et se combinent avec leurs mouvemens propres. D'après cela ils pourraient bien ne pas se faire réellement dans les étoiles, car les apparences seraient les mêmes si l'équateur de la terre et l'axe qui lui est perpendiculaire se déplaçaient avec elle, peu à peu, en se balançant dans le ciel. La hauteur du pôle sur l'ho-

rizon de chaque lieu serait toujours la même, tous les objets terrestres conserveraient leurs positions respectives, et nous nous croirions encore immobiles au milieu d'eux. Les astres nous paraîtraient donc faire dans les cieux tous les mouvemens que la terre ferait en sens contraire. Nous avons déjà remarqué que les seules apparences ne peuvent pas décider laquelle de ces deux hypothèses est la véritable.

Nous chercherons bientôt les lois précises des ces phénomènes, mais comme les observations astronomiques n'acquièrent toute leur exactitude qu'en y ayant égard, il était dès à présent nécessaire d'en indiquer l'existence.

CHAPITRE

CHAPITRE XI.

De la mesure du tems.

91. La vie de l'homme est une succession continuelle de travail et de repos. Ces alternatives sont commandées par la nature ; elles sont réglées par la présence et par l'absence du soleil. Mais les périodes de ces phénomènes sont trop longues pour que l'homme puisse les consacrer, sans interruption, au repos ou au travail. Il est obligé de les partager en d'autres plus petites, qui s'accommodent mieux à ses facultés physiques et morales. De-là l'idée du tems, de-là les divisions égales du jour et de la nuit, employées chez tous les peuples civilisés.

92. Le *tems* n'est pas un phénomène particulier que l'on puisse saisir ; c'est la succession même des phénomènes ; ou plutôt, c'est la trace laissée dans la mémoire, par l'observation successive de plusieurs effets. En voyant tous les jours que les choses changent, en voyant qu'elles ont un commencement et une fin, nous acquérons l'idée d'*avant* et d'*après* : c'est en cela que consiste le tems.

En effet, en examinant bien ce que nous entendons par des *intervalles de tems égaux*, on voit que ce sont des successions d'effets pendant lesquelles nous pourrions exécuter les mêmes choses, de la même manière ; ou pendant lesquelles les mêmes phénomènes se reproduiraient dans le même ordre. Au contraire, les *intervalles de tems inégaux* sont ceux dans lesquels nous ne pourrions

pas exécuter les mêmes choses ; par exemple, parcourir le même chemin, ou faire le même travail.

C'est donc le mouvement qui nous donne l'idée du tems ; c'est aussi par le mouvement que le tems se mesure.

Par exemple, lorsqu'un vase, percé dans sa partie inférieure, est rempli d'eau, ou de sable fin jusqu'à une hauteur déterminée, il faut un certain tems pour qu'il se vuide ; et ce tems est toujours le même lorsque le vase est rempli, de la même manière, à la même hauteur. Voilà des *intervalles de tems égaux*.

Mais si l'on compare ce vase, à un autre, plus petit, ou plus grand, il se vuidera plutôt, ou plus tard : voilà les *intervalles de tems inégaux*.

La comparaison de ces intervalles entre eux, par le moyen des intervalles égaux qu'ils renferment, forme la *mesure du tems*.

93. Si l'on a bien compris ces définitions, on suivra facilement ce que j'ai à dire sur les moyens que les hommes ont successivement employés pour mesurer le tems.

Le premier, et le plus ancien sans doute, est la mesure du tems par *des soleils*, ou par le nombre de fois que le soleil a reparu sur l'horizon. Elle est encore usitée chez quelques peuples sauvages. Ils estiment grossièrement le milieu du jour, par la hauteur du soleil, ou par la longueur de leur ombre, qui est plus courte en cet instant, que dans tout le reste de la journée.

Cette manière de compter le tems est défectueuse. La présence du soleil sur l'horizon n'indique pas des intervalles de tems égaux. Il est sensible que les nuits d'hiver sont plus longues que les jours, et les jours d'été plus longs que les nuits. En été, le soleil décrit au-dessus de l'ho-

rizon plus de la moitié de son cercle diurne ; en hiver, il en décrit moins de la moitié.

94. On conçoit donc que l'on aura une mesure plus parfaite, en prenant pour période le tems entier que le soleil emploie à décrire son cercle diurne ; car le jour n'augmente pas sans que la nuit diminue ; il ne diminue pas sans que la nuit augmente. Les inégalités de ces périodes se faisant aux dépens l'une de l'autre, doivent se compenser mutuellement dans la mesure totale, composée de leur somme. Suivant cette manière de compter, on appelle un *jour solaire* l'intervalle de tems que le soleil emploie à revenir au même méridien. Chaque jour est supposé commencer à minuit, c'est-à-dire, au moment du passage du soleil par le méridien inférieur.

Jusqu'à présent les astronomes ont compté les jours d'un midi à l'autre ; mais comme cette méthode n'a aucun avantage réel, on est convenu d'y renoncer, et de se conformer à l'usage général. C'est au *bureau des longitudes* de France que l'on doit ces changemens, plus importans qu'ils ne paraissent au premier coup-d'œil. Pour répandre les sciences, il faut les rapprocher, autant que possible, des usages et du langage de la société.

Dans l'usage civil, on suppose le jour divisé en 24 parties égales que l'on nomme *heures* ; chaque heure se divise en 60 *minutes* ; chaque minute en 60 *secondes*. Cet usage paraît lié à l'ancienne division sexagésimale du cercle en 360°, du degré en 60 minutes, de la minute en 60 secondes. Pour conserver la correspondance, nous adopterons cette division du cercle, lorsque nous emploierons celle du jour en 24 heures.

95. Les astronomes comptent les 24 heures de suite d'un midi, au midi suivant. Dans l'usage ordinaire, on

s'arrête à minuit, quand on a compté 12 heures, et on recommence, en distinguant ces deux périodes en heures du soir et en heures du matin. La méthode des astronomes est plus régulière et plus simple (a).

96. Depuis qu'on a introduit l'échelle décimale dans toutes les mesures, on a partagé le jour en 10 heures, l'heure en 100 minutes, la minute en 100 secondes; ce qui répond à la subdivision du quart de cercle en 100 degrés, du degré en 100 minutes, de la minute en 100 secondes. Ces divisions sont plus simples, plus commodes pour les calculs, et sous ce double rapport, il y a lieu d'espérer qu'elles deviendront un jour d'un usage général parmi les astronomes : c'est pourquoi nous y réduirons tous nos résultats.

97. Pour reconnaître et fixer ces divers intervalles de tems, on a successivement employé divers procédés plus ou moins parfaits. Les uns sont mécaniques, les autres astronomiques.

On n'eut pendant long-tems que des horloges assez inexactes, qui mesuraient le tems par l'écoulement du sable, de l'eau, ou de quelque autre liquide. On les nommait des *clepsydres*.

On leur substitua avec avantage les horloges à roues,

(a) C'est probablement l'usage des horloges à sonnerie, qui a empêché cette méthode d'être généralement adoptée. Il eût été trop incommode de compter vingt coups de suite, pour savoir s'il est huit heures du soir ou du matin. D'ailleurs, en ne comptant que douze heures, la construction des horloges devenait un peu plus facile. Ces motifs ont dû suffire pour déterminer l'usage général, qui, au reste, n'a pas d'inconvénient pour la société, puisqu'il est impossible de confondre les deux périodes du soir et du matin.

mises en mouvement par un poids. Celles-ci exigeaient un artifice particulier. Si le poids eût été abandonné librement à l'action de la pesanteur, il se serait accéléré dans sa chute, et le mouvement de l'horloge n'aurait pas indiqué des intervalles de tems égaux. Il fallait donc que la descente du poids fût interrompue à tous momens, de manière à ne lui laisser faire, chaque fois, que de très-petites chutes. On y parvint au moyen d'un balancier circulaire, placé horizontalement, et tournant avec effort autour d'un axe vertical. Cet axe porte deux palettes, que les dents d'une roue vont pousser alternativement. Tandis que le poids de l'horloge fait tourner la roue, celle-ci par une de ses dents pousse la palette qui cède lentement à son effort ; enfin la dent s'échappe ; et aussitôt, la dent opposée tombe sur l'autre palette, où elle produit le même jeu. Le poids se trouve successivement libre et retenu par cet effet alternatif, d'où résulte l'uniformité du mouvement, et la régularité de l'horloge (a).

Les découvertes de Galilée sur la pesanteur, et l'application que Huygens en fit aux horloges, complétèrent ce mécanisme.

98. Lorsque l'on suspend un corps pesant à l'extrémité

(a) On emploie aujourd'hui un artifice à peu près semblable pour régler nos montres de poche ; dans celles-ci, la résistance qu'offre le balancier est produite par un ressort tourné en spirale ; voyez fig. 20. Mais cette invention est postérieure à celle des horloges à poids, et même à celle des horloges à pendule, dont nous allons parler. On ne sait pas précisément quel était le moyen de résistance, employé dans les balanciers des anciennes horloges. C'était probablement la résistance de l'air, comme dans les volans des tourne-broches, ou peut-être encore la torsion d'une corde à laquelle l'axe du balancier était suspendu.

inférieure d'un fil, fixé par son autre extrémité, ce fil prend naturellement la direction verticale, et le corps se place au point le plus bas. Si on l'écarte un peu de cette position, il tend à y revenir en vertu de sa pesanteur. Enfin si on l'abandonne à lui-même, il oscille de part et d'autre de la verticale; et par une propriété extrêmement remarquable, ses oscillations sont toutes *isochrones*, c'est-à-dire, de même durée.

Cette propriété n'est pas seulement un résultat d'expérience, elle se prouve rigoureusement par le calcul (a). Il en est de même des petites oscillations d'un corps de figure quelconque, attaché à l'extrémité d'une verge de forme invariable (b). Des corps ainsi suspendus, et mis en mouvement de cette manière, se nomment des *pendules*.

La durée de ces oscillations dépend de la figure du corps suspendu, de sa grandeur, de sa masse et de la longueur de la verge. Mais les géomètres ont trouvé des méthodes, pour ramener tous les cas à celui d'un pendule, dans lequel la masse de la verge serait nulle, par rapport à celle du corps, considéré comme un point infiniment dense. Ce pendule idéal se nomme *pendule simple*. Les autres sont des *pendules composés*. Lorsqu'on a observé les oscillations d'un pendule composé, on peut en conclure la longueur du pendule simple qui ferait ses oscillations dans le même tems. De cette manière on n'a jamais à comparer que des pendules simples de différentes longueurs; et le calcul fait encore connaître, d'après cette longueur, la durée de leurs oscillations (c).

(a) Voyez le Traité de Mécanique, page 227.

(b) *Idem*, pag. 303.

(c) Voyez la note 4 à la fin du livre.

99. Ces oscillations régulières sont très-propres à remplacer le mouvement alternatif du balancier, dans les horloges à roues. Elles ont, de plus, l'avantage précieux de régler les chutes successives du poids, d'après des intervalles de tems parfaitement égaux. Alors le mouvement des roues se conforme à celui du pendule ; une dent échappe à chaque vibration, et comme les vibrations sont toutes égales en durée, les pas de la roue sont parfaitement uniformes. Aussi n'emploie-t-on plus aujourd'hui, pour les observations, que des horloges à pendule, que l'on nomme vulgairement des *pendules*, du nom de la pièce qui produit leur régularité. Leur mécanisme réduit à son plus grand degré de simplicité est représenté dans la figure 25 (a).

100. Dès qu'on eut des instrumens pour mesurer le tems, on dut s'apercevoir que le mouvement du soleil est inégal. L'intervalle de tems, qui s'écoule entre deux passages consécutifs du soleil au méridien, n'est pas toujours le

(a) Le pendule, à chaque oscillation, fait tourner l'axe horizontal A a, auquel il est attaché par le haut. Cet axe porte une tige B b, recourbée par son extrémité inférieure. Quand le pendule est dans la situation L' l, la branche b vient en b' : son extrémité inférieure se dégage des dents de la roue, celle-ci commence à tourner, entraînée par le poids P'; mais par le retour du pendule en L, ce mouvement est bientôt interrompu.

Dans les horloges actuellement en usage, le pendule fait mouvoir une pièce horizontale, recourbée par les deux bouts, et qui arrête successivement la roue, d'un côté et de l'autre ; c'est ce que l'on nomme un *échappement*. Il y en a de plusieurs espèces. On ne connaît rien de plus parfait dans ce genre que l'échappement de Lepaute, tel qu'on le voit dans le pendule de l'Observatoire, à Paris.

même. Le jour solaire n'offre donc pas une période exacte pour la mesure du tems.

Lorsque les horloges ont été perfectionnées, on a déterminé, avec précision, l'étendue et les lois de cette inégalité; alors, en prenant un terme moyen, entre les plus courts et les plus longs jours, on a connu ce qu'il faut ajouter ou ôter à chaque jour solaire apparent, pour le ramener à l'égalité. Cette correction s'appelle *l'équation du tems*. Le tems solaire ainsi corrigé se nomme *tems moyen*.

101. Les astronomes ne trouvant plus assez d'exactitude dans l'usage du jour solaire, ont eu recours aux révolutions diurnes de la sphère céleste; car ces révolutions paraissent d'une égalité parfaite, du moins, autant que nos sens peuvent en juger. On a donc pris, pour unité de tems, l'intervalle compris entre deux passages consécutifs d'une même étoile au méridien. Cette période se nomme le *jour sydéral*.

102. Enfin les instrumens ayant acquis encore plus de perfection, on est parvenu à reconnaître dans les étoiles plusieurs mouvemens particuliers, que nous avons déjà indiqués plus haut. On les a suivis avec beaucoup de soin, et on a déterminé les lois auxquelles ils sont assujettis.

Le mouvement diurne de la sphère céleste dégagé de ces petites inégalités, forme l'unité de tems la plus exacte: c'est celle que l'on emploie dans les observatoires, pour les recherches astronomiques.

Le tems moyen solaire qui participe aux mêmes erreurs, exigerait les mêmes corrections. Il offre donc une période un peu moins exacte, mais qui suffit lorsque l'on n'a pas besoin d'une précision extrême.

Le *tems solaire apparent*, que l'on nomme quelquefois

mal à propos, *tems vrai*, n'est plus guère employé maintenant que dans la vie civile.

103. La découverte successive de ces inégalités, leur étendue, leurs périodes, sont autant d'objets qui vont nous occuper dans la suite de cet ouvrage; mais il était nécessaire d'en indiquer ici la filiation, pour que l'on pût entrevoir la série des essais, par lesquels on est parvenu à la dernière exactitude.

Il n'est pas douteux d'ailleurs, qu'en perfectionnant encore les instrumens et les méthodes d'observation, on découvrirait de nouveaux phénomènes; peut-être, par exemple, de nouvelles inégalités dans le mouvement diurne, inégalités qui échappent aux instrumens actuels, mais que l'on saisirait avec des instrumens plus précis.

Cette alternative continuelle de perfectionnemens et de corrections, de résultats et d'essais, offre à la fois la preuve et l'exemple de ce que nous avons dit, dans le commencement de cet ouvrage, sur la méthode tour à tour progressive et rétrograde de l'astronomie.

104. Pour rendre les horloges comparables entre elles, il est nécessaire de les régler, et pour pouvoir compter sur leur exactitude, il faut s'assurer de la régularité de leur marche.

Comme presque toutes les pendules sont construites suivant la division sexagésimale du jour, les astronomes règlent les leurs de manière qu'elles marquent précisément 24 heures, entre deux passages consécutifs d'une même étoile au méridien. Ainsi, en supposant qu'à l'instant du passage d'une étoile, la pendule ait marqué o^h, o', o'', si, une heure après, on voit une autre étoile au milieu de la lunette, on en conclut que l'angle compris entre les méridiens menés par ces deux étoiles, est la vingt-quatrième partie de la

circonférence entière, et par conséquent 15° de la division sexagésimale. En effet, tous les méridiens passant par les deux pôles, et étant perpendiculaires au plan de l'équateur, leurs inclinaisons respectives ont pour mesure les arcs de l'équateur céleste qui sont compris entre eux. Voyez fig. 26, où C est le centre de la sphère céleste, C P l'axe qui passe par les pôles, M M' E l'équateur; M P, M' P deux méridiens célestes, et S, S' deux étoiles qui y sont situées.

Au lieu de diviser le cercle en 360°, rien n'empêchait les géomètres de le diviser en 24, et de partager ensuite chaque degré en 60 minutes, chaque minute en 60 secondes. Alors la division du cercle aurait été la même que celle du jour, et la pendule aurait marqué les dégrés, minutes et secondes de l'équateur, qui passent au méridien.

Mais comme 360 est égal à 15 fois 24, ces dégrés, minutes et secondes horaires, valent 15 fois autant que ceux de la division sexagésimale du cercle; de sorte que, pour convertir les heures, minutes et secondes marquées par la pendule, en degrés, minutes et secondes de l'équateur, il faut les multiplier par 15, ou, ce qui est plus commode, par $\frac{15}{4}$ (a).

Réciproquement, pour convertir les degrés, minutes et secondes de l'équateur, en heures, minutes et secondes de tems, il faut les diviser par 15, ou, ce qui revient au même, les multiplier par $\frac{4}{60}$.

Par un raisonnement semblable, il est facile de voir que dans la division décimale du cercle et du jour, une heure répond à 40 degrés, 1 minute de tems à 40 minutes

(a) Dans la subdivision sexagésimale, la multiplication par $\frac{15}{4}$ se fait en changeant les secondes en minutes, les minutes en degrés, et les degrés en soixantaines de degrés; ensuite on divise tout par 4. C'est l'inverse quand on multiplie par $\frac{4}{60}$.

de degré, 1 seconde de tems à 40 secondes de degré. Comme presque toutes les observations astronomiques ont été faites, jusqu'à présent, avec des quarts de cercle et des horloges réglés sur l'ancienne division, on trouvera à la fin de ce livre des tables toutes calculées, qui seront très-commodes pour réduire les anciennes observations à la nouvelle division du cercle et du jour.

105. Les propriétés précédentes ont fait donner aux méridiens célestes le nom de *cercles horaires*, et l'angle formé par le méridien d'un astre avec le méridien du lieu se nomme l'*angle horaire*.

On peut calculer l'angle horaire d'un astre à un instant donné, par la seule observation de sa hauteur; lorsque l'on sait d'ailleurs, par la mesure de ses hauteurs méridiennes, quelle est sa distance au pôle. En effet, imaginons un observateur, placé au point O fig. 27, au centre de la sphère céleste. Soit S l'astre; S P l'arc de grand cercle qui mesure sa distance au pôle; S Z l'arc de grand cercle qui mesure sa distance au zénith. Ces deux arcs étant connus, ainsi que la distance P Z du zénith au pôle, il est clair que la position du point S sur la sphère céleste, est rigoureusement déterminée, en sorte qu'il n'y a qu'un seul point qui puisse y répondre. L'angle S P Z, formé par le méridien de l'astre, avec le méridien du lieu, est donc, aussi, complétement déterminé. Cet angle est l'angle horaire de l'astre. On peut aisément le calculer d'après ces données, quand on connaît les règles de la trigonométrie sphérique.

106. En général lorsque trois arcs de grand cercle se coupent sur une même sphère, ils y forment ce qu'on appelle un *triangle sphérique*. Ce triangle à trois *côtés*, formés chacun par un arc de cercle; et trois *angles*, qui sont ceux que font entre eux les plans de ces cercles.

Ces six quantités sont liées ensemble, de manière que trois quelconques d'entre elles suffisent pour déterminer les trois autres. Les règles qu'il faut suivre pour y parvenir font l'objet de la *trigonométrie sphérique*. Elles sont renfermées dans des traités particuliers, auxquels je renverrai toujours lorsque nous aurons besoin d'en supposer les résultats.

107. La méthode que je viens d'indiquer pour trouver l'angle horaire d'un astre, peut également servir pour calculer la distance du soleil au méridien, d'après une seule observation. Cette distance étant trouvée, si on la réduit en tems, à raison de 15 degrés sexagésimaux par heure, on connaîtra l'intervalle de tems, compris entre le midi et l'instant de l'observation, c'est-à-dire, l'*heure solaire*, ou *le tems apparent*.

108. On parvient encore au même but, mais d'une manière moins précise, par le procédé suivant, qui est d'un très-fréquent usage. Placez une ligne droite ou un *style* dans la direction de l'axe de l'équateur. Il pourra représenter cet axe, puisque la terre est comme un point dans l'espace. Concevez douze plans menés par cette ligne et faisant entre eux des angles égaux. Ces plans diviseront l'équateur en 24 parties égales; ils traceront sur la sphère céleste 12 cercles horaires, et le tems employé, par le soleil, pour passer d'un de ces cercles au suivant, sera une heure sexagésimale de tems solaire. Par conséquent si l'on trace les intersections de ces 12 plans avec le plan horizontal, ou une autre surface quelconque, l'ombre du style projetée sur ces intersections, indiquera l'arrivée du soleil dans les différens cercles horaires, et par conséquent les heures de la journée.

Comme l'instant de midi est, partout, une des divisions

du tems solaire, on dirige toujours un des 12 cercles dans le plan du méridien du lieu. En les multipliant davantage, on aurait de même les subdivisions des heures. L'instrument qui résulte de cette construction se nomme un *cadran solaire.*

109. Jusqu'ici nous avons supposé une horloge réglée de manière à marquer précisément 24 heures, entre deux passages consécutifs d'une étoile au méridien. Il est bien difficile que cela soit ainsi, à la rigueur; mais on peut aisément y suppléer; car si la pendule retarde chaque jour d'un certain nombre de secondes, on peut, par une simple proportion calculer son retard pour un intervalle de tems donné. Par exemple, s'il est de 12 secondes pour 24 heures, ce sera dans une heure $\frac{1}{2}$" ou une demie seconde, c'est-à-dire, qu'il faudra ajouter une demie seconde à chaque heure marquée par la pendule. On calculera de même dans tous les autres cas.

Cette correction suppose seulement que le mouvement de la pendule est uniforme, et que l'erreur de sa marche peut être également répartie entre tous les instans. Cela est sensiblement vrai dans les bonnes pendules, et l'on n'en doit employer que d'excellentes dans les observations. Cependant l'astronome ne s'y confie pas entièrement. Il suit assiduement la marche de sa pendule, et la compare chaque jour avec le mouvement du ciel. Il parvient ainsi à la bien connaître, et à découvrir ses plus petites inégalités, de manière à pouvoir en tenir compte dans ses calculs.

En général, l'extrême précision des instrumens est indispensable. Il n'en faut qu'un très-petit nombre pour faire toutes les observations astronomiques, mais il faut qu'ils soient parfaits.

CHAPITRE XII.

Des moyens de perfectionner la vision.

110. Si l'application du pendule aux horloges a été d'un grand secours pour l'astronomie, l'invention des lunettes ne lui a pas été moins utile: toute l'exactitude des observations modernes est due à la perfection de ces deux instrumens.

Il n'entre pas dans mon plan de donner ici beaucoup de détails sur la théorie et la construction des lunettes. On les trouvera dans le Traité de Physique. Je me bornerai aux notions indispensables, pour l'intelligence des observations astronomiques.

Les *lunettes astronomiques* sont composées de deux *verres convexes* placés aux deux bouts d'un tube cylindrique. Le verre qui est tourné du côté de l'objet se nomme l'*objectif*, celui qui est du côté de l'œil se nomme l'*oculaire*.

Les lunettes font voir les objets plus nettement; elles les font voir aussi, amplifiés ou grossis. Cette propriété tient à leur construction, mais nous la prendrons seulement ici comme un fait dont tout le monde peut s'assurer.

111. Lorsqu'on regarde le ciel à travers une lunette, le petit espace que l'on découvre est exactement circulaire. Cet espace se nomme le *champ de la lunette*. Pour en déterminer l'étendue, on observe le tems qu'une étoile emploie à traverser la lunette. Ce tems, converti en degrés,

et multiplié par le cosinus de la déclinaison de l'étoile, donne l'arc de grand cercle, compris entre les rayons visuels qui terminent l'espace circulaire que l'on apperçoit. Comme la vision devient défectueuse vers les bords de l'objectif, on place ordinairement, dans la lunette, un anneau circulaire et noirci, percé à son centre d'une petite ouverture qui ne laisse passer que les rayons voisins de l'axe. Cet anneau s'appelle un *diaphragme*.

112. Il y a dans l'intérieur des lunettes, un espace où les objets extérieurs viennent se peindre avec beaucoup de netteté, et que l'on nomme pour cette raison *le foyer* de la lunette. On peut le déterminer, par expérience, en plaçant, dans la lunette, un verre dépoli, et regardant à travers le tube, après en avoir ôté l'oculaire. Lorsque le verre dépoli est au foyer, l'image des objets extérieurs y forme comme une miniature. Réciproquement les plus petits objets placés dans cette partie de la lunette, et vus à travers l'oculaire, paraissent toujours très-distincts. C'est-là que l'on place les fils du micromètre, dont nous avons parlé dans l'article 52.

113. Le micromètre sert à mesurer les diamètres apparens des petits objets qui peuvent être vus tout entiers dans le champ de la lunette. Pour en faire usage, il faut connaître le rapport qui existe entre la distance des fils, et les petits angles visuels observés. On peut y parvenir de diverses manières.

Si l'on a une excellente pendule, on dirige le fil transversal du micromètre sur une étoile, et on le place de manière que l'étoile semble le parcourir exactement par son mouvement diurne. Alors ce fil peut être regardé comme un petit arc du parallèle sur lequel l'étoile se trouve, et

les deux autres fils, qui sont perpendiculaires au premier, représentent deux méridiens. On observe le tems que l'étoile emploie pour aller d'un fil à l'autre. On réduit ce tems en secondes de degrés, et on le multiplie par le cosinus de la déclinaison de l'étoile. Le résultat donne le nombre de secondes de l'équateur, qui mesure l'angle visuel auquel correspond la distance actuelle des fils. Cette distance a pour mesure le nombre de pas de vis compris entre eux, et elle est toujours marquée sur l'instrument par le moyen d'une aiguille que la vis fait tourner. Voy. fig. 14.

Lorsque l'on connaît l'angle visuel qui répond à une distance donnée des fils, on peut en déduire tous les autres angles correspondans à des distances quelconques, car ils sont toujours proportionnels à ces distances. En effet, le fil transversal étant très-court, sa projection sur la sphère céleste peut-être considérée comme un petit arc de cercle, et les angles sont proportionnels aux arcs qui les mesurent.

On peut aussi régler le micromètre en plaçant, à une distance connue, un objet dont on a mesuré la grandeur, et qui peut être compris dans le champ de la lunette. D'après ces données, on calcule l'angle visuel sous lequel cet objet paraîtrait à l'œil nu (a); on l'observe

(a) En effet, soit A B fig. 41, l'objet dont on a mesuré la grandeur réelle; soit A o, sa distance à l'objectif de la lunette, supposé au point O, l'angle B O A sera celui sous lequel l'objet serait vu du point O. C'est le diamètre apparent de l'objet à cette distance. Or par les premières règles de la trigonométrie, on a dans le triangle B O A

$$\text{Tang. } BOA = \frac{BA}{AO} R$$

Par exemple, si $\frac{BA}{AO} = \frac{1}{100}$, on aura $\text{Tang. } BOA = \frac{R.}{100}$. En prenant

ensuite

ensuite avec le micromètre, et l'on amène les fils à la distance convenable, pour qu'il soit exactement compris entre eux. Cette distance marquée sur la division de l'instrument, étant comparée à l'angle visuel, qui est aussi connu, détermine la valeur des parties du micromètre.

114. Lorsqu'on n'a pas pour objet de mesurer les diamètres des astres, mais qu'on veut seulement observer leurs passages avec exactitude, on place au foyer de la lunette cinq fils parallèles, à distances égales et croisés par un autre fil qui les coupe à angles droits. Ensuite, on dirige la lunette vers l'astre, de maniere qu'il décrive le fil transversal par l'effet de son mouvement diurne. On observe les instans successifs où il arrive à chacun des fils perpendiculaires, et, en prenant une moyenne arithmétique entre ces époques, on a l'instant précis auquel l'astre s'est trouvé sur le fil du milieu, dans l'axe de la lunette. Le passage est déterminé par les cinq observations, plus exactement que par une seule; car la multiplicité des observations correspondantes, diminue l'influence de leurs erreurs.

115. C'est ici le lieu de parler d'un phénomène d'optique qui a fait, pendant long-tems, mal apprécier le diamètre apparent des corps célestes. Il consiste en ce que les objets lumineux et éloignés paraissent plus grands qu'ils ne sont en effet. Cette dilatation apparente se nomme l'*irradiation*.

---

les logarithmes, L tang. BOA = LR — 2, le logarithme du rayon des tables est toujours supposé égal à 10, c'est-à-dire que le rayon est divisé en un nombre de parties, exprimé par l'unité suivie de 10 zéros. On aura ainsi L tang. BOA = 8, et en cherchant dans les tables décimales l'angle qui répond à cette tangente, on trouve 0°,6366, ou en d'autres termes, 63'66'' de la division décimale.

On observe ce phénomène lorsqu'on regarde, le soir, une longue suite de lumières placées à quelque distance les unes des autres, par exemple, une file de reverbères ou de lampions allumés. Si l'on se trouve à-peu-près dans l'alignement de ces lumières, sans y être exactement, elles paraîtront se joindre, et même leurs images empiéteront les unes sur les autres, de manière que l'on n'appercevra qu'une ligne lumineuse. Pour détruire cette illusion, il suffit de regarder les mêmes lumières à travers un petit trou percé dans une carte. La vision redevient claire, et distincte. Chaque lumière est bien terminée, et séparée de toutes les autres, conformément aux règles de la perspective.

Le même effet a lieu pour la lune : son disque paraît beaucoup plus large à l'œil nu, que lorsqu'on le regarde à travers une petite ouverture.

116. Il paraît que ce phénomène tient à la construction de l'œil, et à la manière dont se fait la vision.

Quand nous regardons un objet, chacun de ses points envoie, dans l'œil, un cône de rayons lumineux, qui se réfracte dans le cristallin, dans les humeurs de l'œil, et forme ensuite un autre cône opposé au premier. Lorsque la pointe du cône intérieur tombe précisément sur le fond de l'œil, que l'on nomme la *rétine*, elle y forme l'image du point lumineux d'où sont partis les rayons. Mais s'il n'arrive pas que les foyers des pinceaux lumineux tombent exactement sur la rétine, les cônes qu'ils forment ne posent plus sur leurs pointes, et leur trace sur le fond de l'œil a une grandeur sensible. Les divers points de l'objet extérieur sont alors représentés par autant de petites circonférences, qui empiètent les unes sur les autres et se recouvrent en partie : la vi-

sion devient confuse, et le contour de l'objet est mal terminé.

Cela arrive, par exemple, quand l'objet qu'on regarde est trop voisin de l'œil ; alors les rayons d'un même pinceau tombent sur la rétine avant de s'être croisés. Voyez la figure 29.

Cela arrive encore, par une raison contraire ; quand on regarde un objet trop éloigné ; alors les rayons de chaque pinceau se croisent avant d'avoir frappé la rétine.

Ce dernier cas a toujours lieu quand on regarde les corps célestes, ou même des objets beaucoup moins éloignés ; car on sait, par expérience, qu'en général dans tous les hommes, la vision parfaitement distincte se fait à une petite distance, comme de 20 à 22 centimètres. Au-delà de ce terme, elle devient confuse.

Soient donc A, B, C, fig. 30, trois points lumineux éloignés. Soient a, b, c, les foyers de leurs rayons dans l'intérieur de l'œil ; si la rétine se trouve, par exemple, en r, r, les images des points A, B, C, dilatées par l'irradiation, s'approcheront beaucoup les unes des autres ; elles se toucheront si la rétine est plus éloignée. Enfin, si la rétine est située en R R, ces images se recouvriront mutuellement, et les intervalles obscurs A C, B C qui séparent les points lumineux, disparaîtront entièrement.

117. Ceci nous découvre un autre effet de l'irradiation, qui est de diminuer le diamètre apparent des objets obscurs et opaques, lorsqu'ils sont vus sur des fonds lumineux. Ainsi, quand les planètes et la lune passent devant le disque du soleil, leur diamètre apparent doit être moindre que le véritable, de toute la quantité de l'irradiation. Toutes les observations paraissent confirmer ce résultat.

118. Il est maintenant facile de comprendre pourquoi l'irradiation devient moindre quand on regarde les corps lumineux à travers une très-petite ouverture. On diminue ainsi le diamètre des cônes lumineux qui entrent dans l'œil. Ces cônes amincis tracent sur la rétine des circonférences plus petites, qui, ne se recouvrant plus les unes les autres, laissent apercevoir les intervalles des objets.

On observe la même chose pour les corps obscurs vus sur des fonds brillants. Attachez à une muraille blanche un petit cercle de papier noir, et éloignez-vous jusqu'à ce que vous cessiez de l'aperçevoir à la vue simple ; alors si vous le regardez à travers un petit trou percé dans une carte, vous le reverrez encore très-distinctement.

Les effets de l'irradiation s'affaiblissent également lorsqu'on regarde les objets à travers une bonne lunette, parce que la divergence des rayons est diminuée par les réfractions qu'ils éprouvent en traversant les verres ; et les cônes lumineux étant amincis dans leur diamètre sans rien perdre de leur éclat, tracent sur la rétine des images à la fois plus nettes, plus vives et mieux terminées.

Cependant les meilleures lunettes ne détruisent pas complettement l'irradiation. Les effets en deviennent sensibles dans les observations modernes, à cause de leur extrême précision ; mais ils sont si faibles que l'on n'a pas encore pu déterminer exactement leur influence, quoi qu'on sache qu'il est nécessaire d'y avoir égard.

119. Nous n'avons parlé jusqu'à présent que des lunettes en général. Les astronomes ont varié la construction de ces instrumens suivant les divers usages auxquels ils les ont destinés. J'indiquerai successivement les plus

utiles à mesure que leur emploi deviendra nécessaire ; pour le moment je me bornerai à dire un mot de la *lunette méridienne*, appelée aussi *instrument des passages*.

La plupart des observations astronomiques se font dans le plan du méridien. Il importait aux astronomes d'avoir un instrument qui pût être placé bien exactement dans cette direction. Le mural, quelque soin qu'on prenne de le dresser, n'a jamais un plan assez régulier pour que la lunette décrive exactement le méridien depuis l'horizon jusqu'au zénith, et l'erreur s'élève quelquefois à 8 ou 9 secondes de tems. Pour observer avec précision l'instant des passages des astres au méridien, on se sert d'une lunette montée sur un axe horizontal fait avec le plus grand soin ; cet axe tourne très-exactement sur deux pivots, placés dans deux blocs de pierre qui supportent tout le poids de l'instrument : c'est ce que l'on nomme une *lunette méridienne*.

La lunette méridienne fait connaître avec précision l'instant des passages ; le mural sert pour mesurer les hauteurs. Il est plus avantageux pour ce genre d'observation, à cause de sa grandeur qui détermine plus exactement la direction du rayon visuel ; et l'erreur produite par sa déviation devient insensible ; parce que, quand les astres sont près du méridien, le petit arc qu'ils décrivent sur leur cercle diurne est presque parallèle à l'horizon ; ensorte que, pendant quelques instans, avant et après leur passage, ils conservent sensiblement la même hauteur. Cette manière d'isoler les résultats pour les déterminer un à un, et dans les circonstances les plus favorables, est un des artifices les plus ingénieux de l'astronomie, et le moyen le plus sûr d'obtenir une grande exactitude.

CHAPITRE XIII.

Applications de la mesure du tems au tracé de la méridienne et à la mesure de la terre.

120. Revenons maintenant en arrière, et mettant à profit les connnaissances nouvelles que nous venons d'acquérir, employons-les à rectifier nos premiers résultats.

Nous avons d'abord déterminé, par des observations correspondantes, la direction du plan du méridien céleste. La mesure du tems offre un moyen beaucoup plus sûr pour fixer exactement cette direction, lorsqu'elle est déjà à peu près connue.

On dirige une lunette méridienne vers l'étoile polaire à l'instant de sa plus grande ou de sa plus petite hauteur. Si l'on a bien saisi cet instant, la lunette est dans le plan du méridien. Pour s'en assurer, on observe de 5 en 5 heures (a) le passage de l'étoile polaire au fil du milieu de la lunette. Si les intervalles entre deux passages consécutifs sont parfaitement égaux, la lunette est dans le plan du méridien. S'il y a une inégalité, elle indique une déviation, dont on peut calculer la quantité. On sait alors dans quel sens, et combien il faut tourner la vis de rappel pour amener la lunette dans le plan du méridien : après l'y avoir placée on se met encore à obser-

(a) Je parle toujours ici d'heures décimales dont 10 forment un jour. Si nous avons besoin quelque part d'employer des heures sexagésimales de 24 au jour, j'aurai soin d'en avertir.

ver le passage de l'étoile. S'il reste une inégalité entre les passages, elle est incomparablement moindre. On la diminue encore de la même manière, et en deux ou trois jours, on parvient à placer exactement la lunette.

Cela fait, dirigez-là vers un objet terrestre éloigné. Sur cet objet, marquez un point qui soit sous le fil de la lunette, et ce point sera dans le méridien. Une ligne menée de l'observateur ou de la lunette à ce point, marquera donc la direction de la méridienne.

C'est ainsi qu'à Paris on a marqué sur le palais du Luxembourg un point qui est dans la méridienne de l'Observatoire. C'est par des moyens à peu près équivalens, quoique peut-être moins précis, qu'on a déterminé la position de la pyramide de Montmartre. Ainsi la méridienne tracée dans la grande salle de l'observatoire, étant prolongée vers le nord de 6000 mètres, passerait par cette pyramide. On peut marquer ainsi deux points, l'un au nord, l'autre au sud de la lunette, et l'on aura une méridienne plus longue, que l'on pourrait prolonger ainsi de signal, en signal, d'un bout à l'autre d'un continent.

C'est par ce moyen que l'on a marqué la direction de la méridienne en Pensylvanie. On l'a prolongée dans une étendue considérable, et la ligne ainsi tracée étant chaînée et mesurée à la toise, a fait connaître la distance itinéraire de deux points éloignés, situés sur un même méridien terrestre.

121. Or, par des opérations de ce genre, on peut mesurer la courbure de la terre. Il suffit pour cela d'observer les latitudes des différens points de l'arc mesuré. Les différences de ces latitudes font connaître

les angles que forment entre elles les verticales menées à ces points.

Car soient OZ, O′ Z′, fig. 32, deux verticales menées aux points O, O′, du méridien OO′, et supposons que ces verticales prolongées vers l'intérieur de la terre, se rencontrent au point C. Menons les horizons OH, O′ H′, des deux observateurs, et les rayons visuels OP, O′ P′, dirigés vers un même pôle, et par conséquent parallèles. Les angles POH, PO′ H′ représenteront les hauteurs du pôle sur les deux horizons, et si l'on mène OH″ parallèle à O′ H′, l'angle HOH″ sera la différence de ces hauteurs. Or, l'angle HOH″ égale l'angle HCO ou Z′CZ. parconséquent, *si dans deux points, situés sur un même méridien terrestre, on mesure la hauteur du pôle, la différence de ces hauteurs donnera l'angle formé par les deux verticales, menées à ces points.*

Voilà d'abord un moyen de reconnaître si la terre est parfaitement sphérique ; car dans ce cas sa courbure doit être partout la même ; toutes les verticales concourront à son centre, et quand les angles formés par ces verticales seront égaux entre eux, les arcs mesurés devront l'être aussi, à quelque latitude qu'on les ait observés. Voyez fig. 33, où C est le centre de la terre, AA′, A′ A″ des arcs égaux, mesurés sur sa surface, dans le sens du méridien.

Au contraire, si la terre n'est pas sphérique, on devra s'en apercevoir ; car, là où elle sera plus convexe, les verticales se rencontreront plutôt dans son intérieur ; là où elles sera plus applatie, elles se rencontreront plus loin. Ainsi pour observer le même angle entre ces verticales, il faudra faire plus de chemin dans le second cas que

dans le premier. Voyez la courbe A A' B B', fig. 34. L'angle C, formé par les perpendiculaires A C, A' C, est égal à l'angle C' formé par les perpendiculaires B C', B' C'; mais la courbe étant plus convexe en E, plus applatie en P, l'arc B B' est plus grand que l'arc A A'.

Il suffit donc pour décider la question, de mesurer, à différentes latitudes, *un degré du méridien, c'est-à-dire, la longueur de l'arc compris entre deux verticales, qui forment entre elles un angle d'un degré.*

122. Pour fixer l'étendue de cet arc, on s'avancera sur la méridienne, jusqu'à ce que l'on voie le pôle plus élevé d'un degré sur l'horizon. On sera sûr alors que les verticales menées aux extrémités de l'arc, font entre elles un angle d'un degré, et on mesurera l'espace parcouru.

Cette opération exige que l'on prolonge le tracé de la méridienne sur une étendue de terrain considérable. Pour cela, le moyen le plus simple est, sans doute, celui dont on a fait usage en Pensylvanie; mais il ne peut être employé dans notre continent, couvert de villes et d'habitations. On y supplée par le même procédé que l'on emploie dans la levée des plans, pour mesurer la distance des objets éloignés, en les observant des deux extrémités d'une *base* connue. On forme un enchaînement de triangles qui se suivent à peu près dans la direction de la méridienne. Voyez fig. 35. Le premier triangle A B C a pour sommet le point de départ A. Ses deux autres angles B et C ont pour sommets deux objets quelconques visibles. Ce premier triangle est horizontal. On observe ses angles, on mesure un de ses côtés A B, et on détermine l'angle qu'il fait avec la méridienne A M. D'après ces données, le calcul fait connaître les deux autres côtés

AC, BC, le point M, où BC, est rencontré par le prolongement de la méridienne, et l'espace AM compris depuis ce point de rencontre, jusqu'au point de départ A. On forme ensuite un second triangle horizontal CBD, avec les deux objets CB, et un troisième D, que l'on puisse apercevoir de ces deux stations. A cause de la rondeur de la terre, ce second triangle n'est pas dans le plan du premier, il n'a de commun avec lui que le côté BC. Aussi le prolongement du premier côté AM de la méridienne s'élève au-dessus du plan de ce second triangle. Mais on le rabat sur ce plan, en le faisant tourner autour de BC comme autour d'un axe. Dans ce mouvement l'angle M'MC ne change pas, parce que MM' décrit une surface conique, et comme les deux triangles ABC, BCD sont presque dans le même plan, chaque point de M M' ne décrit qu'un très-petit arc de cercle, qui peut être considéré comme une petite ligne droite, perpendiculaire au plan du triangle BCD. De sorte que toute l'opération se réduit à plier le côté MM' suivant une verticale. La méridienne ainsi prolongée rencontre le côté BD du second triangle, en un point M', dont on détermine la position et la distance comme dans le cas précédent. On continue la série des triangles de la même manière, et de triangle en triangle on finit par enchaîner une très-grande étendue de terrain.

Telle est donc la nature de la courbe tracée par ces opérations, que l'on nomme *géodésiques*. Son premier côté est tangent à la surface de la terre; son second côté est le prolongement du premier, plié suivant une verticale, et ainsi de suite. Il est visible que cette construction donne le même résultat que le procédé employé en Pensylvanie.

123. C'est ainsi qu'en 1670, Picard, membre de l'aca-

démie des sciences, joignit les parallèles de Malvoisine et d'Amiens ; car la première mesure exacte de la grandeur de la terre a été faite en France. Cette méthode a été depuis employée par un grand nombre d'astronomes dans différens pays, et l'on a eu ainsi plusieurs mesures des degrés du méridien, à diverses latitudes.

Voici les longueurs de ces degrés, exprimées en toises. Je ne rapporte ici que les résultats généralement regardés comme les plus exacts.

LIEUX des OBSERVATIONS.	LATITUDES BORÉALES.	LONGUEUR DU DEGRÉ en toises.	NOMS des OBSERVATEURS.
Le Pérou. . . .	0°,0000	51077^t,70	Bouguer.
La Pennsylvanie	43,5556	51199,20	Mason et Dixon.
L'Italie.	47,7963	51281,10	Boscovich et Lemaire.
La France. . . .	51,3327	51316,58	Delambre et Méchain.
La Suède. . . .	75,7075	51473,01	Melanderhielm.

124. A la seule inspection de cette table, on voit que les dégrés des méridiens terrestres sont inégaux. Ainsi la terre n'est pas sphérique. Le degré de Suède surpasse de 395^t 6 ; celui de l'équateur, et généralement la longueur des degrés va en augmentant de l'équateur au pôle. La convexité des méridiens va donc en diminuant dans le même sens (121.) Par conséquent la terre est un sphéroïde, aplati aux pôles, et renflé à l'équateur.

Mais on voit en même-tems que la différence de ce sphéroïde à une sphère, est extrêmement petite ; car la plus

grande différence qui existe entre ces degrés n'est pas la cent vingtième partie de la longueur totale d'un d'entre eux. On peut donc, dans une première approximation, regarder la terre comme une sphère, sans égard pour ces petites inégalités.

125. Alors il convient de prendre pour terme moyen le degré mesuré en France à 50° de latitude, parce qu'il est à égale distance des pôles et de l'équateur; sa longueur a été trouvée de $51307^t,40$.

La circonférence entière contenant 400° égaux au précédent, sa longueur sera 20522960^t.

C'est le *contour de la terre*. En le divisant par 3,1415926 rapport approché de la circonférence au diamètre, on aura le *diamètre de la terre* égal à 6532660^t.

Et son *rayon* 3266330^t.

Dans l'ancienne division sexagésimale du cercle, chaque degré était les $\frac{9}{10}$ du degré décimal; la longueur du degré de latitude était donc $57008^t,22$.

La vingtième partie de cette longueur forme une mesure généralement employée dans les voyages de mer. On la nomme une *lieue marine*. Elle contient $2850^t,41$.

Il y a encore une autre lieue fort usitée dans les mesures géographiques; c'est la *lieue commune* de vingt-cinq au degré; elle contient $2280^t,3$.

126. Mais le progrès des lumières fera nécessairement disparaître ces mesures diverses, et ces dénominations multipliées. Il est infiniment plus commode de ramener toutes les mesures à une seule, en les faisant dépendre les unes des autres, selon la division décimale, la plus simple de toutes. Tel est l'objet du *système décimal des poids et mesures*.

L'unité fondamentale de ce système se nomme *mètre*;

c'est la dix millionième partie du quart du méridien terrestre, ou $0^t,5130740$ (3 pieds 11 lignes, et ...)

Toutes les mesures de longueur, de capacité, de volume et de poids, dérivent de la précédente, suivant l'ordre décimal.

Il est permis d'espérer que ce système, déjà adopté par plusieurs nations de l'Europe, prévaudra contre les préjugés du vulgaire, et deviendra un jour universel; lorsque le tems, la raison, et ses avantages réels l'auront fait suffisamment apprécier. C'est pourquoi j'en ferai usage dans cet ouvrage, destiné à des jeunes gens éclairés.

Dans ce système, le quart du méridien contient dix millions de mètres, répartis sur 100°; ainsi la longueur de chaque degré est de 100000 mètres.

Le diamètre de la terre supposé sphérique, est de 12732395^m, et son rayon de $6366197^m,7$.

127. Ces résultats trouvés, en supposant la terre sphérique, sont d'une exactitude suffisante pour tous les usages de la vie civile. On peut même les employer dans les voyages maritimes, et supposer tous les degrés de latitude égaux entre eux. Cette connaissance est fort utile aux navigateurs, pour régler leur route; car, en observant tous les jours les hauteurs méridiennes des étoiles ils voyent par les accroissemens et les diminutions de ces hauteurs, s'ils ont marché vers le sud ou vers le nord; et en comptant 20 lieues marines pour chaque degré de l'ancienne division sexagésimale, ils connaissent le chemin qu'ils ont parcouru. Aussi cette méthode est-elle depuis long-tems en usage à la mer; et cela même devait donner lieu de croire que la terre était presque sphérique, avant qu'on l'eut mesurée exactement. En effet, si la différence eût été un peu considérable, les navigateurs,

qui la regardoient comme nulle, se seraient trouvés inopinément devant des terres, qu'ils auraient cru encore éloignées. C'est ce qui n'arrive jamais, au moins par l'erreur de la latitude ; mais cela arriverait, par exemple, si les navigateurs, regardaient comme égaux, les degrés des différens parallèles, mesurés près du pôle et près de l'équateur. Aussi ont-ils égard à leur différence, comme nous le dirons bientôt.

128. Les résultats que nous venons d'obtenir nous mettent en état de comparer exactement la hauteur des montagnes avec les dimensions du globe terrestre. La plus haute des montagnes connues est le *Chimboraço*, qui n'a pas plus de 3200 toises d'élévation en ligne verticale. C'est un peu plus d'une lieue marine. Le diamètre de la terre contient environ 2292 de ces lieues. Ainsi, en représentant le globe terrestre par une boule de 2292 millimètres (8 pieds environ) de diamètre, le Chimboraço serait figuré par une saillie d'environ un millimètre (une demie ligne). Sur une boule de 50 millimètres de diamètre il le serait par une saillie quarante fois plus petite, ensorte qu'on pourrait à peine l'aperçevoir. Les petites aspérités qui se rencontrent sur la peau d'une orange sont beaucoup plus sensibles.

129. Les mesures des degrés faites dans l'hémisphère boréal prouvent, comme on vient de le voir, que les méridiens terrestres ne sont pas tout-à-fait des cercles. On a même lieu de croire que les deux moitiés situées de part et d'autre de l'équateur ne sont pas exactement semblables. Un degré mesuré au Cap de Bonne Espérance, sous une latitude de $37^{\circ},0093$ australe, s'est trouvé de $51333^{t},30$, et par conséquent plus grand que le degré mesuré en France par une latitude boréale de 51°.

Il paraît donc qu'à considérer les choses avec la dernière exactitude, la figure de la terre est réellement irrégulière et fort compliquée.

130. Cela vient d'être encore confirmé de la manière la plus évidente, par les opérations géodésiques des célèbres astronomes, Delambre et Méchain. Ces excellens observateurs ont mesuré tout l'arc du méridien terrestre compris entre Dunkerque et les îles Baléares, c'est-à-dire, dans une étendue de plus de 12° sexagésimaux, ou 440 lieues marines. Cette longueur a été plus que suffisante pour rendre sensibles, sur le même méridien, les inégalités des degrés terrestres. Elle a fourni pour la mesure de la terre les données les plus vastes et les plus précises que les hommes se soient jamais procurées : ce sont elles qui ont servi de base au système métrique.

131. Pour connaître la vraie figure de la terre au milieu de ces irrégularités, il faut chercher des courbes qui la représentent avec exactitude, c'est-à-dire, sur lesquelles l'accroissement des degrés, de l'équateur aux pôles, soit conforme aux observations. Mais on n'a pas trouvé de courbe régulière et simétrique qui pût y satisfaire. On s'est assuré que les différens méridiens terrestres n'ont ni la même courbure, ni la même forme ; de sorte que la terre n'est pas un *solide de révolution*, c'est-à-dire, qu'on ne peut pas la concevoir formée par la rotation d'une courbe autour de son axe.

Lorsqu'on cherche les surfaces de révolution qui lui ressemblent le plus, on en trouve qui sont différentes, suivant les degrés que l'on compare. Mais sur toutes ces surfaces, le diamètre de l'équateur est plus long que celui du pôle. L'excès du premier sur le second, pris pour unité, se nomme l'*aplatissement* de la terre.

geait la nature des forces dont elles étaient animées ; et en les supposant sollicitées par la seule pesanteur, elles devaient se réunir en une masse sphérique, comme font les gouttes d'eau et de mercure. Or, un grand nombre de faits d'histoire naturelle attestent que cet état a réellement existé, et que la terre a été primitivement fluide. Mais puisqu'elle n'a pas pris la forme sphérique, il faut en conclure que quelque autre cause agissait aussi sur ses particules, et contribuait à leur arrangement. Cela devient facile à expliquer, si nous supposons que la terre tourne journellement sur elle-même ; car alors cette cause qui a renflé l'équateur et applati les pôles, est sans doute *la force centrifuge* due au mouvement de rotation.

On conçoit en effet que, si la terre tourne ; ses diverses parties font effort pour s'éloigner de l'axe de rotation. C'est ainsi qu'une pierre, tournée rapidement dans une fronde, tend la corde qui la retient, et la rompt si elle est trop faible. Cette *force centrifuge* s'accroît avec la vîtesse ; elle est la plus grande possible pour les points de l'équateur qui décrivent le plus grand cercle ; elle est nulle aux pôles qui sont immobiles, et elle décroît par des degrés insensibles d'une de ces limites à l'autre. La terre, par l'action de cette force, devait donc s'applatir aux pôles et se gonfler à l'équateur.

Considérons deux colonnes fluides communiquant entre elles, et dont l'une soit dirigée suivant l'axe qui passe par les pôles, l'autre, dans le plan de l'équateur ; ces colonnes s'étendant du centre à la surface de la terre. Les particules matérielles qui se trouvent dans la colonne de l'équateur, sont favorisées par la force centrifuge, qui tend à les éloigner de l'axe de rotation, et leur pesan-

leur en est un peu diminuée. La colonne des pôles, au contraire, n'a aucune force centrifuge, elle obéit entièrement à la pesanteur qui l'attire vers le centre de la masse. Elle a donc réellement plus de poids que l'autre, et il ne peut y avoir d'équilibre entre elles, à moins que la colonne de l'équateur ne s'alonge aux dépens de celle des pôles, de sorte que la diminution de la pesanteur se trouve compensée par l'accroissement de la masse. Le même effet doit se produire dans toutes les colonnes parallèles à l'équateur, mais il devient de plus en plus faible à mesure que leur force centrifuge est moindre; et ces alongemens gradués produisent sur le sphéroïde un renflement général qui diminue insensiblement de l'équateur aux pôles.

Ainsi, en supposant que la terre tourne, son aplatissement serait une conséquence nécessaire de sa rotation, et par conséquent, puisque cet aplatissement existe, il indique cette rotation avec beaucoup de vraisemblance.

134. En suivant cette induction, elle nous mène à une autre conséquence non moins importante. Si la terre tourne, la force centrifuge doit diminuer de l'équateur au pôle; et comme elle est toujours perpendiculaire à l'axe de rotation, sa direction, d'abord opposée à la pesanteur, lui devient de plus en plus oblique. Son effet doit donc être moindre pour contrebalancer la pesanteur; ainsi en allant de l'équateur vers les pôles, la chute des corps doit s'accélérer, et le même corps doit devenir de plus en plus pesant.

Les oscillations du pendule offrent un moyen simple de vérifier ce fait. Si la chute des corps s'accélère, les oscillations doivent se faire plus rapidement, et l'on peut calculer d'après leur vîtesse l'accroissement de la pesanteur. Or,

en transportant un même pendule en différens lieux de la terre, on a trouvé qu'en effet il va plus vite à mesure que l'on s'éloigne de l'équateur; et la loi de cette accélération que l'on a déterminée avec beaucoup d'exactitude, est un nouvel indice de la rotation du globe terrestre.

Pour mettre ce fait en évidence, il suffira de rapporter les longueurs du pendule à secondes, telles qu'on les a observées à différentes latitudes. Voici ces longueurs; celle qui a lieu pour Paris, étant prise pour unité.

LATITUDES.	LONGUEURS DU PENDULE
0°,00	0,99669
20°,00	0,99745
48°,44	0,99950
54°,26	1,00000
74°,22	1,00137

On voit par ces résultats qu'en s'éloignant de l'équateur, on est obligé de donner plus de longueur au pendule pour avoir des oscillations de même durée. Il s'en suit nécessairement que la pesanteur augmente, quand on s'avance dans cette direction; car si elle restait la même, en alongeant le pendule, les oscillations se ralentiraient. C'est un fait que chacun peut aisément vérifier, en faisant osciller dans le même lieu des pendules de différentes longueurs (a).

(a) Voyez la note 6, à la fin du livre.

135. Cette augmentation de la pesanteur, en allant de l'équateur aux pôles, est donc un nouvel indice de la rotation de la terre. Il existe un autre fait très-remarquable qui conduit à la même conclusion ; c'est la déviation des corps qui tombent d'une grande hauteur. Pour concevoir ce phénomène, imaginons un corps pesant, placé à une grande distance de la surface terrestre, par exemple, au sommet d'une haute tour. Si la terre est immobile, le corps tombera au pied de la tour, suivant la verticale ; mais si la terre tourne sur elle-même, le corps qui participe à ce mouvement, aura une vitesse de rotation plus grande que le bas de tour, parce qu'il est plus éloigné de l'axe. Ainsi, lorsqu'il tombera avec le mouvement composé de cette vitesse et de la pesanteur, il devra devancer un peu la verticale dans le sens du mouvement de la terre, et, parconséquent après sa chute il sera un peu écarté de la tour vers l'orient ; c'est ce que l'expérience confirme.

On a calculé, d'après les lois de la mécanique, l'étendue de cet écart pour diverses hauteurs, et la théorie s'est trouvée parfaitement conforme aux résultats observés (a).

136. Lorsque Copernic, renouvellant les idées des anciens philosophes, présenta le système du mouvement de la terre, on lui objecta, que les corps dans leur chute ne participant plus à ce mouvement, devraient rester en arrière et s'écarter vers l'occident de la verticale. Mais quand les lois du mouvement furent mieux connues, on sut que les corps doivent conserver dans leur chute la vitesse horizontale résultante de la rotation de la terre, à

(a) Voyez la note 7 à la fin du livre.

laquelle ils participaient d'abord. On conclut de-là que les corps devaient tomber précisément au pied de la verticale. Enfin, lorsque les principes de la mécanique ont été encore plus approfondis, on a reconnu de nouveau qu'il devait y avoir une déviation, mais opposée à celle que l'on imaginait d'abord, et dirigée vers l'est. C'est ainsi que souvent les connaissances se perfectionnent et se rectifient en passant par des erreurs.

Il n'est pas tems encore de faire ressortir toute la force des indices que nous venons de recueillir sur la rotation de la terre. Les phénomènes, en se multipliant, nous amèneront de nouvelles preuves qui établiront enfin la réalité de ce mouvement d'une manière incontestable. Mais nous devons dès à présent conclure que, s'il n'est pas encore décidément prouvé par ces phénomènes, il en devient, du moins, extrêmement probable.

CHAPITRE XV.

Manière de fixer la position des différens points de la surface terrestre.

137. Lorsqu'on veut représenter exactement la configuration d'un terrein, et fixer la position des principaux objets qui y sont situés, on lie ces objets par des triangles dont on mesure les angles et dont on calcule les côtés; cela s'appelle *lever un plan.*

Si le terrain que l'on doit mesurer est considérable, par exemple, s'il s'agit d'une province ou d'un grand pays, on le traverse d'un bout à l'autre par une méridienne, que l'on trace suivant les procédés que nous avons indiqués. On trace ensuite, perpendiculairement à cette méridienne, d'autres courbes, que l'on décrit de la même manière; avec cette seule différence que leur premier côté est perpendiculaire au méridien céleste, au lieu de lui être parallèle. Ces courbes se nomment des *perpendiculaires à la méridienne.* La situation d'un objet est déterminée lorsque l'on connaît la perpendiculaire sur laquelle il se trouve, et sa position sur cette perpendiculaire.

C'est ainsi qu'a été construite la grande *carte de France, par Cassini.* Tous les points en sont rapportés à la méridienne qui passe par l'Observatoire de Paris. Le lieu précis de chaque point se détermine par deux élémens: 1°. sa distance à la méridienne, distance qui se mesure sur la perpendiculaire; 2.° l'arc de la méridienne com-

pris entre la perpendiculaire et l'Observatoire de Paris. C'est une sorte de réseau, étendu sur la surface terrestre, et dont les fils servent de guides pour retrouver la position des lieux.

138. Les perpendiculaires à la méridienne, ne sont pas des parallèles à l'équateur. Elles ont avec ces parallèles une propriété commune, qui est, de couper le premier méridien à angles droits. Mais les parallèles conservent cette propriété, à l'égard de tous les autres méridiens; au lieu que les perpendiculaires n'en jouissent que par rapport au premier. Si l'on considère la terre comme une sphère, les perpendiculaires à la méridienne sont des arcs de grands cercles, dont le plan passe par le centre de cette sphère.

Quelle que soit la figure de la terre, on décrira des parallèles à l'équateur, en prenant sur les divers méridiens des points situés à la même latitude; et on décrira des perpendiculaires à la méridienne, en suivant le procédé que nous avons donné plus haut, pour la méridienne elle-même. (a)

Les courbes tracées de cette manière ne peuvent être des cercles que si la terre est sphérique. Si sa surface, sans être sphérique, est de révolution, ces courbes seront

(a) A parler rigoureusement la méridienne tracée par les observations géodésiques, diffère un peu du méridien terrestre. En effet, rappelons-nous la définition de ce méridien. Si l'on conçoit un plan qui passe par l'axe de l'équateur et par le zénith d'un lieu de la terre, ce plan prolongé jusqu'au ciel y tracera la circonférence d'un grand cercle, qui sera le méridien du lieu; et tous les points de la terre qui auront leur zénith sur cette circonférence, seront sous le même méridien céleste. La suite de ces points sera donc un méridien de la terre. Or, pour que ces conditions soient remplies, il suffit que

encore planes, mais non circulaires. Enfin, si la terre est un sphéroïde irrégulier, elles cesseront d'être comprises dans un même plan, et formeront ce que l'on appelle des *courbes à double courbure*. Mais dans tous les cas, elles auront la propriété d'être les plus courtes que l'on puisse mener, entre deux points donnés, sur la surface de la terre. Elles mesurent par conséquent la distance itinéraire des lieux; et voilà pourquoi on en fait usage dans les cartes géographiques.

139. Les opérations du tracé sont bornées à des étendues trop petites, par rapport aux dimensions totales de la terre. Il est impossible de prolonger ces courbes à travers les mers, d'un continent à un autre; on y supplée par des observations astronomiques.

Pour connaître la situation d'un lieu sur la surface terrestre, il suffit de connaître le parallèle sur lequel il se trouve, et sa position sur ce parallèle. Tout se réduit donc à déterminer ces deux élémens.

Le parallèle se détermine par l'observation de la latitude ou de la distance à l'équateur. Nous avons donné plus haut les moyens de l'obtenir.

La position du lieu sur le parallèle, se trouve en calcu-

---

toutes les verticales de ces différens points soient parallèles au plan du méridien céleste; car, à cause de l'immense distance de la sphère céleste, ces verticales concourront dans le ciel sur la même circonférence. Si l'on suppose que la terre est sphérique, le méridien terrestre, d'après cette condition, se confond avec la ligne que donnent les mesures géodésiques; cela arrive encore si la terre est de révolution. Mais il n'en est plus ainsi lorsqu'on lui suppose une forme irrégulière. Toutefois, dans l'état actuel des choses, la différence est si petite que l'on peut se dispenser d'y avoir égard.

lant sa distance à un méridien connu. Pour cela on en choisit un, à volonté, que l'on suppose fixe, et que l'on nomme *premier méridien.* Ce sera, par exemple, celui qui passe par Paris. Si l'on imagine plusieurs autres méridiens menés par les divers points d'un même parallèle, ils feront des angles plus ou moins grands avec le premier. Chaque point sera donc distingué des autres par l'angle qui lui est propre et qui fixe sa position sur le parallèle. Cet angle se nomme la *longitude du lieu.* Sa mesure est l'arc de l'équateur compris entre les deux méridiens. La *longitude* est *orientale* ou *occidentale*, selon que le lieu est situé à l'orient ou à l'occident du premier méridien.

Or c'est une propriété générale que deux points de la terre qui diffèrent en longitude, comptent au même instant des heures différentes. Par exemple, si l'angle qui les sépare est la vingt-quatrième partie de la circonférence, ou quinze degrés sexagésimaux, lorsque le soleil sera arrivé au méridien le plus oriental, il sera encore éloigné de l'autre de 15° ou de la 24e partie du jour. Les habitans de cette partie de la terre n'auront donc pas encore midi, mais onze heures du matin. Ils ne compteraient que 10 heures si l'angle des deux méridiens était de 30°. En général le retard est proportionnel à cet angle (a).

C'est ainsi que les matelots de Magellan, lorsqu'ils revinrent en Portugal, après avoir fait le tour de la terre, comptaient, à bord de leur vaisseau, un jour de moins que dans le port d'où ils étaient partis. En effet, tandis que le méridien du port restait fixe, ces navigateurs

(a) J'emploie encore ici la division ordinaire du jour en 24 heures, pour ne pas trop compliquer les difficultés dans ces commencemens.

CHAPITRE XIV.

Conséquences physiques de l'aplatissement de la terre.

132. Quoique l'aplatissement de la terre soit une quantité très-petite, sa connaissance est extrêmement importante à cause des conséquences qu'elle entraîne.

Et d'abord, on voit que la pesanteur, toujours perpendiculaire à la surface, ne tend plus au centre de la terre. Ses directions s'en écartent d'une quantité très-petite, du même ordre que l'aplatissement. Il y a donc une liaison, un rapport nécessaire, entre la forme de la terre et la pesanteur. En suivant cette liaison, nous parviendrons peut-être à découvrir d'où vient cet aplatissement lui-même, et à quelle cause probable on peut l'attribuer.

133. En considérant la pesanteur d'une manière générale, nous voyons qu'elle agit sur tous les corps terrestres comme par une sorte d'*attraction* qui les sollicite vers la terre, et tend à les y précipiter. Cette force subsiste au sommet des montagnes et dans les cavités les plus profondes. On peut donc considérer la terre entière comme composée d'une infinité de particules matérielles réunies et concentrées par la pesanteur.

Si ces particules n'ont pas toujours formé une masse solide, si elles se sont trouvé autrefois dans un état de mollesse qui donnait plus de liberté à leurs mouvemens, elles ont dû s'arranger d'elles-mêmes, comme l'exi-

méridien, quelque part qu'on la transporte ensuite, il en sera toujours de même ; et lorsqu'elle marquera $0^h, 0', 0''$, on sera sûr que l'étoile dont il s'agit passe au premier méridien. Il suffira donc d'attendre que cette étoile passe au méridien du lieu où l'on se trouve, et de voir l'heure que l'horloge indique : ce sera la distance des deux méridiens exprimée en tems, et on en déduira aussitôt celle des longitudes.

On est obligé, dans cette estimation, d'avoir égard aux petits mouvemens particuliers que l'on a remarqués dans les étoiles, et qui font varier un peu l'heure de leur retour au méridien ; mais dans l'état actuel de l'astronomie, ces mouvemens sont très-exactement connus, et il est facile d'y avoir égard. On emploie aussi, avec des corrections analogues, les mouvemens de la lune et du soleil.

Je ferai connaître plus tard, avec détail, l'extrême perfection que l'on a donnée à ces diverses méthodes, et l'usage qu'on en fait pour trouver la longitude tant sur mer que sur terre. Mon dessein, dans ces commencemens, est seulement d'indiquer les procédés. Cependant, comme la détermination de la latitude par la hauteur du pôle est un élément nécessaire de toutes les recherches astronomiques, je donnerai dès à présent, une idée des moyens que l'on emploie pour l'obtenir très-exactement.

142. Quand on veut déterminer la latitude d'un lieu par les observations des étoiles circompolaires, plusieurs causes d'erreurs peuvent affecter les résultats. On a d'abord à craindre l'inexactitude même de l'instrument, qui peut donner quelques secondes d'erreur sur la distance de l'étoile au zénith. Il est également possible que l'on commette une petite erreur sur l'instant du passage de l'astre dans le plan du méridien. Enfin, on peut craindre

quelque incertitude de la part des réfractions, dont la loi n'est pas encore aussi exactement connue qu'on pourrait le désirer, dans des recherches aussi délicates.

Chacune de ces causes d'erreur exige une méthode de corrections particulières.

On éviterait la première si l'instrument qui sert à mesurer les angles était construit de manière à pouvoir répéter et multiplier l'angle que l'on veut observer, de manière à ne pas indiquer cet angle lui-même, mais le double, le triple, ou tel autre multiple que l'on voudra. Car alors, pour avoir l'angle cherché, il faudrait prendre la moitié, le tiers ou le quart de celui que l'instrument indique, et si l'erreur de ses divisions était, par exemple, une seconde de degré, elle ne serait que d'une demie, un tiers ou un quart de seconde dans le résultat final. Tel est le but et l'effet du *cercle répétiteur de Borda*.

Cet instrument n'est pas destiné à rester fixe et immobile, comme le mural, dans le plan du méridien. Il ne donne donc pas directement la hauteur méridienne des astres. Mais il sert à mesurer leurs distances au zénith, avant et après le passage au méridien; et d'après ces observations, on peut calculer la hauteur que les astres doivent avoir quand ils se trouvent dans ce plan.

On conçoit en effet que les étoiles décrivant des cercles parallèles à l'équateur, il doit y avoir une certaine liaison entre leurs positions successives. La géométrie fait connaître ces rapports, et chaque distance observée de l'astre au zénith à un instant connu, donne une valeur de la hauteur méridienne, telle qu'on l'aurait observé directement au mural (a).

(a) Méthodes analytiques pour la détermination d'un arc du méridien, par Delambre, pages 47 et 153.

Si toutes les observations étaient parfaitement ex
elles donneraient toutes exactement la même ha
méridienne ; mais cela n'arrive jamais, et l'on ne
éviter, sur chacune d'elles, quelque petite inexact
Cependant, comme il n'est pas probable qu'on s
toujours trompé dans le même sens, il y a tout li
croire que quelques-uns de ces résultats sont trop
tandis que d'autres sont trop faibles. On les ajoute
tous ensemble, et on divise leur somme par leur nor
ce qui donne un résultat moyen plus exact, parce q
partie des erreurs ont dû s'entre détruire mutuelle

On évite par cette méthode les deux causes d'e
qui peuvent altérer la hauteur précise de l'étoile
passage, soit inférieur, soit supérieur. Ces deux pa
bien connus, on en déduit aisément la hauteur du
comme nous l'avons dit dans l'article 76. On peut
déterminer, en une nuit, la latitude d'un lieu, avec
coup de précision. Avant qu'on connût cette méth
on se bornait à observer immédiatement les passag
périeurs et inférieurs des étoiles circompolaires. Il
alors pour atteindre quelque exactitude, répéter les
observations un grand nombre de fois, et comme
pouvait observer au plus dans chaque nuit que deu
sages pour chaque étoile, la détermination de la la
exigeait plusieurs mois. Cette remarque suffit pour
sentir l'utilité et l'importance des nouveaux procé

Enfin, pour annuller autant que possible l'eff
petites variations que les réfractions peuvent subir
les différens tems de l'année, on choisit des observ
faites à diverses époques, et dans lesquelles ces
incertitudes doivent par conséquent se contrebalanc

143. C'est ainsi que Delambre et Méchain ont

miné les latitudes des divers points de l'arc du méridien terrestre, qu'ils ont récemment mesuré. C'est par les mêmes méthodes, en employant les passages supérieurs et inférieurs de l'étoile polaire et des étoiles nommées α et β de la petite-ourse, que ces illustres observateurs ont déterminé la hauteur du pôle à Paris, *chacun par* 1800 *observations*, et leurs résultats laissent à peine un quart de seconde d'incertitude, si l'on suppose les réfractions bien connues. Mais si l'on suppose, comme cela paraît probable, que la table des réfractions de Bradley, dont se servent les astronomes, doit être augmentée de $0^{o},0003$ à $5o^{o}$ de hauteur, il en résulte que la latitude donnée par Méchain et Delambre doit être diminuée de près d'une seconde sexagésimale, et la hauteur du pôle, à l'Observatoire National, sera de $48^{o},5o'$, $13''$ sexagésimales, au lieu de $14''$ secondes que donnent les réfractions de Bradley. Ce qui équivaut à $54^{o},26328$ de la division décimale. Cette différence d'une seconde n'est pas la septième partie de l'épaisseur des fils que l'on tend dans l'intérieur des lunettes, et ces fils sont plus fins que des cheveux. On peut maintenant se faire une idée de l'exactitude des observations modernes, en voyant que toute l'erreur dont elles est susceptible, porte sur de si petites quantités.

144. Lorsque l'on connaît la différence de longitude et de latitude de deux points de la terre, on peut calculer leur distance itinéraire dans le sens des méridiens et des parallèles. Mais il faut faire à ce sujet une remarque importante. Les degrés de latitude sont sensiblement égaux entre eux. Il n'en est pas de même des degrés de longitude, lorsqu'ils sont comptés sur des parallèles différens. Il est visible, en effet, que les parallèles diminuent de grandeur en approchant du pôle, d'où il suit que les

parties aliquotes de ces cercles, comme sont les degrés, diminuent dans le même rapport. Ainsi pour évaluer en degrés de l'équateur terrestre un certain nombre de degrés, minutes et secondes d'un parallèle connu, il faut multiplier ce nombre par les rapports des rayons du parallèle et de l'équateur, c'est-à-dire, par le cosinus de la latitude; car cette opération est la même que celle de l'article 83, pour la mesure des degrés des parallèles célestes; et dans la figure 36, où C est le centre de la terre, CE le rayon de l'équateur, OQ le rayon du parallèle, et EOZ ou ECO la latitude, le rapport $\frac{OQ}{CE}$ est le cosinus de l'angle OCE.

On trouvera à la fin de ce livre une table qui contient les degrés de longitudes, calculés en mètres, pour les différens parallèles, depuis 0° jusqu'à 100°.

145. Avec ces données on peut calculer la distance itinéraire de deux points quelconques de la terre, dont on connaît la longitude et la latitude. En effet, soient A et B ces deux lieux fig. 37. Leur plus courte distance sera l'arc de grand cercle AB, qui les joint. Soient AP, BP, leurs méridiens qui se coupent au pôle P; l'angle de ces plans sera connu, c'est la différence des longitudes. La distance des deux lieux au pôle P sera aussi connue, c'est le complément des latitudes AE, BE. Ainsi dans le triangle sphérique ABP, on connaîtra les deux côtés AB, BP, et l'angle P. On pourra donc calculer toutes les autres parties de ce triangle par les règles de la trigonométrie sphérique. On aura ainsi la longueur de l'arc AB, exprimé en degrés, et en prenant chaque degré sur le pied de 20 lieues marines, on aura la distance des deux points.

CHAPITRE

CHAPITRE XVI.

Manière de fixer la position des divers points du ciel.

146. La position des points de la sphère céleste se détermine, comme celle des points de la terre, par le moyen des méridiens et des parallèles. On choisit à volonté un premier méridien céleste qui passe par un certain point connu du ciel. Alors la position d'un astre quelconque se trouve déterminée par deux élémens. Le premier est la distance méridienne de l'astre à l'équateur, ou sa *déclinaison*. Le second est l'arc de l'équateur compris entre le premier méridien et celui qui passe par l'astre. Cet arc se nomme l'*ascension droite*. On le mesure par le tems qu'il emploie à traverser le méridien du lieu. Lorsqu'on connaît la déclinaison de deux astres, et leur différence d'ascension droite, il est facile de calculer leur plus courte distance sur la sphère céleste, c'est-à-dire, l'arc de grand cercle compris entre eux. Le calcul est absolument le même que pour les points situés sur la surface de la terre. On enchaîne ainsi les étoiles les unes aux autres, par des triangles sphériques qui fixent leurs positions respectives dans le ciel. On peut alors dresser des *catalogues d'étoiles* où ces positions sont marquées, et il devient facile d'assigner pour chaque lieu de la terre, d'après sa longitude et sa latitude, les aspects successifs que le ciel doit y présenter dans chacune de ses révolutions.

CHAPITRE XVII.

De la parallaxe des astres.

147. Le diamètre de la terre étant exactement connu en mètres et en lieues, les astronomes s'en servent comme d'une grande mesure pour évaluer les distances des corps célestes.

Pour montrer comment cela peut se faire, soit L l'astre fig. 38, C le centre de la terre, O, O′ deux points de sa surface situés sur le même méridien OO′. L'arc OMO′ sera connu en degrés, et par conséquent en lieues et en mètres. Supposons maintenant qu'il y ait dans ces deux points deux observateurs qui observent le centre de l'astre L au moment où il passe au méridien OO′, et qui déterminent les hauteurs HOL, H′O′L de cet astre sur les horizons OH et O′H′. La position respective des points O, O′, qui est connue, détermine la longueur de la droite OO′, et les valeurs des angles HOO′, H′O′O. En leur ajoutant les angles observés, on aura les deux angles LOO′, LO′O du triangle LOO′. La somme de ces derniers retranchée de deux angles droits, donnera l'angle O′LO, formé par les rayons visuels des deux observateurs. C'est celui sous lequel on verrait du centre de l'astre la ligne qui les joint. Cet angle se nomme la *parallaxe*. Avec ces données, on pourra calculer le côté LO en lieues et en mètres, par les règles de la trigonométrie, et formant ensuite le triangle LOC, on calculera de même

la distance SC, qui est celle de l'astre au centre de la terre.

148. Il n'est pas même absolument nécessaire que les deux observateurs soient placés sous le même méridien céleste, ce qui se rencontrerait rarement. Il suffit que l'on connaisse la différence de leurs longitudes et de leurs latitudes. Car, si l'astre observé n'a pas de mouvement en déclinaison, sa hauteur méridienne sera la même pour tous les points du même parallèle terrestre; et les deux observations pourront être employées, comme si elles avaient été faites sur un seul méridien, avec la même différence de latitude. Mais si l'astre a un mouvement propre, par lequel il s'éloigne ou s'approche de l'équateur, il faudra calculer la quantité dont il a marché dans ce sens, en passant du premier méridien au second Cette quantité retranchée de la seconde observation, donnera justement le résultat que l'on aurait obtenu sur le premier méridien à la même latitude.

149. Je ne dois pas dissimuler ici que chaque observateur pouvant se tromper de quelques secondes, quand il détermine la hauteur de l'astre sur l'horizon, il peut en résulter quelques secondes d'erreur dans la mesure de l'angle OLO'. De sorte que, si cet angle est lui-même d'un petit nombre de secondes, l'incertitude pourra aller au double ou au triple de sa valeur. On sera exposé à cet inconvénient quand l'astre sera fort éloigné, comme le soleil et les planètes; et la méthode précédente ne pourra servir qu'à montrer leur grand éloignement; mais relativement à la lune, pour laquelle l'angle OSO' est de plus de 1°, on n'aura rien à craindre de semblable; car, une petite erreur de quelques secondes ne ferait pas sur la valeur de cet angle, un effet sensible. Aussi a-t-on

employé ce procédé pour calculer la distance de la lune à la terre. Quant aux planètes, excepté Mars, on a déterminé leurs parallaxes par d'autres moyens, que je ferai connaître par la suite. Pour les étoiles, leur parallaxe est si petite que quelque soin qu'on ait mis à cette recherche, on n'a jamais pu l'apprécier. On la regarde donc comme tout-à-fait insensible, et on considère les rayons visuels menés des différens points de la terre à une même étoile, comme étant tout-à-fait parallèles.

150. Lorsqu'un astre a une parallaxe sensible, les différens observateurs répartis sur la surface de la terre, ne le rapportent pas au même point du ciel. Car, soit L cet astre, fig. 39, C le centre de la terre, O, O' deux observateurs placés sous le même méridien céleste, OL, O'L les rayons visuels menés de leurs yeux à l'astre. Comme on rapporte toujours les objets sur le prolongement de ces rayons, le premier observateur verra l'astre en l sur la sphère céleste ; le second le verra en l' ; la différence de ces deux résultats dépendra de la grandeur de l'angle OLO', c'est-à-dire, de la parallaxe.

Si c'est la lune qui est en L, et que le soleil soit en S, beaucoup plus loin du centre de la terre, les deux observateurs verront, en même-tems, ces deux astres, et apercevront la distance qui les sépare. Mais au point E, situé sur la ligne SL, qui joint leurs centres, cette distance paraîtra nulle, et le soleil sera éclipsé. Ainsi, lorsqu'un nuage passe entre nous et le soleil, nous nous trouvons plongés dans l'ombre, tandis que nous voyons des lieux éloignés, éclairés de toute sa lumière.

151. Pour éviter les irrégularités résultantes de ces différens aspects, et rendre les observations comparables, les astronomes les rapportent au centre de la terre ; et ils regardent comme les véritables positions des astres, celles

qui seraient observées de ce point. Soit O, fig. 40 la position de l'observateur. S'il mesure la hauteur de l'astre L sur l'horizon OH, il la trouvera égale à l'angle LOH. Cette même hauteur, prise du centre de la terre sur le même horizon, c'est-à-dire, sur un plan parallèle, serait égale à LCH. La différence LCE de ces hauteurs est égale à l'angle CLO, c'est-à-dire, à la parallaxe de l'astre. Et l'on voit qu'*en général, pour avoir la hauteur d'un astre prise du centre de la terre, lorsqu'on connaît cette hauteur observée à la surface, il suffit d'ajouter la parallaxe à la hauteur observée.* L'effet de la parallaxe est donc d'abaisser les astres dans les verticaux où ils se trouvent, ce qui est le contraire de la réfraction qui les fait paraître trop élevés.

152. Cet abaissement n'est pas le même pour toutes les hauteurs. Il est le plus grand possible à l'horizon, comme en OLC, fig. 41. L'angle OLC se nomme *la parallaxe horizontale.* L'erreur diminue à mesure que l'astre s'élève, enfin elle est nulle lorsqu'il arrive au zénith, parce que le rayon mené du centre de la terre se confond alors avec la verticale. La loi de cette diminution est facile à déterminer par les règles de la trigonométrie; et l'on trouve que le sinus de la parallaxe correspondante à une hauteur quelconque, ou selon le langage astronomique, *la parallaxe de hauteur, est égale au produit de la parallaxe horizontale, par le sinus de la distance au zénith.*

153. D'après cette loi, il est facile de trouver la parallaxe horizontale d'un astre, lorsqu'on l'a observé en même tems de deux points de la surface de la terre, situés sous le même méridien; et le calcul indique pour cela la règle suivante: *cherchez l'angle que forment entre eux*

les rayons visuels menés des observateurs à l'astre, et divisez-le par la somme des distances de l'astre au zénith. Le quotient est la parallaxe horizontale. On la trouve également, par la même règle, lorsque les observations sont faites sous des méridiens différens; il faut seulement y faire les corrections convenables..

C'est ainsi que Lacaille a déterminé la parallaxe horizontale de Mars, en comparant ses propres observations faites au cap de Bonne-Espérance, par 37°,6852 de latitude australe, avec celles de Wargentin à Stockholm, par 65°,9444 de latitude boréale. La parallaxe de Mars était sensible; car en comparant cette planète à une même étoile, (du verseau.) Lacaille la voyait au nord de l'étoile, et Wargentin la voyait au midi (a).

Cette méthode suppose que la parallaxe horizontale est la même pour les deux observateurs; or cette parallaxe est l'angle sous lequel on verrait, du centre de l'astre, le rayon terrestre qui correspond à chaque observateur. Cet angle ne peut être le même que dans le cas où tous les rayons seraient égaux entre eux, c'est-à-dire, en supposant la terre sphérique. Cette différence est sensible pour la lune, comme on le verra par la suite, et il est nécessaire d'y avoir égard. Ainsi cet astre nous indique l'ellipticité de la terre, par les variations de la parallaxe dans les différens lieux; comme il nous en avait fait connaître la rondeur par ses éclipses.

En divisant le demi diamètre apparent d'un astre, par sa parallaxe horizontale, on a le rapport de son rayon au rayon de la terre. Car, la parallaxe horizontale, n'est autre chose que le demi diamètre apparent de la terre, pour un observateur qui serait placé au centre de l'astre;

(a) Voyez la note 8 à la fin du livre.

et à distances égales, les dimensions des corps sont proportionnelles à leurs diamètres apparens. On peut donc évaluer de cette manière les dimensions et le volume des corps célestes.

154. La parallaxe du soleil est si petite que les astronomes ont ignoré pendant long-tems sa valeur. Enfin, on a réussi à la déterminer; non pas par l'observation immédiate, qui eût été sujette à trop d'inexactitude; mais d'après certains rapports, qui existent entre les distances des diverses planètes, et de la terre elle-même, au centre du soleil. On sent que cette méthode indirecte, n'a pu être inventée, qu'après que l'on a connu, avec beaucoup d'exactitude, les mouvemens planétaires. C'est pourquoi je l'exposerai plus tard. La parallaxe du soleil, qu'on en a déduite, est égale à 26″,4205. (8″,58 sex.) ce qui donne, pour la distance de cet astre à la terre à 24096 rayons terrestres, ou plus de trente-quatre millions de lieues. On ne pouvait rien obtenir de précis sur les dimensions du système solaire, tant qu'il restait quelque incertitude sur cet élément. Par conséquent si l'on voulait suivre réellement la marche d'invention, il faudrait d'abord faire abstraction de cette valeur jusqu'à l'époque où elle a pu être déterminée, et revenir ensuite sur tous les résultats. Mais cette marche rétrograde serait embarrassante et peu méthodique. Il nous suffira d'avoir remarqué combien elle est fréquente en astronomie; et nous supposerons toujours dans les résultats dont nous ferons usage, qu'on y a corrigé l'effet de la parallaxe solaire, d'après la valeur que nous venons de rapporter.

Les propositions exposées dans ce chapitre étant d'un usage continuel dans les recherches d'astronomie, j'ai cru devoir en donner la démonstration par le calcul, dans une note que l'on trouvera à la fin de ce livre.

NOTES
DU LIVRE PREMIER.

NOTE 1.ere

Sur la mesure des hauteurs par les observations du baromètre.

Comme la mesure des hauteurs par les observations du baromètre, peut être d'une très-grande utilité, je vais entrer à ce sujet dans quelques détails.

Concevons un tube rempli d'air, qui communique depuis le niveau des mers jusqu'aux limites de l'atmosphère. La densité de cet air ira en décroissant de bas en haut par une dégradation insensible. mais pour faciliter le raisonnement, nous le supposerons divisé en une infinité de petites couches fort minces, par exemple, d'un millimètre de hauteur; de sorte que la densité sera sensiblement la même dans toute l'étendue de chaque couche, et diminuera d'une couche à l'autre. Alors, si l'on porte un baromètre successivement dans chacune de ces couches, à diverses hauteurs, il y aura un certain rapport entre les hauteurs représentées par $x\ x_1\ x_2\ x_3$... et les élévations du mercure dans le baromètre représentées par $H\ H_1\ H_2\ H_3$... C'est ce rapport qu'il s'agit de déterminer.

Pour cela je remarque que l'épaisseur de la première couche est exprimée par $x_1 - x$. L'abaissement du mercure en s'élevant au-dessus de cette couche est $H - H_1$, par conséquent à cet élévation une colonne d'air qui a pour hauteur $x_1 - x$ pèse autant qu'une colonne de mercure de même dimension, et ayant pour hauteur $H - H_1$. Ainsi la densité,

de cette couche comparée à celle du mercure est $\frac{H-H_1}{x_1-x}$, car les densités sont réciproques aux volumes, à poids égal.

Mais d'un autre côté, à température égale, la densité de chaque couche est proportionnelle au poids comprimant; c'est-à-dire, au poids des couches supérieures, toujours indiqué par la hauteur du mercure dans le baromètre. La densité de la première couche est donc proportionnelle à H, et peut être représentée par CH; C étant un coefficient constant pour toute la colonne d'air, supposée partout d'une égale température. On devra donc égaler ces deux expressions de la densité de l'air, et l'on aura :

$$CH = \frac{H-H_1}{x_1-x}$$

d'où l'on tire

$$H_1 = H\left\{1 - C(x_1 - x)\right\}$$

La même relation subsistera dans le passage de la seconde couche à la troisième, de la troisième à la quatrième, et ainsi de suite; de sorte que l'on aura les équations :

$$H_1 = H\left\{1 - C(x_1 - x)\right\}$$

$$H_2 = H_1\left\{1 - C(x_2 - x_1)\right\}$$

$$H_3 = H_2\left\{1 - C(x_3 - x_2)\right\}$$

$$H_4 = H_3\left\{1 - C(x_4 - x_3)\right\}$$

Ou en représentant par D l'épaisseur de la couche, qui est supposée toujours la même.

$$H_1 = H\left\{1 - CD\right\}$$

$$H_2 = H_1\left\{1 - CD\right\}$$

$$H_3 = H_2\left\{1 - CD\right\}$$

$$H_4 = H_3\left\{1 - CD\right\}$$

D'où l'on tirera les valeurs suivantes :

$$H_1 = H\left\{1 - CD\right\}$$

$$H_2 = H\left\{1 - CD\right\}^2$$

$$H_3 = H\left\{1 - CD\right\}^3$$

$$H_4 = H\left\{1 - CD\right\}^4$$

Et l'on aura entre les différences de niveau, et les abaissemens du mercure, les séries correspondantes

$$x_1 - x = D \qquad \frac{H_1}{H} = \left\{1 - CD\right\}$$

$$x_2 - x = 2D \qquad \frac{H_2}{H} = \left\{1 - CD\right\}^2$$

$$x_3 - x = 3D \qquad \frac{H_3}{H} = \left\{1 - CD\right\}^3$$

$$x_4 - x = 4D \qquad \frac{H_4}{H} = \left\{1 - CD\right\}^4$$

Comme la quantité 1—CD est nécessairement une fraction, on voit que *quand les hauteurs au-dessus de la première station croissent en progression arithmétique, les élévations du mercure dans le baromètre décroissent en progression géométrique.*

Pour arriver à ce résultat, nous avons supposé que chaque couche d'air, d'un millimètre de hauteur, était partout d'une égale densité. Cette supposition n'est pas vraie à la rigueur, mais elle approche d'autant plus de la vérité que l'épaisseur des couches est moindre. Or, au lieu de prendre un millimètre pour cette épaisseur, nous pouvions prendre un centième de millimètre, ou telle autre dimension plus petite, ce qui aurait diminué l'erreur indéfiniment, et nous serions encore parvenus aux mêmes conséquences. Ainsi la loi que nous venons de découvrir est vraie en elle-même, et indépendamment de toute supposition, c'est ce que le calcul va confirmer.

Si l'on représente par n le rang d'un terme quelconque, dans les deux séries précédentes, et que l'on prenne la valeur de n; ce qui se fera, dans la seconde série, au moyen des logarithmes, on trouve

$$n = \frac{x_n - x}{D} \qquad n = -\frac{(LH - LH_n)}{L(1 - CD)}$$

d'où l'on tire :

$$x_n - x = \frac{-D}{L(1-CD)}(LH - LH_n)$$

$x_n - x$ est la différence de niveau dans les deux stations ; pour plus de simplicité, nous la désignerons par X. H_n est la hauteur du mercure qui répond à la station la plus élevée ; nous la représenterons par h : on aura alors,

$$X = \frac{-D}{L(1-CD)} \cdot \{ LH - Lh \}$$

La valeur de X semble dépendre de l'épaisseur D que nous avons supposée aux diverses couches d'air ; mais dans le fait elle n'en dépend pas. En effet, si l'on développe le logarithme de $1 - CD$, on a

$$L(1-CD) = -\frac{1}{M}\left\{ CD + \frac{C^2D^2}{2} + \frac{C^3D^3}{3} \text{ etc.} \right\}$$

M étant le module des tables ordinaires, ou 2,3025850929 94, par conséquent,

$$\frac{-D}{L(1-CD)} = \frac{M}{C + \frac{C^2D}{2} + \frac{C^3D^2}{3} + \text{etc.}}$$

L'épaisseur D est supposée extrêmement petite ; pour atteindre la dernière rigueur, il faut la faire tout-à-fait nulle, ce qui donne

$$\frac{-D}{L(1-CD)} = \frac{M}{C}$$

Alors ce coefficient devient indépendant de D ; et l'on doit voir maintenant, qu'en différant jusqu'ici à supposer cette quantité nulle, nous n'avons fait que nous ménager la possibilité d'établir le raisonnement, et d'effectuer les calculs.

D'après ce résultat on aura la formule :

$$X = \frac{M}{C} \cdot \{ LH - Lh \}$$

C'est-à-dire que *la différence de niveau est proportionnelle à la différence des logarithmes des hauteurs du mercure, dans le baromètre.*

Il ne reste plus à connaître que le coefficient C. Or, en représentant par δ la densité de l'air, celle du mercure étant l'unité, on a ; d'après ce qui précède, $\delta = CH$.

H étant la hauteur du mercure dans le baromètre. On obtiendrait

donc la valeur de C si l'on avait, par des expériences très-exactes, les rapports de densité de l'air et du mercure, sous une pression donnée de l'atmosphère.

La valeur de C n'est pas la même à toute température, parce que l'élasticité de l'air augmente par la chaleur, de sorte qu'avec une densité moindre, il peut soutenir la même pression. On a trouvé par expérience, qu'à pression égale, la dilatation de l'air est à fort peu près, proportionnelle à l'accroissement de température; de sorte qu'en représentant par 1 son volume, pris à 0° du thermomètre centigrade, ce volume à t degrés du même thermomètre, devient

$$1+\frac{t}{250}$$

la densité δ qui est toujours réciproque au volume, décroît donc dans le même rapport et devient

$$\frac{\delta}{1+\frac{t}{250}}$$

par conséquent si l'on désigne par C et C' les valeurs de C, correspondantes aux degrés 0 et t, la pression H restant la même, on aura

$$\delta = CH \qquad \frac{\delta}{1+\frac{t}{250}} = C'H$$

ce qui donne

$$C' = \frac{C}{1+\frac{t}{250}}$$

et par conséquent

$$X = \frac{M}{C}\cdot\left\{1+\frac{t}{250}\right\}\left\{LH-Lh\right\}.$$

de cette manière le coefficient C étant calculé pour la température de 0°, il suffira de l'introduire dans cette formule; et elle pourra servir à toute température.

Cependant pour la rendre tout à fait applicable, il faut encore y faire une légère modification. Nous avons supposé la température uniforme, dans toute l'étendue de la colonne d'air que l'on veut mesurer. Cette supposition est sensiblement vraie, à de petites hauteurs; elle cesse de l'être à de plus grandes élévations, et il est de fait qu'à mesure que l'on monte, la température s'abaisse. Pour cor-

ger autant que possible l'influence de cette variation, il convient de prendre pour température de la colonne d'air, la moyenne entre celles que l'on a observées aux deux extrémités. Nous la représenterons par $\frac{T+t}{2}$; T étant celle qui répond à la station inférieure où la hauteur du thermomètre égale H, et t étant celle de l'autre station.

De plus, on sait que le mercure se condense par le froid et se dilate par la chaleur. Cette variation, lorsqu'elle n'est pas très-étendue, est à peu près proportionnelle au changement de température, et elle est de $\frac{1}{5412}$, pour chaque degré du thermomètre centigrade. Ainsi lorsque l'on observe le baromètre dans la station la plus froide, la colonne de mercure, qui s'est condensée, y doit paraître un peu plus courte, que si on l'avait observée dans la station inférieure sous la même pression. Pour ramener les choses au même terme, il faut augmenter la longueur de la colonne en raison de cette différence; et si cette longueur, réellement observée, est h, il faut prendre,

$$h\left\{1+\frac{T-t}{5412}\right\}$$

Avec toutes ces corrections la formule deviendra

$$X=\frac{M}{C}\left\{1+\frac{(T+t)}{500}\right\}L\left\{\frac{H}{h\left\{1+\frac{T-t}{5412}\right\}}\right\}$$

On n'a pas d'expérienees assez exactes pour déterminer le coefficient C, mais on peut le déduire des observations, en comparant les hauteurs du baromètre avec les différences de niveau, conclues des opérations trigonométriques. En calculant ainsi ce coefficient, d'après un très-grand nombre de mesures trigonométriques prises avec un soin extrême, Ramond, a trouvé,

$$\frac{M}{C}=18393^{\text{metres}}.$$

ce qui donne pour la formule définitive,

$$X=18393^{\text{metres}}.\left\{1+\frac{2(T+t)}{1000}\right\}L.\left\{\frac{H}{h\frac{(1+T-t)}{5412}}\right\}.$$

C'est la traduction de la méthode qui se trouve dans *l'exposition*

du système du monde (a). La valeur précédente de $\frac{M}{C}$ détermine les rapports des densités de l'air et du mercure, car on en tire

$$\delta = \frac{M\,H}{18593^{m}}.$$

On sait que $M = 2{,}3025850\,9$ si l'on prend $H = 0^{m},76$ (28 p. $0^{l},6$), ce qui est la hauteur moyenne du baromètre à Paris, on aura

$$\delta = \frac{1}{10510{,}5}$$

C'est-à-dire qu'à la température de la glace fondante, et sous une pression de soixante-seize centimètres ; le poids de l'air est à celui d'un pareil volume de mercure, dans le rapport de l'unité, à 10510,5.

Au moyen de la formule que nous venons de trouver, on déterminera facilement la hauteur des lieux, par les observations du baromètre ; mais il faudra que ces observations soient faites avec beaucoup de soin, répétées plusieurs fois et avec de très-bons instrumens. Avec ces précautions, on aura une approximation très-suffisante pour la plupart des recherches physiques et géographiques, où l'on n'a besoin de connaître la hauteur, qu'à quelques mètres près. Mais dans les opérations importantes et qui exigent de l'exactitude, comme le tracé d'un canal ou la détermination d'un point de partage, on ne peut se confier définitivement qu'aux mesures trigonométriques ; parce que les variations de l'amosphère modifiant extrêmement la hauteur du baromètre, pourraient conduire à des erreurs très-graves, lorsqu'il s'agit de petites quantités.

L'auteur de la *mécanique céleste* a proposé d'employer les observations du baromètre, conjointement avec la longitude et la latitude, pour déterminer la position des différens points de la surface terrestre. En effet, les deux coordonnées, jusqu'à présent en usage, déterminent seulement la projection des lieux sur la surface du globe ;

(a) *Système du Monde*, page 82. Il n'y a de changé que le coefficien $\frac{M}{C}$, que l'auteur avait d'abord supposé égal à $17971^{m},1$, et qu'il croit maintenant devoir porter à 18393^{m}, d'après les observations de Ramond. Ceci change un peu l'expression de la densité de l'air, comme on le verra tout-à-l'heure. C'est l'auteur lui-même qui a bien voulu me communiquer ces modifications.

elle ne font point connaître leur élévation, et la hauteur du baromètre servirait à l'indiquer. Pour cela il faudrait faire dans chaque lieu une série d'observations du thermomètre et du baromètre pendant plusieurs années, afin d'en déduire la température moyenne et la hauteur moyenne du mercure. Il faudrait de plus n'employer que des instrumens bien faits et comparables entre eux.

Un pareil travail, qui pourrait aisément s'étendre à toute l'Europe, donnerait pour cette belle partie de la terre un nivellement complet, et beaucoup plus étendu que ne le comportent les mesures trigonométriques. Il indiquerait parfaitement la direction des chaînes de montagnes, la pente des fleuves, et ferait partout sentir la forme du terrain beaucoup mieux que de simples descriptions. La géographie physique, trop peu cultivée parmi nous, en retirerait sans aucun doute une grande utilité.

Pour engager les observateurs à entreprendre ce travail, j'ai calculé la table suivante, qui donnera immédiatement l'élévation des lieux, d'après la hauteur moyenne du baromètre et du thermomètre.

La première colonne horizontale contient l'indication des températures moyennes, depuis 0° jusqu'à 20° du theromètre centigrade, ce qui répond à 0° et à 16° du thermomètre de Réaumur.

La première colonne verticale contient les hauteurs moyennes du baromètre, depuis $0^m,765$ (28 p. $3^l,1$) jusqu'à $0^m,70$ (25 p. $10^l,3$). Ces valeurs sont supposées corrigées de l'effet de la dilatation ou de la condensation au-dessus ou au-dessous de 12° ; c'est-à-dire que si la hauteur observée est h, et la température moyenne t, la hauteur corrigée et qu'il faut employer est

$$h' \left(1 + \frac{12 - t}{5412}\right).$$

J'ai choisi le terme de 12° parce que c'est celui de la température moyenne de Paris, où la hauteur moyenne du baromètre est de $0^m,76$ (28 p. $0^l,6$). J'ai étendu le calcul au dessus et au-dessous de ce terme, dans les limites nécessaires pour que cette table puisse servir dans tous les lieux habités de l'Europe, ou du moins dans la plus grande partie.

Quand on voudra en faire usage, on cherchera d'après les observations, la hauteur moyenne du baromètre. On y fera la petite correction relative à la dilatation ou à la condensation du mercure. On aura ainsi la valeur de h, et l'on cherchera dans la première

colonne verticale de la table, le nombre qui en approche le plus. Alors on suivra la ligne horizontale, correspondante à ce nombre, jusqu'à ce que l'on arrive à la colonne qui répond à la température moyenne du lieu. Le nombre que l'on trouvera, à la rencontre de ces deux colonnes, indiquera en mètres la hauteur du lieu au-dessus du niveau de Paris.

A Genève, par exemple, d'après les observations du célèbre Saussure, la température de la terre est égale à 12° du thermomètre centigrade, c'est-à-dire sensiblement la même qu'à Paris. La hauteur moyenne du baromètre dans cette ville, suivant M. Cotte, est de $0^m,7266$ (26 p. $10^l,1$). Ce résultat est conclu de quatorze années d'observations. La correction relative à la dilatation étant nulle, on peut consulter immédiattement la table, avec ces nombres, et l'on trouve $376^m,2$, pour l'élévation de Genève au-dessus du niveau de Paris (a).

Si l'on connaissait l'élévation de Paris au-dessus du niveau de la mer, il suffirait de l'ajouter aux résultats donnés par la table, pour avoir aussi la hauteur absolue de tous les autres lieux. Mais malheureusement ce résultat est sujet à beaucoup d'incertitudes, et l'on n'a pas d'opérations trigonométriques assez précises pour le déterminer bien exactement. Il en est de même des autres villes situées dans l'intérieur des terres, comme je m'en suis assuré. Cependant comme ce résultat est fort important, je vais essayer de le déduire des observations barométriques. J'emploierai pour cela celles de M. Shuckburg, qui paraissent avoir été faites avec beaucoup de soin. Elles donnent pour la hauteur moyenne du baromètre au niveau de l'océan, $0^m,7629$ (28 p. $2^l,2$), la température étant à 12°,8 du thermomètre

---

(a) Comme la table n'est calculée que de millimètre en millimètre, on aura égard aux fractions plus petites, en prenant les parties proportionnelles. Par exemple, la valeur de h pour Genève, étant $0^m,7266$, l'élévation de cette ville se trouve comprise entre $371^m,6$, qui répond à $0^m,727$ et $383^m,1$, qui répond à $0^m,726$, la différence est $11^m,5$ pour un millimètre, d'où l'on voit que la partie proportionnelle pour quatre dixièmes de millimètres est $\frac{4.\ 11^m,5}{10}$ ou $4^m,6$; qui ajoutés à $371,6$ donnent $376^m,2$ pour la hauteur de Genève.

centigrade.

centigrade. La hauteur moyenne du baromètre à Paris au niveau de la Seine, est, comme on l'a vu précédemment, $0^m,76$, et la température moyenne est 12°. En calculant d'après ces données, on trouve $50^m,83$, ou environ, 51^m pour la hauteur de la Seine à Paris au-dessus du niveau de l'Océan, et comme cette mesure est conclue d'observations très-précises, je crois qu'on peut la regarder comme assez exacte.

Au reste, quoique la correction de température, relative à la dilatation de l'air, soit indispensable pour mesurer des différences de niveau, dans le même pays et dans le même tems, il n'est cependant pas sûr qu'on doive l'employer lorsque l'on compare des pays très-éloignés les uns des autres, et que l'on prend la moyenne entre un grand nombre d'observations. En effet, la formule à laquelle nous sommes parvenus, suppose que la colonne d'air, dont on veut mesurer la hauteur, est en équilibre; et cet équilibre n'existe pas dans l'atmosphère, parce que le soleil échauffe inégalement ses diverses parties, et y produit des courans constans. Il est possible que ces différences de température changent seulement la hauteur de l'atmosphère, sans changer sa pression; et dans ce cas elles n'influeraient pas sur la hauteur du baromètre, si ce n'est par la petite dilatation du mercure, qu'il faut toujours corriger.

Dans cette supposition comment faut-il appliquer la formule, et quelle température moyenne faut-il employer? Si l'on veut négliger tout à fait cette correction, il faudra se borner aux résultats contenus dans la première colonne, qui suppose une température uniforme de 12°; mais on ne voit pas pourquoi cette supposition serait préférable à toute autre. Ces questions n'étant pas encore décidées, je me bornerai à en appeler sur cela à l'expérience. C'est pourquoi j'ai conservé à la table précédente toute son étendue, afin que les observateurs puissent apprécier les erreurs dont elle est susceptible, et aussi afin qu'ils puissent corriger la méthode en la comparant à des mesures trigonométriques, quand ils en auront l'occasion. Au reste, les résultats de cette table pourront être employés en toute assurance pour des pays peu éloignés les uns des autres, et dans tous les cas on devra les regarder comme une première approximation.

Je suis entré dans quelques détails sur ces déterminations, parce qu'elles peuvent être fort utiles à la géographie, et parce qu'il est très-important d'engager les observateurs à s'y livrer.

HAUTEUR du BAROMÈTRE.	DEGRÉS DU THERMOMETRE CENTIGRADE.									
	0°.	1°.	2°.	3°.	4°.	5°.	6°.	7°.	8°.	9°.
76,5	55,6	53,7	53,8	53,9	54,0	54,1	54,2	54,4	54,5	54,6
76,4	42,9	43,0	43,1	43,2	43,2	43,3	43,4	43,5	43,6	43,7
76,3	32,2	32,3	32,4	32,4	32,5	32,5	32,6	57,7	32,7	32,8
76,2	21,5	21,5	21,6	21,6	21,7	21,7	21,7	21,8	21,8	21,9
76,1	10,8	10,8	10,8	10,8	10,8	10,9	10,9	10,9	10,9	10,9
76,	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
75,9	10,8	10,8	10,8	10,8	10,9	10,9	10,9	10,9	10,9	11,0
75,8	21,6	21,6	21,7	21,7	21,7	21,8	21,8	21,8	21,9	21,9
75,7	32,4	32,4	32,4	32,5	32,6	32,6	32,7	32,8	32,8	32,9
75,6	43,3	43,5	45,4	43,5	43,6	43,6	43,7	43,7	43,8	43,9
75,5	54,0	54,1	54,2	54,3	54,4	54,5	54,6	54,7	54,8	54,9
75,4	64,8	65,0	65,1	65,2	65,4	65,5	65,6	65,7	65,8	65,9
75,3	75,7	75,8	76,0	76,1	76,3	76,4	76,6	76,7	76,9	77,0
75,2	86,6	86,7	86,9	87,1	87,2	87,4	87,6	87,7	87,9	88,1
75,1	97,4	97,6	97 8	98,0	98,2	98,4	98,6	98,8	99,0	99,2
75,	108,3	108,6	108,8	109,0	109,2	109,4	109,6	109,8	110,0	110,2
74,9	119,3	119,5	119,7	120,0	120,2	120,4	120,7	120,9	121,1	121,4
74,8	130,2	130,4	130,7	130,9	131,2	131,4	131,7	132,0	132,2	132,5
74,7	141,1	141,4	141,7	142,0	142,2	142,5	142,8	143,0	143,3	143,6
74,6	152,1	152,4	152,7	153,0	153,3	153,6	153,9	154,2	154,5	154,8
74,5	163,1	163,4	163,7	164,0	164,3	164,6	165,0	165,3	165,6	165,9
74,4	174,0	174,4	174,7	175,1	175,4	175,7	176,1	176,4	176,7	177,0
74,3	185,1	185,4	185,8	186,1	186,5	186,8	187,2	187,6	187,9	188,2
74,2	196,1	196,5	196,8	197,2	197,6	198,0	198,4	198,7	199,1	199,5
74,1	207,1	207,5	207,9	208,3	208,7	209,1	209,5	209,9	210,3	210,7
74,	218,1	218,6	219,0	219,4	219,9	220,3	220,7	221,1	221,5	222,0
73,9	229,2	229,7	230,1	230,6	231,0	231,4	231,9	232,3	232,7	233,1
73,8	240,3	240,8	241,2	241,7	242,2	242,6	243,1	243,6	244,0	244,5
73,7	251,4	251,9	252,4	252,9	253,3	253,8	254,3	254,8	255,3	255,8
73,6	262,5	263,0	263,5	264,0	264,5	265,0	265,5	266,1	266,6	267,1
73,5	273,6	274,1	274,7	275,2	275,7	276,3	276,8	277,3	277,9	278,4
73,4	284,7	285,3	285,9	286,4	287,0	287,5	288,1	288,6	289,2	289,7
73,3	295,9	296,5	297,0	297,6	298,2	298,8	299,3	299,0	300,5	301,1
73,2	307,1	307,7	308,3	308,9	310,6	310,0	310,6	311,2	311,8	312,4
73,1	318,3	318,9	319,5	320,1	320,7	321,3	322,0	322,6	323,2	323,8

HAUTEUR du BAROMÈTRE.	DEGRÉS DU THERMOMÈTRE CENTIGRADE.										
	10°.	11°.	12°.	13°.	14°.	15°.	16°.	17°.	18°.	19°.	20°.
76,5	54,7	54,8	54,9	55,0	55,1	55,2	55,3	55,4	55,5	55,6	55,7
76,4	43,8	43,8	43,9	44,0	44,1	44,2	44,3	44,4	44,4	44,5	44,6
76,3	32,9	32,9	33,0	33,0	33,1	33,2	33,2	33,3	33,4	33,4	33,5
76,2	21,9	22,0	22,0	22,0	22,1	22,1	22,2	22,2	22,2	22,3	22,3
76,1	11,0	11,0	11,0	11,0	11,0	11,1	11,1	11,1	11,1	11,2	11,2
76,	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
75,9	11,0	11,0	11,0	11,0	11,1	11,1	11,1	11,1	11,1	11,2	11,2
75,8	22,0	22,0	22,0	22,1	22,1	22,2	22,2	22,2	22,3	22,3	22,4
75,7	33,0	33,0	33,0	33,1	33,1	33,2	33,3	33,3	33,4	33,4	33,5
75,6	44,0	44,1	44,2	44,3	44,3	44,4	44,5	44,6	44,7	44,8	44,8
75,5	55,0	55,1	55,2	55,3	55,4	55,5	55,6	55,7	55,8	55,9	56,0
75,4	66,0	66,1	66,2	66,4	66,4	66,5	66,6	66,8	66,9	67,0	67,2
75,3	77,2	77,3	77,5	77,7	77,8	77,9	78,1	78,2	78,4	78,5	78,6
75,2	88,2	88,4	88,6	88,7	88,9	89,1	89,2	89,4	89,6	89,8	89,9
75,1	99,3	99,5	99,7	99,9	100,1	100,3	100,5	100,8	101,0	101,1	101,2
75,	110.5	110,7	110,9	111,1	111,3	111,5	111,7	111,9	112,1	112,4	112,6
74,9	121,6	121,8	122,1	122,3	122,5	122,7	123,0	123,2	123,4	123,7	123,9
74,8	132,7	133,0	133,2	133,5	133,7	134,0	134,2	134,5	134,7	135,0	135,3
74,7	143,9	144,2	144,4	144,7	145,0	145,2	145,5	145,8	146,1	146,3	146,6
74,6	155,1	155,4	155,6	155,9	156,2	156,5	156,8	157,1	157,4	157,7	158,0
74,5	166,2	166,6	166,9	167,2	167,5	167,8	168,1	168,5	168,8	169,1	169,4
74,4	177,4	177,8	178,1	178,5	178,8	179,1	179,5	179,8	180,1	180,5	180,8
74,3	188,6	189,0	189,3	189,7	190,1	190,4	190,8	191,2	191,5	191,9	192,2
74,2	199,9	200,3	200,7	201,0	201,4	201,8	202,2	202,6	202,9	203,3	203,7
74,1	211,1	211,5	211,9	212,3	212,7	213,2	213,6	214,0	214,4	214,8	215,2
74,	222,4	222,8	223,2	223,7	224,1	224,5	224,9	225,4	225,8	226,2	226,6
73,9	233.6	234,0	234,4	234,8	235,3	237,7	236,1	236,5	237,0	237,4	237,8
73,8	245,0	245,4	245,9	246,4	246,8	247,3	247,8	248,2	248,7	249,2	249,7
73,7	256,3	256,8	257,3	257,8	258,2	258,7	259,2	259,7	260,2	260,7	261,2
73,6	267,6	268,1	268,6	269,1	269,6	270,2	270,7	271,2	271,7	272,2	272,7
73,5	278,9	279,4	280,0	280,5	281,1	281,6	282,1	282,7	283,2	283,7	284,3
73,4	290,3	290,8	291,4	292,0	292,5	293,1	293,6	294,2	294,7	295,3	295,8
73,3	301,7	302,2	302,8	303,4	304,0	304,5	305,1	305,7	306,3	306,9	307,4
73,2	313,0	313,6	314,2	314,8	315,4	316,0	316,6	317,2	317,8	318,4	319,0
73,1	324,4	325,1	325,7	326,3	326,9	327,6	328,2	328,8	329,4	330,0	330,7

HAUTEUR du BAROMÈTRE.	DEGRÉS DU THERMOMÈTRE CENTIGRADE.									
	0°.	1°.	2°.	3°.	4°.	5°.	6°.	7°.	8°.	9°.
73	329,4	330,0	330,7	331,3	332,0	332,6	333,3	333,9	334,6	335,2
72,9	340,8	341,4	342,1	342,7	343,3	344,0	344,6	345,3	345,9	346,6
72,8	351,8	352,5	353,2	353,9	354,6	355,3	356,0	356,7	357,4	358,1
72,7	365,2	365,9	364,6	365,3	366,0	366,7	367,4	368,1	368,8	369,5
72,6	374,4	375,1	375,9	376,6	377,3	378,0	378,7	379,5	380,2	380,9
72,5	385,7	386,4	387,2	387,9	388,7	389,4	390,2	390,9	391,7	392,4
72,4	397,0	397,7	398,5	399,3	400,1	400,8	401,6	402,4	403,1	403,9
72,3	408,2	409,0	409,8	410,6	411,4	412,2	413,0	413,8	414,6	415,4
72,2	419,6	420,4	421,2	422,0	422,8	423,7	424,5	425,3	426,1	426,9
72,1	430,9	431,8	432,6	433,4	434,3	435,1	435,9	436,8	437,6	438,5
72	442,3	443,1	444,0	444,8	445,7	446,5	447,4	448,2	449,1	450,0
71,9	453,6	454,5	455,4	456,3	457,2	458,1	458,9	459,8	460,7	461,6
71,8	465,0	465,9	466,8	467,7	468,7	469,6	470.5	471,4	472,3	473,2
71,7	476,4	477,3	478,3	479,2	480,1	481,1	482,0	482,9	483,8	484,8
71,6	487,8	488,8	489,7	490,7	491,6	492,6	493,5	494,5	495,4	496,4
71,5	499,3	500,2	501,2	502,2	503,2	504,1	505,1	506,1	507,1	508,0
71,4	510,7	511,7	512,7	513,7	514,7	515,7	516,7	517,7	518,7	519,7
71,3	522,2	523,2	524,3	525,3	526,3	527,3	528,3	529,3	530,3	531,3
71,2	533,7	534,7	535,7	536,8	537,8	538,9	539,9	540,9	542,0	543,0
71,1	545,1	546,2	547,3	548,3	549,4	550,5	551,5	552,6	553,7	554,7
71	556,7	557,8	558,9	560,0	561,0	562,1	563,2	564,3	565,3	566,4
70,9	568,5	569,4	570,5	571,6	572,7	573,8	574,8	575,9	577,1	578,2
70,8	579,7	580,9	582,0	583,1	584,3	585,4	586,5	587,7	588,8	590,0
70,7	591,3	592,4	593,6	594,7	595,9	597,0	598,2	599,4	600,5	601,7
70,6	602,9	604,1	605,2	606,4	607,6	608,8	609,9	611,1	612,3	613,5
70,5	614,4	615,5	616,8	618,0	619,2	620,4	621,6	622,8	624,0	625,2
70,4	626,1	627,3	628,6	629,8	631,0	632,2	633,4	634,6	635,9	637,1
70,3	637,7	638,9	640,2	641,4	642,7	644,0	645,2	646,4	647,7	648,9
70,2	649,3	650,6	651,9	653,1	654,4	655,7	656,9	658,2	659,5	660,8
70,1	661,0	662,3	663,6	664,9	666,2	667,5	668,7	670,0	671,3	672,6
70	672,7	674,0	675,3	676,6	677,9	679,2	680,6	681,9	683,2	684,5

HAUTEUR du BAROMÈTRE.	DEGRÉS DU THERMOMETRE CETIGRADE.										
	10°.	11°.	12°.	13°.	14°.	15°.	16°.	17°.	18°.	19°.	20°.
73	335,8	336,5	337,1	337,8	338,4	339,1	339,7	340,4	341,0	341,6	343,3
72,9	347,3	348,0	348,6	349,3	349,9	350,6	351,3	351,6	352,6	353,3	353,9
72,8	358,7	359,4	360,1	360,8	361,5	362,2	362,9	363,5	364,2	364,9	365,6
72,7	370,2	370,9	371,6	372,3	373,0	373,7	374,4	375,2	375,9	376,6	377,3
72,6	381,7	382,4	383,1	383,9	384,6	385,3	386,1	386,8	387,5	388,3	389,0
72,5	393,2	393,9	394,7	395,4	396,2	396,9	397,7	398,4	399,2	399,9	400,7
72,4	404,7	405,5	406,2	407,0	407,8	408,6	409,3	410,1	410,9	411,7	412,4
72,3	416,2	417,0	417,8	418,6	419,4	420,2	421,0	421,8	422,6	423,4	424,2
72,2	427,7	428,6	429,4	430,2	431,0	431,8	432,7	433,5	434,3	435,1	435,9
72,1	439,3	440,2	441,0	441,8	442,7	443,5	444,4	445,2	446,1	446,9	447,7
72	450,8	451,7	452,6	453,4	454,3	455,2	456,0	456,9	457,7	458,6	459,5
71,9	462,5	463,4	464,3	465,1	466,0	466,9	467,8	468,7	469,6	470,5	471,3
71,8	474,1	475,0	475,9	476,8	477,7	478,6	479,5	480,4	481,3	482,2	483,2
71,7	485,7	486,6	487,6	488,5	489,4	490,4	491,3	492,2	493,1	494,1	495,0
71,6	497,4	498,3	499,3	500,2	501,2	502,1	503,1	504,0	505,0	505,9	506,9
71,5	509,0	510,0	511,0	511,9	512,9	513,9	514,9	515,8	516,8	517,8	518,8
71,4	520,7	521,7	522,7	523,7	524,7	525,7	526,7	527,7	528,6	529,6	530,6
71,3	532,4	533,4	534,4	535,4	536,4	537,5	538,5	539,5	540,5	541,5	542,6
71,2	544,1	545,1	546,2	547,2	548,2	549,3	550,3	551,4	552,4	553,4	554,5
71,1	555,8	556,9	557,9	559,0	560,0	561,1	562,2	563,2	564,3	565,4	566,4
71	567,5	568,6	569,7	570,8	571,9	572,9	574,0	575,1	576,2	577,3	578,4
70,9	579,3	580,4	581,5	582,6	583,7	584,8	585,9	587,0	588,2	589,3	590,4
70,8	591,0	592,2	593,3	594,4	595,6	596,7	597,8	599,0	600,1	601,2	602,4
70,7	602,9	604,0	605,1	606,3	607,5	608,6	609,8	610,9	612,1	613,2	614,4
70,6	614,6	615,8	617,0	618,2	619,4	620,5	621,7	622,9	624,1	625,2	626,4
70,5	626,4	627,6	628,8	630,0	631,2	632,4	633,6	634,8	636,0	637,2	638,4
70,4	638,3	639,5	640,7	642,0	643,2	644,4	645,6	646,9	648,1	649,3	650,5
70,3	650,2	651,4	652,6	653,9	655,1	656,4	657,6	658,9	660,1	661,4	662,6
70,2	662,0	663,3	664,6	665,8	667,1	668,4	669,7	670,9	672,2	673,4	674,7
70,1	673,9	675,2	676,5	677,8	679,1	680,4	681,7	682,9	684,2	685,5	686,8
70	685,8	687,1	688,4	689,8	691,1	692,4	693,7	695,0	696,3	697,7	699,0

NOTE II.

Sur le mouvement de translation du système planétaire.

Supposons le système planétaire en mouvement vers un certain point de l'espace, par exemple vers l'étoile λ de la constellation d'Hercule. Si nous nous tournons vers cette partie du ciel, les étoiles sembleront s'écarter, à droite et à gauche, à mesure que nous avancerons vers elles, et en les rapportant au plan de l'équateur par leurs méridiens, on devra y observer les apparences suivantes.

Les étoiles qui se trouvent à notre droite, devront s'écarter du méridien de λ, en allant de gauche à droite, ou d'orient en occident, dans le sens du mouvement diurne. Au contraire, celles qui se trouvent à notre gauche, devront s'écarter de ce même méridien en sens contraire du mouvement diurne, en allant de droite à gauche, ou d'occident en orient. Voyez la fig. 31, où E E' sont deux étoiles, et S S' deux positions successives du système planétaire.

Il y a si peu de tems que les observations astronomiques ont acquis de l'exactitude, que l'on n'a pas encore pu déterminer les mouvemens propres des étoiles, avec beaucoup de précision. Il est même probable que si, l'on cherchait à obtenir, dès-à-présent, quelques résultats sur cette matière, ils ne seraient pas exempts d'erreur. Je vais cependant essayer de le faire, plutôt pour montrer l'esprit de la méthode, que dans l'espoir de parvenir à des conséquences certaines.

Pour cela, je prendrai les observations de plusieurs étoiles, dans lesquelles on a cru reconnaître des mouvemens propres. Je désignerai par le signe + le mouvement de leur méridien d'occident en orient, et par le signe — les mouvemens qui se font d'orient en occident. Enfin, je supposerai que l'on a eu égard aux effets de la précession, de l'aberration et de la nutation.

Étoiles placées à notre droite depuis le méridien de λ jusqu'à 200° de distance.	Mouvement de leur méridien en 50 ans, de 1706 à 1756.	Étoiles placées à notre gauche depuis le méridien de λ jusqu'à 200° de distance.	Mouvement de leur méridien en 50 ans, de 1706 à 1756.
Gémeaux μ . . .	— 0°,0049.	Persée α	+ 0°,0049.
Sirius.	— 0°,0114.	Baleine α . . .	+ 0°,0049.
Castor	— 0°,0074.	Baleine β . . .	+ 0°,0099.
Procyon	— 0°,0102.	Cassiopée β . .	+ 0°,0105.
Pollux.	— 0°,0148.	Poissons γ . . .	+ 0°,0161.
Grande-Ourse ι	— 0°,0167.	Fomahant . . .	+ 0°,0065.
Hydre ξ	— 0°,0071,	Pegaze ξ	— 0°,0062.
Régulus	— 0°,0049.	Capricorne δ .	+ 0°,0074.
Grande-Ourse ε	— 0°,0102.	Capricorne γ .	+ 0°,0059.
Arcture	— 0°,0219.	Cigne ε	+ 0°,0055.
		Altair.	+ 0°,0099.

Toutes ces étoiles, à l'exception d'une seule, s'accordent, dans leur direction apparente, avec l'hypothèse de la translation du système solaire. A la vérité, on pourrait encore supposer que ces déplacemens leur sont propres, et qu'en réalité nous demeurons immobiles; mais alors il faudrait donc attribuer au hasard l'accord remarquable qui se trouve entre la direction de leur mouvement, et leur situation, par rapport à nous. Un pareil hasard, qui s'étendrait à toutes ces étoiles, serait bien peu vraisemblable. Il est beaucoup plus naturel de penser que cette translation est réelle; et alors il devient probable que l'étoile pegaze ζ, qui fait seule exception à la règle générale, a eu un mouvement en sens contraire; qui l'a déplacée dans le même intervalle de tems, d'une quantité sensible.

Les mêmes étoiles ont aussi des mouvemens apparens en déclinaison, et cela doit être ; car celles dont le système planétaire s'approche, doivent s'écarter en apparence dans tous les sens autour de la ligne qu'il décrit, et non pas seulement dans le sens de l'équateur ; celles, au contraire, dont il s'éloigne, doivent se rapprocher. C'est aussi ce que l'on trouve en calculant leurs distances, d'après leurs variations observées ; mais ces calculs seraient trop compliqués pour trouver place ici ; j'ai voulu sur-tout faire comprendre comment on a pu s'assurer du déplacement apparent ou réel de notre système planétaire. Les considérations dont j'ai fait usage, et les observations que je viens de rapporter, sont extraites d'un excellent mémoire de M. Prévost, professeur de philosophie à Genève. (Bibliothèque Britanique, tome XII.)

NOTE III.

Sur le calcul des réfractions atmosphériques.

D'après les expériences que l'on a faites sur la réfraction, il paraît qu'elle est due à une action propre que les corps exercent sur la lumière. Cette action n'est sensible qu'à de petites distances, et elle est tout à fait analogue à ce que les chimistes nomment *affinité*. Ce n'est pas que l'on sache si, réellement, les corps attirent ou repoussent la lumière, mais les phénomènes se passent comme si ces attractions et ces répulsions avaient lieu. Or, il n'en faut pas davantage pour la physique, qui ne s'occupe point de la nature des causes, mais de leurs effets, et cela suffit aussi au calcul qui, considérant cette attraction comme une force exercée par les corps, détermine les mouvemens qu'elle doit produire dans les particules de la lumière.

On est parvenu à déduire de ce seul principe toutes les lois de la réfraction et de la réflexion à la surface des corps. Voyez sur cela le Traité de Physique, tome 2, page 178 et suivantes.

Pour l'appliquer aux réfractions atmosphériques, il faut observer que la densité de l'air est par-tout sensiblement la même, pour les mêmes

hauteurs au-dessus du niveau de la mer. L'atmosphère peut donc être considérée comme composée d'une infinité de couches sphériques et concentriques, dont la densité va en diminuant depuis la surface de la terre. Lorsqu'un rayon lumineux entre dans une de ces couches, la force latérale qui tend à l'écarter de sa route agit également de tous les côtés ; elle doit donc l'attirer vers le centre de la couche, qui est aussi celui de la terre. Ainsi le rayon lumineux depuis son entrée dans l'atmosphère, est continuellement sollicité par une force attractive qui le détourne vers ce centre. Voyez figure 7.

Il suit de-là, d'abord, que la route du rayon est toute entière dans un plan vertical mené par l'astre et par l'œil de observateur; car un pareil plan passe aussi par le centre de la terre, et coupe en deux parties égales toutes les couches sphériques que traverse le rayon lumineux. Ce rayon ne peut donc jamais s'écarter de ce plan, puisqu'il n'y a aucune raison pour qu'il en sorte d'un côté plutôt que d'un autre. Il ne peut donc que s'y infléchir, en se courbant vers la surface terrestre.

Pour déterminer la loi de cette inflexion, considérons le rayon déjà entré dans l'atmosphère et passant d'une couche d'air dans la suivante. Il se trouve alors sollicité par deux forces contraires, l'attraction de la couche de laquelle il sort, celle de la couche où il entre. Celle-ci est la plus forte, parce qu'en approchant de la terre le pouvoir réfractif de l'air augmente en même tems que sa densité. Le rayon sollicité par ces attractions opposées se meut en vertu de leur différence, dans le sens de celle qui est la plus forte, et il s'infléchit vers la terre.

Or, en supposant connue la densité de l'air dans ces deux couches, on peut calculer, d'après les principes de la mécanique, la déviation que le rayon doit éprouver. La somme de tous ces dérangemens, depuis le haut de l'atmosphère jusqu'à la surface de la terre, produit la déviation totale du rayon lumineux, et forme la valeur entière de la réfraction.

Pour calculer exactement cette somme, il faudrait savoir comment la densité de l'air s'accroît en approchant de la terre. C'est ce qui paraît extrêmement difficile et même impossible, vu la multitude des causes variables qui peuvent concourir à cet effet.

Mais heureusement cette connaissance n'est absolument indispen-

sable, que pour les cas où l'astre est près de l'horizon, et l'on peut sans elle, obtenir un résultat très-exact, lorsque la hauteur apparente excède 10 ou 12 degrés. Alors les rayons lumineux rencontrent moins obliquement les diverses couches de l'atmosphère : ils ont une moindre étendue d'air à traverser ; et comme la hauteur de l'atmosphère, dans le sens vertical, est très-petite, tandis que la vitesse de la lumière est très-grande, ces circonstances concourent à simplifier le calcul et à diminuer la réfraction. En effet, en les introduisant dans les formules, on voit que la déviation totale du rayon lumineux ne dépend plus des degrés par lesquels la densité de l'air augmente en approchant de la terre, mais seulement de l'augmentation totale de cette densité, c'est-à-dire, de la pression de l'atmosphère, et de la température, dans le lieu où se fait l'observation : circonstances qui sont indiquées par l'état du baromètre et du thermomètre. Ce résultat est indépendant de toute hypothèse de la constitution de l'atmosphère.

La formule qui exprime les lois de la réfraction, dans ces circonstances, est extrêmement simple et peut s'énoncer de la manière suivante : *La réfraction est proportionnelle à la tangente de la distance apparente de l'astre au zénith, diminuée d'un certain multiple de la réfraction.* Soit r la réfraction, z la distance apparente, on a

$$r = m \text{ tang. } (z - nr.)$$

m et n étant deux constantes,

Lorsque le rayon lumineux fait, avec l'horizon, un angle moindre de 12°, il devient indispensable d'introduire dans le calcul la loi que suit la densité de l'air en passant d'une couche à une autre. Alors la réfraction totale dépend de l'état de ces couches, c'est-à-dire de leur densité et de leur température, dans les points où elles sont traversées par le rayon lumineux. Ce rayon, en s'approchant obliquement de la surface terrestre, est donc influencé par les couches inférieures, dans des lieux éloignés de celui où se fait l'observation. Or, dans ces basses régions, l'état de l'air varie sans cesse, par des causes que l'observateur ne peut ni prévoir ni apprécier. Par cette raison, les réfractions des astres, qui sont très-près de l'horizon, deviennent extrêmement difficiles à déterminer. Pour y parvenir, on est obligé de former, sur la constitution de l'atmosphère, des hypothèses plus ou moins vraisemblables, et l'on cherche à concilier par ces hypothèses les réfractions observées. Mais malgré

tous les efforts que l'on a faits jusqu'à présent, il reste encore à cet égard quelque incertitude. Aussi presque toutes les observations astronomiques, qui n'ont pas pour objet la réfraction, se font-elles depuis 12 degrés de hauteur jusqu'au zénith.

Reprenons maintenant la formule :

$$r = m \text{ tang. } (z - n\,r.)$$

dans laquelle m et n sont deux coefficiens constans, et voyons comment on peut s'en servir pour construire des tables de réfraction, quand ces coefficiens sont connus. Pour cela il faut dégager r ; mais nous remarquerons auparavant, que cette quantité devant être exprimée en minutes et secondes de degré, il faut que m soit exprimé de même ; car tang. (z — n r) désigne un rapport, et par conséquent un nombre abstrait. Pour ne pas oublier cette remarque représentée par R, la valeur du rayon des tables, exprimée en degrés, minutes et secondes. Elle est égale à 63°661977. C'est ce que l'on appelle l'*arc égal au rayon*. Faisons de plus

$$m = \frac{k\,R}{n}$$

k étant un coefficient constant, qui représente un nombre abstrait, ainsi que n, la formule précédente deviendra

$$\frac{nr}{R} = k \text{ tang. } (z - nr)$$

comme la réfraction r est toujours fort petite, ainsi que la correction nr, on peut, sans erreur sensible, substituer au rapport $\frac{nr}{R}$ la tangente trigonométrique de l'arc nr, ce qui donne

$$\text{tang. } nr = k \text{ tang. } (z - nr)$$

Or $nr = \frac{z}{2} - \left(\frac{z}{2} - nr\right)$. $\qquad z - \frac{nr}{2} = \frac{z}{2} + \left(\frac{z}{2} - nr\right)$

Par conséquent

$$\frac{\text{Tang. } nr}{\text{Tang. } (z - nr)} = \frac{\text{tang. } \left\{\frac{z}{2} - \left(\frac{z}{2} - \frac{2\,nr}{2}\right)\right\}}{\text{tang. } \left\{\frac{z}{2} + \left(\frac{z}{2} - \frac{2\,nr}{2}\right)\right\}} = \frac{\sin. z - (z - 2nr)}{\sin. z + (z - 2nr)}$$

Et l'équation précédente devient

$$\frac{\sin. z - \sin. (z - 2nr)}{\sin. z + \sin. (z - 2nr)} = k$$

d'où l'on tire

$$\sin.(z - znr) = \frac{1-k}{1+k}\sin. z$$

L'usage de cette formule sera facile dès que l'on connaîtra les constantes k et n ; car, la distance apparente z étant donnée par l'observation, on calculera le second membre de l'équation précédente ce sera la valeur de sin. $(z - 2nr)$. On en conclura la valeur de l'arc $z - 2nr$, qui retranché de z, donnera 2nr et par conséquent r. En calculant d'avance ces valeurs, pour tous les degrés de hauteur apparente, depuis 12° jusqu'au zénith, on aura des tables de réfraction toutes préparées.

Il y a plusieurs manières de déterminer les coefficiens m et n ; la plus directe et la plus simple serait de les déduire de la théorie ; mais pour cela il faudrait avoir, sur la pesanteur de l'air et sur sa force réfractive, plusieurs données qui nous manquent encore. Cependant la théorie fait connaître dès à présent la valeur du coefficient n, que l'on peut prendre égal à 4. En sorte qu'il ne reste plus à trouver que la valeur de m.

On pourrait la déterminer par les observations des étoiles circompolaires, c'est-à-dire, par la condition que les hauteurs méridiennes de ces étoiles, corrigées de la réfraction, s'accordent toutes pour donner la même distance, du pôle au zénith.

On peut faire usage pour cet objet des réfractions trouvées directement par l'expérience, en comparant le lieu apparent des astres à leur lieu réel. Deux observations de ce genre suffisent pour déterminer les deux constantes, m et n, sur quoi voyez l'Astronomie de Lalande, tome 2, page 534.

Mais on s'assure d'une plus grande exactitude en combinant ainsi un très-grand nombre d'observations, et prenant pour m et n des valeurs moyennes. Delambre a trouvé de cette manière la valeur de m égale à 0°,0187087, la température étant supposée à zéro, et le baromètre à 0^m,76. Ce résultat est déduit d'une multitude d'observations que Piazzi avait faites à Palerme. On en conclut,

$$\frac{1-k}{1+k} = \frac{635871,422}{637368,118} = 0,99765175$$

C'est avec ces nombres que l'on a calculé la table qui est à la fin de cette note, et qui s'étend depuis 12° de hauteur jusqu'au zénith. Elle deviendrait inexacte si on voulait l'appliquer à des hauteurs

moindres, parce que nous avons vu qu'il n'est pas possible d'embrasser dans une seule formule de ce genre toutes les réfractions, depuis l'horizon jusqu'au zénith.

Venons maintenant aux corrections nécessitées par l'état de l'air. On a trouvé par expérience que les réfractions, toutes choses égales d'ailleurs, sont proportionnelles à la densité de l'air. Or, cette densité peut varier par deux causes, par la pression de l'atmosphère, et par la température.

Soit V un volume d'air soumis à une pression constante, et dont la densité, dans cet état, est représentée par l'unité. Si la température s'élève ou s'abaisse, d'un nombre t de degrés du thermomètre, le volume V variera proportionnellement, et deviendra $V + Vat$ ou $V(1 + at)$, a étant un coefficient constant, qui représente la dilatation pour un degré. Le rapport des densités étant inverse des volumes, celle de l'air dans l'état changé sera

$$\frac{V}{V(1+at)} \quad \text{ou simplement} \quad \frac{1}{1+at}$$

De plus, cette densité, à température égale, est proportionnelle à la pression de l'atmosphère, indiquée par l'état du baromètre. Il faut donc faire varier le résultat précédent dans le rapport de la hauteur observée du baromètre à $0^m,76$, qui est celle par rapport à laquelle les tables sont calculées.

Soit h cette hauteur exprimée en centimètres, l'expression de la densité de l'air qui y correspond, sera

$$\frac{h}{76\{1 + at.\}}$$

Ainsi en nommant r la réfraction calculée à la température de la glace fondante, et sous une pression égale à 0^m76, la réfraction r' pour tout autre état de l'air est

$$r' = \frac{h}{76\{1+at\}}\, r.$$

Le coefficient a est très-petit, et d'après les expériences on l'évalue à $\frac{1}{275}$ ou 0,004. On voit par cette formule que la réfraction diminue à mesure que t augmente, c'est-à-dire, à mesure que la température s'élève. Si par exemple on suppose $t = 22°,5$; $h = 76$, qui sont

les valeurs adoptées dans la *connaissance des tems*, le coefficient de r deviendra $\frac{1}{1+\frac{1}{20}}$ qui se réduit à $1-\frac{1}{20}$, en effectuant la division, et négligeant les puissances supérieures de $\frac{1}{20}$, comme étant des fractions trop petites. D'où l'on voit qu'il faut diminuer nos réfractions de la vingtième partie de leur valeur, pour avoir celles qui conviennent à la température de 12°,5. Avec cette réduction, on trouverait encore des résultats un peu plus forts que ceux de la connaissance des tems, parce qu'on y a fait usage de la table de Bradley, qui est maintenant reconnue pour donner des réfractions un peu trop foibles.

Jusqu'ici nous n'avons considéré que des hauteurs qui surpassent 12°. Au-dessous de ce terme les réfractions croissent rapidement en approchant de l'horizon. On peut en juger par la *réfraction horizontale*, dont la valeur moyenne est 6450″. Pour ces petites hauteurs, les réfractions sont extrêmement variables; et il faut toutes les ressources réunies de la physique et de l'analyse pour les déterminer. On trouvera un très-beau travail sur cette matière dans le quatrième volume de la Mécanique Céleste. Ce que j'ai pu faire pressentir de la méthode générale qui sert à résoudre ce problème, est extrait de ces savantes recherches, que leur illustre auteur à bien voulu me communiquer.

TABLE

DES RÉFRACTIONS ATMOSPHÉRIQUES

Depuis 12° *de hauteur apparente jusqu'au zénith, le baromètre étant à* $0^m,76$, *et la température à* 0° *du thermomètre centigrade.*

HAUTEURS APPARENTES.	RÉFRACTIONS.	HAUTEURS APPARENTES.	RÉFRACTIONS.	HAUTEURS APPARENTES.	RÉFRACTIONS.
12°.	950″	42°.	240″	72°.	88″
13°.	879	43°.	233	73°.	84,4
14°.	817	44°.	225	74°.	81
15°.	763	45°.	218	75°.	77,5
16°.	715	46°.	211,6	76°.	74
17°.	673	47°.	205	77°.	70,6
18°.	634	48°.	199	78°.	67,3
19°.	600	49°.	193	79°.	64
20°.	569	50°.	187	80°.	60,7
21°.	540	51°.	181	81°.	57,5
22°.	514	52°.	175	82°.	54,3
23°.	490	53°.	170	83°.	51
24°.	468	54°.	164	84°.	48
25°.	448	55°.	159	85°.	45
26°.	429	56°.	154	86°.	41,7
27°.	411	57°.	149,6	87°.	38,7
28°.	395	58°.	145	88°.	35,6
29°.	379	59°.	140,2	89°.	32,6
30°.	365	60°.	135,7	90°.	29,6
31°.	351	61°.	131	91°.	26,5
32°.	338	62°.	127	92°.	23,6
33°.	326	63°.	122,7	93°.	20,5
34°.	315	64°.	118,6	94°.	17,7
35°.	304	65°.	114,5	95°.	14,7
36°.	294	66°.	110,5	96°.	11,7
37°.	284	67°.	106,6	97°.	9
38°.	274	68°.	102,7	98°.	6
39°.	265	69°.	98,9	99°.	3
40°.	256	70°.	95	100°.	0
41°.	248	71°.	91,5		

NOTE IV.

Sur le pendule simple.

Si l'on nomme l la longueur d'un pendule simple, t le tems d'une de ses oscillations, π le rapport de la circonférence au diamètre, et g la pesanteur, représentée par le double de l'espace que décrivent les corps pesans, en tombant pendant la première seconde, il existe entre ces quatre quantités, la relation suivante,

$$t = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

C'est-à-dire, que les tems des oscillations de différens pendules simples sont proportionnels aux racines carrées de leurs longueurs, et réciproques aux racines carrées des pesanteurs qui les sollicitent. t est supposé exprimé en secondes.

Soit N le nombre des oscillations faites par le pendule l dans le tems T, on aura $t = \frac{T}{N}$ puisque toutes les oscillations sont de même durée. On connaîtra donc t par l'expérience, et alors la valeur de l sera donnée par la formule.

$$l = \frac{g}{\pi^2}\,\frac{T^2}{N^2}$$

Pour un autre pendule l', qui ferait un nombre N' d'oscillations dans le tems T', la pesanteur g restant la même, on aurait

$$l' = \frac{g}{\pi^2}\,\frac{T'^2}{N'^2}$$

Ce qui donne

$$\frac{l'}{l} = \frac{T'^2}{T^2}\cdot\frac{N^2}{N'^2}$$

On connaîtrait donc les rapports des longueurs des deux pendules d'après les oscillations observées. C'est ainsi que l'on peut déterminer la

la longueur du pendule simple qui bat les secondes à chaque oscillation ; car alors on aura $N' = 1$, $l' = 1$, et par conséquent

$$l = \frac{N^2}{t^2}$$

en prenant l pour unité.

Jusqu'ici nous avons supposé la pesanteur la même. L'expérience prouve qu'elle change en passant d'un lieu à un autre. Soient l' l'' les longueurs du pendule à seconde obtenues dans deux lieux différens, on aura,

$$t'' = \pi\sqrt{\frac{l'}{g'}}; \qquad t'' = \pi\sqrt{\frac{l''}{g''}}$$

d'où l'on tire,

$$\frac{l'}{l''} = \frac{g'}{g''}$$

C'est-à-dire que les longueurs du pendule à secondes sont proportionnelles aux pesanteurs. Au moyen de cette relation on peut déterminer, par les observations du pendule, les variations de la pesanteur sur la surface de la terre.

NOTE V.

Sur la figure de la terre.

Pour donner une idée des méthodes qui servent à déterminer la figure de la terre d'après les mesures des degrés, j'ajoute ici la note suivante, exclusivement destinée aux personnes déjà versées dans l'analyse.

Supposons que la terre soit un ellipsoïde de révolution : alors tous ses méridiens seront des ellipses dont le petit axe sera l'axe des pôles, et le grand axe celui de l'équateur. En représentant le premier par b, le second par a ; et nommant y et x les co-ordonnées rectangulaires qui leur sont respectivement parallèles, l'équation de ces méridiens sera

$$a^2 y^2 + b^2 x^2 = a^2 b^2$$

Leur rayon de courbure R aura pour expression

$$R = \frac{\left\{a^4 - x^2(a^2-b^2)\right\}^{\frac{3}{2}}}{a^4 b}$$

et de très-petits arcs mesurés sur les méridiens pourront être censés appartenir au cercle osculateur dont le rayon est R.

Les observations ne font point connaître l'abscisse x ; mais on peut la déduire de la latitude, lorsque le rayon mené du centre du sphéroïde au point que l'on considère est connu ; car en nommant r ce rayon, et φ la latitude ou l'angle formé par r avec le grand axe, on a

$$x = r \cos. \varphi$$

Ce qui donne

$$R = \frac{\left\{a^4 - r^2(a^2-b^2)\cos.^2\varphi\right\}^{\frac{3}{2}}}{a^4 b}$$

supposons maintenant

$$\frac{a-b}{b} = \alpha$$

α sera l'*applatissement* du sphéroïde, et devra être considéré comme une fraction fort petite dont on devra négliger les puissances supérieures à la première. On tire de là

$$a = b(1+\alpha) \qquad a^2 - b^2 = b^2\left((1+\alpha)^2 - 1\right) = 2b^2\alpha.$$

Si α était nul, l'ellipsoïde deviendrait une sphère, et r serait toujours égale à a. S'il en diffère, c'est à raison de l'applatissement de l'ellipse, et par conséquent cette différence ne peut être que très-petite, et du même ordre que α. Or ce rayon r dans l'expression de R, est déjà multiplié par a^2-b^2, ou par $2b^2\alpha$: ainsi pour qu'on néglige le carré de α, il est inutile d'avoir égard à la différence qui existe entre r et a, et on peut écrire a au lieu de r. On a ainsi

$$R = \frac{\left\{a^4 - (a^2-b^2)\cos.^2\varphi\right\}^{\frac{3}{2}}}{ab}$$

Ou en substituant pour a sa valeur, et ne conservant que les premières puissances de α

$$R = b.\frac{\left\{1 + 2\alpha \sin.^2\varphi\right\}^{\frac{3}{2}}}{1+\alpha}$$

Il faut maintenant développer cette expression. Or on a par la formule du binôme

$$\left\{1 + 2\alpha \sin.^2\varphi\right\}^{\frac{3}{2}} = 1 + 3\alpha \sin.^2\varphi + \text{etc.}$$

et par la division ordinaire

$$\frac{1}{1+\alpha} = 1 - \alpha + \text{etc.}$$

Si l'on multiplie ces deux développemens l'un par l'autre, en se bornant aux premières puissances de α, on aura définitivement

$$R = b\left\{1 - \alpha\left(1 - 3\sin.^2\varphi\right)\right\}$$

Dans cette expression, il n'y a rien de variable que sin. φ. Si l'applatissement était nul, on aurait $R = b$, les méridiens deviendraient des cercles, et tous les rayons de courbure seraient égaux entre eux. Dans le cas que nous considérons ces rayons diffèrent entre eux par le terme $3\alpha b \sin.^2\varphi$. Or le sinus de l'angle φ qui est la latitude, augmente constamment depuis l'équateur jusqu'au pôle. On voit donc que les rayons de courbure vont ainsi en croissant dans le même sens proportionnellement au carré du sinus de la latitude ; et comme les arcs qui correspondent au même nombre de degrés dans différens cercles, sont proportionnels en longueur aux rayons de ces cercles, il s'ensuit que les degrés du méridien croissent aussi de l'équateur au pôle dans le même rapport.

Considérons maintenant l'arc d'un degré mesuré sur le sphéroïde à la latitude φ, et représentons-le par c. R étant le rayon de courbure, $2\pi R$ sera la circonférence du cercle où l'arc φ mesure un degré. On aura donc

$$400\,c. = 2\pi R$$

d'où l'on tire

$$R = \frac{400\,c}{2\pi}$$

Alors l'équation précédente deviendra

$$\frac{400\,c}{2\pi} = b\left\{1 - \alpha\left(1 - 3\sin.^2\varphi\right)\right\}$$

Soit c' un autre arc aussi d'un degré mesuré à la latitude φ', on aura de même

$$\frac{400\,c'}{2\pi} = b\left\{1 - \alpha\left(1 - 3\sin.^2\varphi'\right)\right\}$$

En divisant les équations membre à membre, il viendra

$$\frac{c}{c'} = \frac{1 - (1 - 3\sin.^2 \varphi)}{1 - (1 - 3\sin.^2 \varphi')}$$

équation où il ne reste plus d'inconnue que l'applatissement α, et qui donne, en négligeant toujours le carré de α

$$\frac{c}{c'} = 1 - 3\alpha \left\{ \sin.^2 \varphi' - \sin.^2 \varphi \right\}$$

et d'où l'on tire enfin

$$\alpha = \frac{c' - c}{3c(\sin.^2 \varphi' - \sin.^2 \varphi)}$$

Prenons pour exemple le degré mesuré à l'équateur par Bouguer, et celui de France mesuré par Delambre et Méchain. On aura dans ce cas

$$c = 51077^t,70 \quad \varphi = 0 \; ; \quad c' = 51316^t,58 \quad \varphi' = 51°,3327$$

Ce qui donne

$$c' - c = 238^t,88$$
$$\text{Sin. } \varphi' = 0,721753$$
$$\text{Sin. } \varphi = 0$$
$$\text{et } \alpha = \frac{238,88}{79823,41} = \frac{1}{334}$$

α étant connu, on reprendra l'équation

$$\frac{400\,c}{2\pi} = b \left\{ 1 - \alpha(1 - 3\sin.^2 \varphi) \right\}$$

et en y faisant $\varphi = 0$, elle donnera

$$\frac{400\,c}{2\pi} = b(1 - \alpha) \quad \text{d'où } b = \frac{200.\ c}{\pi - \alpha)}$$

et en négligeant les secondes puissances de α

$$b = \frac{200\,c(1 + \alpha)}{\pi}$$

comme on a de plus $a = b(1 + \alpha)$

les valeurs de a et de b, c'est-à-dire les deux axes de l'ellipsoïde, seront connus.

En mettant pour α et c leurs valeurs, on trouve

$$b = 3261443^t$$
$$a = 3271208^t$$
$$\text{d'où } a - b = 9765^t$$

Ce sont les valeurs que j'ai rapportées dans le texte.

En comparant de même le degré de Suède avec celui de l'équateur, on aura pour applatissement $\frac{1}{111}$, et il en résulterait des valeurs qui différeraient peu des précédentes.

NOTE VI.

Sur les variations de la pesanteur à différentes latitudes.

Les résultats de la page 116 sont très-bien représentés, en supposant que la longueur du pendule à secondes, croît de l'équateur au pôle proportionnellement au carré du sinus de la latitude. Alors la formule qui approche le plus de représenter les nombres observés est

$$0{,}99676 + 0{,}0056724 \sin.^2 \downarrow$$

$\downarrow$ désignant la latitude : la différence de cette formule aux observations est extrêmement petite.

La longueur absolue du pendule à secondes, observée à Paris par Borda, est $0^m{,}741887$; en la divisant par

$$0{,}99676 + 0{,}0056724 \sin.^2 \downarrow,$$

où $\downarrow$ est la latitude de l'observateur, égale à 54°,26, on a pour quotient $0^m{,}741905$. C'est le facteur par lequel il faut multiplier la formule pour avoir la longueur absolue du pendule à secondes dans un lieu quelconque. Cette longueur a pour expression

$$0^m{,}739502 + 0^m{,}004208 \sin.^2 \downarrow.$$

à l'équateur $\downarrow$ est nul, et le pendule est de $0^m{,}739502$. Au pôle, $\downarrow$ égale 100°, et la longueur du pendule est de $0^m{,}739502 + 0^m{,}004208$ ou $0^m{,}743710$. Le rapport de ces deux quantités est 1,0569, c'est-à-dire que l'accroissement du pendule, de l'équateur au pôle est égale à cinq cent soixante et neuf cent millièmes de sa longueur à l'équateur.

D'après les lois de la mécanique, quand les oscillations sont de même durée, les pesanteurs sont proportionnelles aux longueurs des pendules ; ainsi la pesanteur croît de l'équateur au pôle, suivant le rapport que nous venons d'établir.

Par conséquent, si l'on prenait à l'équateur une masse de 10000 livres pesant, et qu'on la transportât au pôle, son poids s'y trouverait augmenté de 569 livres par le seul fait du transport, et en la reportant à l'équateur, ce poids diminuerait de la même quantité; mais cette diminution s'opérerait graduellement, en passant par les diverses latitudes.

NOTE VII,

Sur la déviation des corps qui tombent d'une grande hauteur.

M. Guglielmini est le premier qui ait appelé sur cet objet l'attention des physiciens, en faisant tomber des corps pesans d'une hauteur de 241 pieds. Il trouva une déviation de 8 lignes vers l'est de la verticale. Ces expériences, répétées à Hambourg par M. Herrenberg, ont donné une déviation de 4 lignes pour une hauteur de chute de 235 pieds.

L'auteur de la mécanique céleste a soumis ces phénomènes au calcul, et voici le résultat qu'il a obtenu.

En nommant h la hauteur de la chute, g le double de l'espace que la pesanteur fait décrire aux corps dans la première seconde, n l'angle de rotation de la terre dans le même intervalle, enfin θ le complément de la latitude du lieu, la déviation vers l'est a pour expression

$$\frac{2\,n\,h.}{3}\sin.\ \theta.\sqrt{\frac{2h}{g}}$$

la durée du mouvement est 0,99727, comme on le verra dans la théorie du soleil; ainsi en comptant le tems et les arcs en mesures décimales, on a

$$n = \frac{400^{\circ}}{0{,}99727}$$

la valeur de g, est différente pour les différens points de la surface terrestre. A Paris, on a

$$\frac{1}{2}\,g = 3^{m},66107$$

En exprimant θ, aussi en mesure décimale du cercle, on trouvera par la formule l'étendue de la déviation exprimée en mètres.

Les deux physiciens que je viens de citer avaient aussi observé une petite déviation vers l'équateur, mais la théorie prouve qu'il ne peut y en avoir aucune dans ce sens, en vertu du mouvement de la terre. Les résultats observés tiennent probablement à quelque défaut d'expérience ou à quelque phénomène encore inconnu. Voyez le Bulletin des Sciences par la société Philomathique, n.° 75, prairial, an XI.

NOTE VIII.

Sur le calcul des parallaxes.

Je vais montrer d'abord la marche du calcul pour trouver la distance de l'astre par deux observations faites ou réduites au même méridien. Soit φ l'angle O CO′=2φ, fig. 58, la ligne OO′ étant la corde de cet angle, sera double du sinus de φ. En nommant r le rayon OC de la terre, on aura O O′ = 2r sin. φ. C'est la longueur de la ligne O O′ : je la représenterai par l.

Occupons-nous maintenant des angles. On trouvera facilement entre eux les équations suivantes.

$$CO'O = CO'O;\ COO' + CO'O = 200^\circ - 2\varphi : \text{d'où } COO' = 100^\circ - \varphi,$$
$$HOO' = H'O'O + 100^\circ - COO' = 100^\circ - 100^\circ + \varphi = \varphi.$$

Par conséquent si l'on nomme h, h′ les hauteurs observées LOH, LO′H′, on aura

$$LOO' = LOH + HOO' = \varphi + h$$
$$LO'O = LO'H' + H'O'O = \varphi + h'.$$

d'où l'on tire

$$OLO' = 200 - LOO' - LO'O = 200 - (2\varphi + h + h')$$

c'est la valeur de la parallaxe

Or dans un triangle, les sinus des angles sont entre eux comme les côtés opposés ; on a donc

$$\frac{\text{Sin. } LO'O}{\text{Sin. } OLO'} = \frac{LO}{OO'}.$$

ou en mettant pour ces quantités leurs valeurs

$$\frac{\text{Sin.}(\quad + h')}{\text{Sin.}\left\{200^\circ - (2\varphi + h + h')\right\}} = \frac{LO}{l}$$

Le dénominateur du premier membre est la même chose que sin. $(2\varphi + h + h')$, parce que le sinus d'un angle est le même que celui de son supplément. On tirera donc de cette équation

$$LO = \frac{l \sin.(\varphi + h')}{\sin.(2\varphi + h + h')}$$

Soit d cette valeur ; dans le triangle L O C on connaîtra le côté L O = d, le côté C O = r, et l'angle L O C = $100^\circ + h$. On aura donc le côté L C par la formule

$$LC^2 = r^2 + d^2 - 2rd \cos.(100^\circ + h)$$

On en faisant L C = D, et observant que cos. $(100 + h) = -$ sin. h.

$$D^2 = r^2 + d^2 + 2rd \sin. h.$$

cette formule donnera la distance D de l'astre à la terre.

Cherchons maintenant la relation qui existe entre la parallaxe horizontale et la parallaxe de hauteur fig. 41 ; conservons les dénominations précédentes, et nommons de plus la parallaxe horizontale L O C = P, la parallaxe de hauteur O L C = p, le triangle L O C rectangle en O donnera

$$\frac{1}{\sin. P} = \frac{D}{r}$$

L'astre s'étant élevé en L', soit l'angle L' O Z qui est la distance au zénith. La distance L' C de l'astre à la terre n'a pas changé ; elle est encore égale à L C ou à D. Le triangle L' O C donne

$$\frac{\text{Sin.}\ \zeta}{\text{Sin.}\ p} = \frac{D}{r}$$

Cette équation étant comparée avec la précédente, il en résulte

$$\frac{\text{Sin.}\ \zeta}{\text{Sin.}\ p} = \frac{1}{\text{Sin. P}}$$

d'où sin. p = sin. P. sin. ζ.

C'est-à-dire que le sinus de la parallaxe de hauteur, est égal au sinus de la parallaxe horizontale, multipliée par le sinus de la distance de l'astre au zénith.

Pour les corps célestes, les angles P et p sont toujours très-petits, et si l'on excepte la lune, ils sont fort au-dessous d'un degré. On peut donc regarder leur sinus comme proportionnel aux arcs P et p ; alors on aura à fort peu près

$$p = P \sin. \zeta.$$

C'est-à-dire que la parallaxe de hauteur est égale à la parallaxe horizontale, multipliée par le sinus de la distance de l'astre au zénith ; un sinus étant toujours moindre que le rayon qui est ici pris pour unité, on voit que p sera toujours moindre que P, excepté pour le cas où $\zeta = 100°$ qui donnera $p = P$. C'est-à-dire que la plus grande valeur de la parallaxe a lieu quand l'astre est à l'horizon.

On peut calculer la parallaxe horizontale d'un astre d'après deux observations de sa hauteur, faites ou réduites au même méridien. En effet, soit toujours P cette parallaxe fig. 38, ζ, ζ' les distances au zénith dans les deux observations, on aura pour le première

$$CLO = P. \sin. \zeta$$

pour la seconde

$$CLO' = P \sin. \zeta'$$

ce qui donne

$$CLO + CLO' = P. (\text{Sin. } \zeta + \sin. \zeta')$$

Soit A l'angle OLO' sous lequel on voit du centre de l'astre la droite OO' qui joint les deux observateurs, on a donné précédemment les moyens de le déterminer. En en faisant usage, on aura

$$CLO + CLO' = A$$

ce qui donne

$$A = P (\sin. \zeta + \sin. \zeta')$$

d'où l'on tire

$$P = \frac{A}{\sin. \zeta + \sin. \zeta'}$$

ce qui donne le moyen de trouver la parallaxe horisontale par l'angle que nous avons donné dans le texte.

D'après ce qu'on a vu au commencement de cette note on a $A = 200 - (2\varphi + h + h')$, 2φ étant l'angle formé par les verticales

menées aux points d'observation ; et h, h' les hauteurs de l'astre. Ces hauteurs étant complémens des distances au zénith, on aura

$$h + h' = 100 - \delta + 100 - \delta' = 200 - (\delta + \delta')$$

Ce qui donne pour la valeur de A

$$A = \delta + \delta' - 2\varphi$$

On a donc la parallaxe horizontale P par cette formule

$$P = \frac{\delta + \delta' - 2\varphi}{\text{sin. } \delta + \text{sin. } \delta'}$$

Prenons pour exemple les observations de Whigenthurn et de Lacaille sur la parallaxe de Mars.

Distance de mars au zénith devant le Cap de Bonne-Espérance, le 6 octobre 1751.	$\delta = 27°,8231.$
Distance de mars au zénith, de Stockolm, le même jour.	$\delta' = 75,8168$
Ce qui donne.	$\delta + \delta' = 103°,6399$
Et d'après les tables trigonométriques. . .	Sin. $\delta = 0,4232$
	Sin. $\delta' = 0,9287$
Latitude du Cap de Bonne-Espérance . . .	37°,6852 australe.
Latitude de Stockholm	65°,9444 boréale.
Somme des latitudes ou valeurs de l'angle	$2\varphi = 103°,6296$

D'où l'on tire

$$2\varphi - (\delta + \delta') = 0°,0103.$$

C'est la parallaxe observée : en substituant les valeurs dans la formule, il vient

$$P = \frac{0°,0103}{1,3519} = 0°,0076$$

C'est-à-dire qu'à l'instant des observations, la parallaxe horizontale de Mars était de 76 secondes décimales.

Cette méthode suppose que la parallaxe horizontale d'un astre est la même pour tous les points de la terre, quand sa distance ne varie pas. Or on a en général

$$\frac{D}{r} = \frac{1}{\text{sin. } P}$$

ou

$$\text{sin. } P = \frac{r}{D}$$

Pour que l'angle P soit constant dans tous les pays, D restant le même, il faut que le rayon r de la terre soit aussi constant; c'est-à-dire qu'il faut que la terre soit sphérique.

On voit aussi par cette formule, que le sinus de la parallaxe horizontale d'un astre, est constamment réciproque à sa distance à la terre. Si l'angle P est assez petit pour qu'on puisse le confondre avec son sinus sans erreur sensible, on aura simplement

$$P = \frac{r}{D}$$

c'est-à-dire que la parallaxe horizontale d'un astre est réciproque à sa distance.

Enfin cette distance est facile à calculer d'après l'équation précédente, quand la parallaxe horizontale est connue; car on a

$$D = \frac{r}{\text{sin. P.}}$$

On peut même comme l'arc P est fort petit, mettre P au lieu du sinus P; mais il faut alors, pour conserver l'homogénéité, convertir le rayon 1 en secondes; or la valeur de ce rayon ainsi réduite est 63°,6619, comme on peut le voir dans la table de log. de Delambre : on a donc

$$D = \frac{r.\ 63°,6619}{P}$$

Nous venons de trouver pour Mars $P = 0°,0076$
à l'époque du 6 octobre 1731 : on aura donc

$$D = r.\ \frac{63,6619}{0,0076} = r.\ 8376,6$$

C'est-à-dire qu'à cette époque la distance de Mars à la Terre était égale à 8376,6 rayons terrestres. Ce résultat nous servira dans la suite pour mesurer les dimensions des orbes planétaires.

La parallaxe d'un astre augmente quand il s'approche de la terre, et diminue quand il s'éloigne. Les diamètres apparens varient aussi de la même manière dans les mêmes circonstances, parce qu'ils ne dépendent pas seulement de la grosseur réelle de l'astre, mais encore de son éloignement. Ces variations sont liées entre elles par des rapports très-simples, que l'on peut aisément déduire des formules que nous venons de trouver.

En effet, appelant toujours P la parallaxe horizontale d'un astre, D sa distance, r le rayon de la terre, et prenant toujours pour unité le rayon des tables trigonométriques, on a

$$\text{Sin. } P = \frac{r}{D}$$

Soit E le demi diamètre apparent de l'astre à cette distance, et r' son demi diamètre véritable qui mesure la longueur réelle, on aura, d'après la note de la page 46,

$$\text{tang. } E = \frac{r'}{D}$$

En divisant ces deux équations membre à membre, la distance D disparaît, et on a

$$\frac{\text{tang. } E}{\text{sin. } P} = \frac{r'}{r}$$

Le second membre de cette formule ne contient plus de quantités variables, d'où il résulte un rapport constant entre la tangente du demi-diamètre apparent d'un astre, et le sinus de sa parallaxe horisontale. On peut donc déterminer ces deux quantités l'une par l'autre, lorsque leur rapport est connu.

On voit de plus que ce rapport constant est égal au rayon de l'astre divisé par celui de la terre. Ainsi lorsqu'on l'aura calculé d'après ces observations, on connaîtra le volume de l'astre comparé au volume de la terre. Nous aurons, par la suite, des occasions fréquentes d'appliquer ces résultats.

VALEURS
DES DEGRÉS DE LONGITUDE
SUR LES DIFFÉRENS PARALLÈLES
DEPUIS 0° JUSQU'A 100.°

LATIT.	DEGRÉS DE LONGIT. EN MÈTRES.	LATIT.	DEGRÉS DE LONGIT. EN MÈTRES.	LATIT.	DEGRÉS DE LONGIT. EN MÈTRES.
od.	100000	34°.	86074,2	68°.	48175,4
1°.	99987,7	35°.	85264,0	69°.	46793,0
2°.	99950,7	36°.	84432,8	70°.	45399,0
3°.	99889,0	37°.	83580,7	71°.	43994,0
4°.	99802,6	38°.	82708,1	72°.	42577,9
5°.	99691,7	39°.	81815,0	73°.	41151,4
6°.	99556,2	40°.	80901,7	74°.	39714,8
7°.	99396,1	41°.	79968,5	75°.	38268,3
8°.	99211,5	42°.	79015,5	76°.	36812,5
9°.	99002,4	43°.	78043,0	77°.	35347,5
10°.	98768,8	44°.	77051,3	78°.	33873,8
11°.	98510,9	45°.	76040,6	79°.	32391,7
12°.	98228,7	46°.	75011,1	80°.	30901,7
13°.	97922,3	47°.	73963,1	81°.	29404,0
14°.	97591,7	48°.	72896,9	82°.	27899,1
15°.	97237,0	49°.	71812,6	83°.	26387,3
16°.	96858,3	50°.	70710,7	84°.	24869,0
17°.	96455,7	51°.	69591,3	85°.	23344,5
18°.	96029,4	52°.	68454,7	86°.	21814,3
19°.	95579,3	53°.	67301,2	87°.	20278,7
20°.	95105,6	54°.	66131,2	88°.	18738,1
21°.	94608,5	55°.	64944,8	89°.	17192,9
22°.	94088,1	56°.	63742,4	90°.	15643,4
23°	94544,4	57°.	62524,3	91°.	14090,1
24°.	92977,6	58°.	61290,7	92°.	12533,3
25°.	92387,9	59°.	60042,0	93°.	10 973,4
26°.	91775,5	60°.	58778,5	94°.	9410,8
27°.	91140,3	61°.	57500,5	95°.	7845,9
28°	90482,7	62°.	56208,3	96°.	6279,0
29°.	89802,8	63°.	54002,3	97°.	4710,6
30°	89100,6	64°.	53582,7	98°.	3141,1
31°	88376,6	65°.	52249,9	99°.	1570,7
32°.	87630,7	66°.	50904,1	100°.	0,0
33°.	86863,1	67°.	49545,9		

TABLE DE RÉDUCTION POUR LA DIVISION DU CERCLE.

DIVISION ANCIENNE En 360 degrés.		DIVISION NOUVELLE En 400 grades.
Degrés	1	1°,111111.
	2	2 ,222222.
	3	3 ,333333.
	4	4 ,444444.
	5	5 ,555556.
	6	6 ,666667.
	7	7 ,777778.
	8	8 ,888889.
	9	10,000000.
Minutes	1	0°,018518.
	2	0 ,037037.
	3	0 ,055556.
	4	0 ,074074.
	5	0 ,092592.
	6	0 ,111111.
	7	0 ,129629.
	8	0 ,148148.
	9	0 ,166666.
Secondes	1	0°,000308.
	2	0 ,000617.
	3	0 ,000925.
	4	0 ,001234.
	5	0 ,001543.
	6	0 ,001851.
	7	0 ,002159.
	8	0 ,002468.
	9	0 ,002777.

TABLE DE RÉDUCTION POUR LA DIVISION DU JOUR.

DIVISION ANCIENNE En 24 heures.		DIVISION NOUVELLE En 10 heures.
		h
heures	1	0 ,416667.
	2	0 ,833333.
	3	1 ,250000.
	4	1 ,666667.
	5	2 ,083333.
	6	2 ,500000.
	7	2 ,916667.
	8	3 ,333333.
	9	3 ,750000.
		h
Minutes	1	0 ,006944.
	2	0 ,013888.
	3	0 ,020833.
	4	0 ,027778.
	5	0 ,034722.
	6	0 ,041667.
	7	0 ,048611.
	8	0 ,055556.
	9	0 ,062500.
		h
Secondes	1	0 ,000115.
	2	0 ,000231.
	3	0 ,000347.
	4	0 ,000462.
	5	0 ,000578.
	6	0 ,000694.
	7	0 ,000810.
	8	0 ,000920.
	9	0 ,001041.

TRAITÉ ÉLÉMENTAIRE D'ASTRONOMIE PHYSIQUE.

LIVRE DEUXIÈME.

THÉORIE DU SOLEIL.

CHAPITRE PREMIER.

Des mouvemens propres des astres et des moyens de les déterminer.

DANS le premier livre nous avons déterminé, d'après des faits certains, la forme de la terre; ses dimensions et la place qu'elle occupe dans l'espace. Nous avons trouvé dans sa configuration des données fixes pour faire reconnaître exactement la position des points du ciel; munis de ses résultats, nous pouvons suivre et déterminer tous les mouvemens des astres. Mais il n'y a qu'une marche sûre pour parvenir à ce but, et comme il importe de la bien connaître d'avance, je vais brièvement l'indiquer.

Lorsqu'un corps se meut rapidement près de la terre, nous pouvons, si nous l'avons observé, reconnaître à peu près sa direction et la route qu'il a suivie. Mais à la distance où les astres sont placés, leurs mouvemens sont trop lents pour que nos yeux puissent les apercevoir; nous ne pouvons les découvrir qu'en comparant leurs positions, observées à des époques différentes, car nous trouvons alors qu'elles ont changé de place dans le ciel.

Et de même que lorsqu'on veut tracer une ligne courbe dont on ignore la forme et la loi, on détermine par observation quelques-uns de ses points, que l'on unit ensuite par un trait continu; pour déterminer les mouvemens des astres, on observe chaque jour le point où ils se trouvent en la sphère céleste, et l'on cherche ensuite la forme du mouvement d'après la condition que l'astre ait passé successivement par toutes ses positions dans l'ordre où on les a observées.

On trouve le lieu de l'astre pour chaque jour, en observant sa hauteur méridienne et l'instant de son passage au méridien. La hauteur fait connaître sa déclinaison; l'instant du passage fait connaître son ascension droite, par rapport au point du ciel que l'on choisit. Ses données déterminent le point où l'astre s'est trouvé sur la sphère céleste.

Si l'on marquait tous ces points sur un globe, où l'on aurait tracé à angles droits deux grands cercles pour représenter l'équateur et le premier méridien, leur réunion formerait sur le globe la représentation de la marche de l'astre dans le ciel, Voy. fig. 42. Le calcul permet de faire cette opération avec une exactitude beaucoup grande; il fournit les moyens de tracer la véritable courbe que l'astre

l'astre décrit, et c'est ainsi que l'on fixe par la pensée la trace des astres sur la sphère céleste.

Il ne reste plus alors qu'à déterminer les variations de leurs distances, qui sont nécessaires pour compléter la connaissance de leurs mouvemens. On y emploie les observations de leur diamètre apparent, qui augmente à mesure qu'ils s'approchent, et diminue quand ils s'éloignent. Ou, si leur diamètre est trop petit, comme cela a lieu pour les comètes et la plupart des planètes, on les compare avec des objets célestes, comme le soleil, dont on a, préalablement, déterminé la marche par ces procédés.

A mesure que ces observations s'accumulent, on les rapproche les unes des autres. On les corrige, en saisissant pour chacune d'elles, les tems les plus favorables, ceux où les quantités que l'on cherche, se montrent isolées et dans leur plus grand accroissement. On parvient enfin à connaître très-exactement l'*état du ciel*, à savoir ce qui y demeure constant, et ce qui y change chaque jour, chaque année, ou dans des intervalles de tems plus considérables.

Alors la tâche de l'astronomie observatrice est terminée, et celle de l'astronomie théorique commence. On rapproche les phénomènes semblables afin de découvrir leurs rapports, c'est-à-dire, les grandes lois auxquelles ils sont soumis, et qui sont comme la source commune de laquelle ils dérivent, ensorte qu'ils s'y trouvent tous compris implicitement. On cherche ensuite, d'après les règles de la mécanique, quelle doit être la force qui agit sur les corps célestes, pour que ces lois existent, et que les mouvemens soient tels qu'on les observe réellement. On parvient ainsi à déterminer ces forces, et on voit qu'il n'y en a qu'une seule, unique pour tous les astres, qui les

pousse les uns vers les autres, en raison inverse du carré des distances, et qu'en conséquence on a nommée *attraction* : non pas qu'on veuille par-là exprimer sa nature; mais seulement pour indiquer la manière dont elle agit. Les effets de cette force, modifiés par l'éloignement des différens corps célestes, produisent tous les phénomènes astronomiques, qui se trouvent ainsi expliqués dans leurs moindres détails; et l'astronomie devient un grand problême de mécanique, dont les élémens sont donnés par l'observation.

C'est alors que l'on peut revenir sur ses pas, réduire en nombre les formules des mouvemens célestes, déduites de la connaissance de leurs causes, et former ce que l'on appelle des *tables astronomiques*. Par ces tables, on sait précisément quel sera l'état du ciel dans les siècles futurs, quel il était dans les siècles passés. Elles fournissent aux navigateurs des moyens de reconnaître leur route, aux géographes, des signaux pour déterminer la position des lieux, aux cultivateurs, des procédés pour régler leurs travaux, aux nations, des époques pour fixer leur histoire. L'astronomie parvient ainsi à son résultat définitif, qui est, comme pour toutes les sciences, l'utilité générale et le perfectionnement de la société. Mais pour atteindre complettement ce but, elle a besoin de la dernière exactitude; c'est l'objet constant des travaux des astronomes. On imagine difficilement le degré de précision où ils sont arrivés, mais on peut en juger par ce seul fait : si l'on dirige aujourd'hui une lunette vers un point déterminé du ciel, on peut prévoir plusieurs années d'avance, le jour, l'heure, la minute, la seconde à laquelle un astre désigné viendra se placer exactement au centre de la lunette, et y couvrir un fil plus fin qu'un cheveu. Les erreurs des tables actuelles sont comprises dans l'épaisseur de ce fil.

CHAPITRE II.

Application au soleil, théorie de son mouvement circulaire.

156. Suivons le plan que nous venons de tracer, et appliquons-le d'abord à la recherche des mouvemens du soleil. Pour mesurer exactement la déclinaison du centre de cet astre, on observe la distance méridienne de son bord supérieur au zénith, et celle de son bord inférieur. On ajoute à ces valeurs, l'effet de la réfraction, et la demi somme est la distance vraie du zénith, au centre du soleil. Enfin, de ce résultat on retranche la parallaxe, et l'on a la distance telle qu'on l'aurait observée du centre de la terre. D'ailleurs la distance de l'équateur au zénith est, connue par des observations précédentes; c'est la latitude de l'observatoire. La différence de ces distances est la déclinaison du soleil. Je prendrai pour exemple les observations suivantes, faites par Piazzi, à Palerme, le 7 décembre 1791.

	Bord supérieur.	*Bord inférieur.*
Distance du bord du soleil au zénith.	67°,1938.	67°,7989.
Réfraction.	0°,0308.	0°,0314.
Distance vraie du bord du soleil au zénith.	67°,2246.	67°,8313.
Demi-somme ou distance du zénith au centre du soleil.		67°,5279.
Parallaxe.		0°,0023.
Distance vraie du zénith au centre du soleil. . . .		67°,5256.

Distance du zénith à l'équateur ou latitude de l'observatoire de Palerme.	42°,3469.
Déclinaison du soleil; australe.	25°,1787.
Les distances vraies des deux bords du soleil au zénith, étant retranchées l'une de l'autre, leur différence donnera le diamètre apparent du soleil pour le 7 décembre 1791, qui sera égal à.	6067″.

Pour faire ces observations, on observe le contact des deux bords du soleil à un fil tendu horizontalement dans l'intérieur de la lunette et perpendiculaire à son axe. Jusqu'ici nous n'avons pas eu égard à l'épaisseur de ce fil; mais à parler exactement, la distance observée du bord supérieur au zénith, est trop petite d'une quantité égale au demi-diamètre du fil; la distance du bord inférieur est trop forte de la même quantité. Ces erreurs se compensent dans le calcul de la distance moyenne du centre du soleil; elles s'ajoutent dans la mesure de son diamètre apparent. Il faut donc retrancher du résultat l'épaisseur du fil. Piazzi l'évalue à 28″, dans sa lunette, ce qui donne 6039″, pour le diamètre véritable. C'est 32′,37″, en mesures sexagésimales.

En prenant ainsi, jour par jour, les hauteurs méridiennes du soleil, et les comparant entre elles, on connaîtra le mouvement de cet astre en déclinaison.

157. Pour avoir son mouvement en ascension droite, on observe chaque jour l'instant de son passage au méridien, et on le compare à celui d'une étoile connue. Cela se fait en observant le contact de son bord antérieur et celui de son bord postérieur, au fil vertical du milieu de la

lunette méridienne, et prenant une moyenne arithmétique entre ces deux instans. L'erreur qui provient de l'épaisseur du fil, se compense ici, comme dans la mesure des distances au zénith, et il est inutile d'y avoir égard. Le tems qui s'écoule entre les passages de l'étoile et du soleil, fait connaître la différence de leurs méridiens. Cette différence, calculée jour par jour, donne le mouvement du soleil, en ascension droite.

158. En réunissant ces résultats, nous avons toutes les données nécessaires pour déterminer la loi des mouvemens du soleil, et tracer sa route, sur la sphère céleste.

Considèrons d'abord les déclinaisons. Elles sont tantôt boréales, tantôt australes. Ainsi le soleil passe successivement de part et d'autre de l'équateur. Leurs variations se font d'une manière régulière, mais inégale. Elles sont très-rapides quand le soleil approche du plan de l'équateur, et c'est là que leur valeur est la plus grande. Elles diminuent à mesure que le soleil s'éloigne de ce plan, et deviennent insensibles vers les plus grandes déclinaisons. Alors les hauteurs méridiennes de cet astre changent très-peu d'un jour à l'autre, et il paraît comme stationnaire. Aussi a-t-on nommé *solstices* les parallèles qu'il décrit dans le ciel à cette époque. On les appelle aussi *tropiques*, d'un mot grec qui signifie *retour*, parce que le soleil, parvenu à ce terme, semble retourner sur ses pas. Celui qui est au nord, s'appelle le *tropique du cancer;* l'autre est le *tropique du capricorne.* Ces dénominations paraissent avoir été données par des peuples situés au nord de l'équateur, qui voyant le soleil reculer vers le midi, après son passage au tropique boréal, ont attribué à ce parallèle le signe du cancer ou de l'écrevisse,

animal qui marche souvent en arrière. Au contraire le soleil leur paraissant s'élancer du tropique austral pour remonter vers l'équateur, ils ont affecté à ce parallèle le signe du capricorne, parce que le capricorne ou la chèvre est un animal grimpant. Quoiqu'il en soit, ces deux parallèles sont situés à égales distances de l'équateur, et leur déclinaison actuelle est d'environ 26°,07.

Venons au mouvement en ascension droite. Si le soleil a d'abord passé au méridien en même tems que l'étoile à laquelle on le compare, le lendemain il y revient plus tard, et il s'éloigne ainsi d'elle de jour en jour. Dans certains tems ce retard est de $0^h,0243$ ($3',5$) Dans d'autres il est de $0^h,0312$ ($4\,5$), sa valeur moyenne est de $0^h,02787$ ($4'$) Le soleil ne rejoint l'étoile qu'en faisant le tour entier du ciel, et après avoir passé successivement par toutes ses déclinaisons. Alors ses retards journaliers recommencent dans le même ordre. Le mouvement de cet astre, parallèlement à l'équateur, se fait donc d'occident en orient, d'une manière régulière, mais inégale, et dans l'intervalle d'une année.

159. En réunissant ces considérations, on est conduit à reconnaître dans le soleil deux mouvemens propres, l'un parallèle, l'autre perpendiculaire à l'équateur; ou, ce qui revient au même, il faut lui supposer un seul mouvement, oblique aux méridiens et aux parallèles, qui produise à la fois ces deux effets.

Si l'on porte chaque jour sur un globe les ascensions droites et les déclinaisons de cet astre, on trouve qu'il décrit ainsi un grand cercle de la sphère céleste. On a représenté ce résultat dans la fig. 43, où EAA′ désigne l'équateur; AA′, AA″... les ascensions droites, et AS, AS′,

AS''.... les déclinaisons observées du point O. La suite des points S, S' S''..., détermine le grand cercle, oblique à l'équateur, que le soleil décrit sur la sphère céleste. Le calcul confirme ce résultat très-exactement, lorsque l'on détermine par la trigonométrie sphérique les positions successives du soleil. Le cercle décrit par cet astre est borné au nord et au midi, par les deux tropiques. On lui a donné le nom d'*écliptique*. Nous en verrons la raison plus loin.

L'écliptique et l'équateur céleste se coupent en deux points, que l'on appelle *équinoxes* ou *points équinoxiaux*, parce que, quand le soleil y passe, le jour est égal à la nuit, par toute la terre. En effet, cet astre se trouve alors dans le plan de l'équateur, qui coupe la terre en deux parties égales. La terre est donc éclairée d'un pôle à l'autre, voyez fig. 44, et le cercle qui sépare sur sa surface la lumière et l'ombre, est un méridien dont le plan est perpendiculaire aux rayons solaires. Ce méridien tourne avec le soleil par l'effet du mouvement diurne, et chaque parallèle se trouve éclairé pendant une demi-révolution du ciel.

Les plans de l'équateur et de l'écliptique se coupent, suivant une ligne droite qui passe par les points équinoxiaux, et que l'on nomme pour cette raison, *la ligne des équinoxes*. Il ne faut pas la confondre avec la trace de l'équateur sur la terre, trace que les navigateurs appellent *la ligne équinoxiale*, ou simplement *la ligne*.

160. A la rigueur, le soleil ne demeure qu'un instant dans le plan de l'équateur, et s'en éloigne aussi-tôt par l'effet de son mouvement en déclinaison. Mais ce mouvement étant beaucoup moins rapide que celui de la sphère céleste nous ne l'apercevons pas, et le jour de l'équinoxe, le soleil

cinq jours, en 1508 ans, de sorte qu'après cet intervalle, on aurait une année en arrière, et l'on se retrouverait dans la même saison.

Les Égyptiens paraissent avoir connu cette période, mais ils la faisaient de 1460 ans, parce qu'ils supposaient l'année de $365^{j},25$. C'est ce que l'on nomme la *période sothiaque*.

165. On pourrait encore faire abstraction du nombre de jours que contient l'année, et en regarder le commencement et la fin, comme des phénomènes astronomiques, que l'on fixerait par les retours du soleil à un même équinoxe. Telle est actuellement en France l'année prescrite par la loi. Elle commence à minuit, avec le jour dans lequel arrive l'équinoxe vrai d'automne, à Paris. Chaque année est divisée en douze *mois* de trente jours, après lesquels on place cinq jours, que l'on nomme *complémentaires*. Cette manière de compter les années, a pour *ère*, c'est-à-dire, pour origine le 22 septembre 1792, jour de la fondation de la République. Par cette méthode, les années ne sont plus des périodes de temps faciles à décomposer en jours, ce qui est un très-grand défaut pour la chronologie, déjà embarrassée par tant d'autres incertitudes.

166. Pour éviter ces inconvéniens, on a imaginé la méthode des *intercalations*. Elle consiste à donner à l'année civile 365 jours, en prenant soin de corriger la petite erreur annuelle, avant qu'elle se soit accumulée, et lorsqu'elle s'élève seulement à un jour. De cette manière, les corrections sont assez fréquentes; mais aussi *l'année civile* ne fait qu'osciller dans des limites peu étendues, autour de l'année véritable, et l'influence de cette erreur

CHAPITRE III.

Du Calendrier.

161 C'est le mouvement du soleil qui détermine les diverses périodes employées dans la société pour la distribution du tems. Le choix de ces périodes et l'ordre de cette distribution composent ce que l'on appelle le *calendrier*.

162. Le tems que le soleil emploie à revenir au même solstice, ou en général au même point de l'écliptique, forme l'*année*. Sa durée a de tout tems intéressé les hommes. C'était, en effet, une mesure naturelle des travaux qui demandent de longs intervalles, et qui dépendent du changement des saisons : sa connaissance était nécessaire pour l'agriculture, le commerce et les voyages ; aussi a-t-on mis beaucoup de soin à la déterminer.

Ce qui se présente d'abord de plus simple, c'est de savoir combien l'année contient de jours solaires, sans avoir égard à leur inégalité. Pour le connaître, il suffirait de placer sur une méridienne un style vertical, et d'examiner tous les jours, à midi, la longueur de l'ombre : le jour où elle atteint sa plus petite longueur est celui du solstice d'été, et le nombre de jours écoulés entre deux retours consécutifs du soleil au même solstice, donne la durée entière de sa révolution. On trouve ainsi que l'année tropique contient environ trois cent soixante cinq jours, et c'est par cette méthode que les premiers astronomes paraissent l'avoir observée.

diverses des chronologistes (a). Mais cela est indifférent pour la progression successive des années, et l'origine de l'ère est tout-à-fait arbitraire. Il suffit qu'on ait fixé une seule des années, par l'observation de quelque phénomène astronomique : or, on sait que, lors de la tenue du concile de Nicée, l'équinoxe arrivait le 21 mars, et, suivant les calculs des chronologistes, il devait s'être écoulé depuis l'ère chrétienne 325 ans. Il n'en faut pas davantage fixer la chronologie depuis cette époque, et rapporter toutes les ères à l'ère chrétienne.

169. On continua à compter de cette manière jusqu'en 1582 ; mais comme on supposait l'année de $365^{j},25$, tandis qu'elle n'est que de $365^{j}.242245$, la petite différence annuelle $0^{j},007755$, s'était accumulée, et avait produit en 1257 ans, $9^{j},74804$, c'est-à-dire, environ dix jours dont on était en retard sur l'année solaire. Les équinoxes s'éloignaient donc successivement de l'instant de l'année auquel le concile de 325 les avait rapportés, et la différence était à-peu-près d'un jour en 132 ans. Ce fut ce qui porta le pape Grégoire XIII à faire, dans le calendrier, un nouveau changement auquel on donna le nom de *réforme grégorienne.*

On commença par réparer le retard des dix jours, en ordonnant que le lendemain du 4 octobre 1582 s'appellerait, non le 5, mais le 15 octobre. On continua à employer l'intercalation julienne, d'un jour tous les quatre ans ; en sorte que toutes les années dont le nombre est divisible par quatre, sont bissextiles. Mais on convint de

(a) D. Petav. *ration. temp. pars secunda*, pag. 16. Paris, 1652, in-12.

supprimer ce jour intercalaire dans les années séculaires 1700, 1800 et 1900, en le laissant subsister dans l'an 2000, et ainsi de suite à perpétuité ; de sorte que trois années séculaires communes sont toujours suivies d'une année bissextile. Cette intercalation très-simple est en même tems très-approchée de l'exactitude, car la différence annuelle $0^j,007755$ de l'intercalation julienne, donne après quatre cents ans $3^j,1020$, c'est-à-dire, à peu près, trois jours, qu'il faut ajouter.

La manière précédente de compter les années, forme ce qu'on appelle le *calendrier grégorien*, suivant lequel l'équinoxe du printems arrive toujours du 19 au 21 mars. Il n'a pas été adopté dans son origine par tous les états de l'Europe, ce qui occasionnait une différence dans la manière de dater. Ceux qui conservaient le calendrier julien, comptaient dix jours, de moins que les autres, depuis 1582 jusqu'à 1700, onze jours depuis 1700 jusqu'à 1800, et ainsi de suite. Mais, à l'exception de la Russie, qui conserve encore le style julien, le calendrier grégorien est maintenant employé dans tous les états de la Chrétienté.

170. On a partagé l'année en quatre *saisons* analogues aux travaux de l'agriculture : ce sont, le *printems*, l'*été*, l'*automne* et l'*hiver*. Le printems se compte depuis l'entrée du soleil dans l'équateur, jusqu'à son arrivée au tropique du cancer ; l'équinoxe qui lui sert d'origine, s'appelle l'équinoxe du printems. Le tems qui s'écoule ensuite jusqu'au retour du soleil à l'équateur, forme l'été, et se termine par un nouvel équinoxe qui est l'équinoxe d'automne. Cette saison s'étend jusqu'à l'arrivée du soleil au tropique du capricorne, et son retour de ce point à

l'équateur, forme l'hiver, qui ferme le cercle de l'année tropique.

171. Chacune de ces saisons ramène, dans les productions de la nature, un nouvel ordre de phénomènes, analogue aux divers degrés d'intensité de la chaleur solaire. A mesure que les hauteurs méridiennes du soleil augmentent, ses rayons tombent plus à-plomb sur l'horizon, et la terre en retient mieux la chaleur. Mais lorsque cet astre s'abaisse, ses rayons obliques, déjà affaiblis par l'atmosphère, se réfléchissent en grande partie, et vont se perdre dans l'espace.

Les hauteurs du soleil ont donc une influence marquée sur la température. Cependant elles redeviennent successivement les mêmes pendant le printems et pendant l'été, quoique la chaleur ne soit pas la même dans ces deux saisons. Cela vient de ce que l'impression produite par le soleil, résulte à-la-fois de l'intensité de sa lumière et de la durée de sa présence. Lorsque le soleil s'avance dans l'hémisphère boréal, son action ne fait que commencer à s'exercer sur nous, et la terre commence à s'échauffer. Mais lorsque cet astre a quitté le tropique, elle a éprouvé plusieurs mois de chaleur. Chaque jour un nouveau degré s'ajoute à ce qu'elle avait déjà; c'est alors que les effets de l'astre qui la réchauffe, deviennent sur-tout sensibles par leur accumulation. On observe de même que la plus grande chaleur du jour n'a pas lieu à midi, mais environ deux heures après.

Il en faut dire autant de l'automne et de l'hiver. Dans ces deux saisons la chaleur envoyée par le soleil est égale; mais la terre est différemment disposée à la recevoir. En automne, sa surface conserve quelque chose de la chaleur

leur de l'été, qu'elle ne perd que peu à peu ; mais lorsque l'hiver arrive, la terre, refroidie, est couverte de neige et de glace. Elle ne peut se réchauffer que lentement, par l'action prolongée des rayons du soleil.

Ceci doit s'entendre seulement de la surface de la terre. La couche qui est au-dessous du sol, à quelque profondeur, ne participe point à ces variations. Lorsque le soleil passe, l'été, au-dessus d'elle, il s'écoule un tems considérable avant qu'elle ressente sa chaleur ; réciproquement, cet astre peut faire sa révolution entière, avant que son départ lui soit sensible. Il doit donc s'établir dans l'intérieur du sol un état moyen, proportionné à l'exposition de la surface extérieure, et intermédiaire entre les plus grands froids de l'hiver et les plus grandes chaleurs de l'été. L'expérience confirme ce résultat. Si l'on prend une moyenne arithmétique entre les hauteurs du thermomètre, observées dans un même pays, pendant une longue suite d'années, ce sera pour ce pays la température constante des souterrains. J'aurai occasion de revenir sur cet objet quand nous comparerons les températures des divers pays, d'après leur position sur la surface du globe.

173. Les notions que nous venons d'acquérir sur la longueur de l'année, peuvent servir à trouver le *moyen mouvement* du soleil dans l'écliptique, c'est-à-dire, l'arc moyen qu'il décrit sur ce cercle dans l'intervalle d'un jour. Car sa révolution annuelle comprenant 400°, sa marche en un jour sera $\frac{400^\circ \cdot 1}{365,242245}$ ou 1°,09516. Ce résultat sera tantôt trop fort, tantôt trop faible, et quelquefois exact ; mais au bout de l'année tout se trouvera compensé. Il est fort ordinaire aux géomètres et aux astronomes d'ac-

commoder ainsi les choses irrégulières à des règles exactes, qui en approchent autant qu'il est possible, et que l'on modifie ensuite par des corrections, de manière à les plier de plus en plus à la vérité.

La même méthode nous fera connaître le moyen mouvement du soleil parallèlement à l'équateur, et puisque cet astre fait ainsi le tour du ciel dans l'intervalle d'une année, sa marche pour un jour sera encore 1°,09516. Ce retard s'ajoutant à la rotation diurne du ciel, le soleil ne revient au méridien d'un jour à l'autre, qu'après avoir décrit parallèlement à l'équateur 401°,09516. Si donc la durée moyenne d'un jour solaire est représentée par 10^h, le tems que cet astre emploie à décrire l'arc diurne 1°,09516, sera $\frac{10\text{ h. }1°,09516}{401°,09516}$ ou $0^{j.\,sol.}$,002730. Cette quantité retranchée de dix heures, donne 9^h,97270 pour le tems de la rotation diurne de la sphère céleste, exprimée en tems moyen solaire. La petite différence $0^{j.sol.}$,002730, (3′ 56″) est l'excès du jour moyen solaire sur le jour sydéral.

174. Si l'on voulait prendre le jour sydéral pour unité, ce que l'on fait souvent en astronomie, le jour moyen solaire serait exprimé par $\frac{10}{9,97270}$ ou $1^{j.syd.}$, 002737. La petite différence $0^{j.syd.}$, 002737 exprimerait l'excès du jour moyen solaire sur le jour sydéral. C'est la quantité dont une horloge réglée sur le mouvement des étoiles, doit avancer d'un jour à l'autre sur le soleil.

Le nombre 0,002737 diffère extrêmement peu de 0,002730 qui représente le même arc 1°,09516, compté en tems moyen solaire. Cela tient au peu de différence

qui existe entre le jour moyen solaire et le jour sydéral, différence qui devient presque insensible sur le petit arc 1°,09516, qu'il s'agit d'évaluer. Cependant la première de ces deux périodes est un peu plus grande que la seconde; voilà pourquoi le même intervalle est représenté par un nombre plus petit dans le premier cas que dans le second.

Il est visible qu'une petite erreur sur la longueur de l'année, n'aurait sur ces valeurs qu'une influence presque insensible, à cause du grand nombre de jours entre lesquels l'erreur totale se trouverait répartie. Tel est l'avantage que présentent les résultats moyens, lorsqu'on les conclut d'observations très-distantes les unes des autres.

CHAPITRE IV.

Manière de déterminer l'obliquité de l'écliptique, et la position des points équinoxiaux.

175. Pour achever de fixer dans le ciel la position de l'orbe solaire, il faut déterminer exactement sa position sur le plan de l'équateur, que les astronomes prennent pour le plan primitif dans leurs observations. Il suffit, à cet effet, de trouver l'inclinaison mutuelle de ces plans et leurs points d'intersection.

Dans cette recherche, nous pouvons faire abstraction du mouvement diurne de la sphère céleste qui, étant commun à l'équateur et à l'écliptique, n'a aucune influence sur leurs positions respectives. Soit C, fig. 45, le centre de la terre, Q Q′ Q″ l'équateur, E S e l'écliptique, E e la commune section de ces deux plans ou la ligne des équinoxes. Enfin, menons un méridien P S Q, dont le plan soit perpendiculaire à cette commune section. Ce méridien coupera le plan de l'équateur suivant la droite C Q, l'écliptique suivant C S, et l'angle S C Q sera l'obliquité de l'écliptique, qu'il s'agit de déterminer.

Or, de tous les rayons visuels C S, C S′, C S″, que l'on peut mener successivement du centre de la terre au soleil, dans les différens tems de l'année, C S est celui qui fait avec l'équateur le plus grand angle: par conséquent *l'obliquité de l'écliptique est égale à la plus grande déclinaison du soleil.*

176. Pour la connaître, il suffirait d'observer la hauteur méridienne du soleil, le jour du solstice, si le solstice

arrivait à midi. Cette circonstance n'ayant jamais lieu que pour un seul méridien terrestre, il serait difficile de s'y astreindre ; mais on doit remarquer que, lorsque le soleil approche du tropique, ses hauteurs méridiennes varient très-peu d'un jour à l'autre, et le jour qu'il est dans son dernier parallèle, il reste sensiblement à la même distance de l'équateur. Ainsi, dans quelque lieu que l'on ait observé la plus grande déclinaison du soleil, on pourra la considérer comme égale à l'obliquité de l'écliptique, au moins dans une première approximation.

On parvient au même résultat en observant les hauteurs méridiennes du soleil dans les deux solstices, et prenant la moitié de leur différence ; car les rayons visuels, menés du centre de la terre aux deux solstices, étant dirigés suivant une même ligne droite, doivent faire avec l'équateur des angles égaux.

On a trouvé, de cette manière, l'obliquité de l'écliptique égale à 26°,0735 pour l'année 1800 ; c'est 23° 27′ 58″. en mesures sexagésimales.

177. Une ligne droite perpendiculaire à ce plan, et menée par le centre de la terre, s'appelle *l'axe de l'écliptique*, par analogie avec l'axe de l'équateur. Les deux points opposés, où cette droite prolongée perce la sphère céleste, s'appellent les *pôles de l'écliptique*.

Les axes de l'équateur et de l'écliptique étant tous deux perpendiculaires à leurs plans respectifs, l'angle qu'ils forment entre eux est égal à l'inclinaison de ces plans. Ainsi, la distance angulaire des pôles de l'écliptique au plan de l'équateur, est égale à 100° — 26°,0735, ou à 73°,9265.

Les deux parallèles célestes qui ont cette déclinaison de part et d'autre de l'équateur, se nomment pour cette raison *cercles polaires*.

178. Quand on connaît l'obliquité de l'écliptique, il suffit d'observer une seule déclinaison du soleil pour trouver la position des points équinoxiaux. En effet, soit C, fig. 46, le centre de la terre, E Q, l'équateur, E S l'écliptique, ou plutôt les grands cercles de la sphère céleste, situés dans ces plans. E C e, commune section de l'écliptique et de l'équateur, sera la ligne des équinoxes. Si S est la position méridienne du soleil pour un certain jour, on connaîtra par l'observation la déclinaison A S; alors dans le triangle sphérique S A E rectangle en A, on aura le côté A S et l'angle opposé S E A, égal à l'obliquité de l'écliptique. On pourra donc par les règles de la trigonométrie sphérique, calculer le côté E A, qui est l'ascension droite du soleil par rapport au point équinoxial E. (a)

Si de plus on observe, le même jour, la différence d'ascension droite entre le soleil et une étoile, qui passe au méridien après lui, et qu'on ajoute au résultat l'arc A E, on aura l'ascension droite de l'étoile, par rapport au point équinoxial. La position de ce point sur l'équateur sera donc rigoureusement déterminée, ainsi que celle de l'équinoxe opposé E, qui en est à 200° de distance. On répétera cette opération un grand nombre de fois, pour la même étoile, afin d'éviter les petites erreurs que les observations comportent, et prenant une moyenne entre tous les résultats, on connaîtra l'ascension droite de l'étoile

---

(a) Soit ω l'obliquité de l'écliptique, δ la déclinaison du soleil, α son ascension, la formule est

$$\text{Sin. } \alpha = \frac{\text{tang. } \delta \text{. cot. } \omega}{R}$$

R étant le rayon des tables trigonométriques.

et la position de la ligne des équinoxes avec une extrême précision. Les positions respectives des étoiles dans le ciel, sont supposées connues par des observations précédentes; il sera donc facile de rapporter leurs ascensions droites aux points équinoxiaux, selon l'usage ordinaire en astronomie.

179. Il sera également facile de trouver le lieu des pôles de l'écliptique dans le ciel; car on connaît déjà les parallèles, sur lesquels ils sont placés §. 177. On sait de plus qu'ils sont dans un même plan, perpendiculaire à l'équateur et à l'écliptique, par conséquent aussi perpendiculaire à la ligne des équinoxes. La trace de ce plan sur l'équateur sera donc à 100° de distance des points équinoxiaux. Ainsi l'ascension droite du pôle austral de l'écliptique, sera de 100°, celle du pôle boréal de 300°, ces ascensions droites étant comptées depuis l'équinoxe du printems, et d'occident en orient, dans le sens du mouvement du soleil.

Le pôle boréal de l'écliptique est le seul que nous puissions apercevoir en Europe. Il est maintenant situé dans la constellation du dragon, entre deux étoiles que l'on nomme δ et ζ (delta et zéta). Il est un peu plus près de la dernière étoile.

180. La position de l'orbe solaire étant ainsi complettement déterminée, on peut calculer le lieu du soleil dans l'écliptique, d'après la seule connaissance de sa déclinaison. En effet, considérons de nouveau le triangle sphérique ASE fig. 46. La position du soleil est déterminée par l'angle S C E que forme le rayon visuel S C avec la ligne des équinoxes. C'est ce que l'on nomme la *longitude du soleil*. Or, cet angle ou l'arc E S qui le mesure est facile

à calculer, lorsque l'on connaît l'obliquité de l'écliptique et la déclinaison A S (a).

181. En répétant chaque jour la même observation et le même calcul, on connaîtra successivement les angles décrits par le soleil sur l'écliptique, à partir de l'équinoxe, ou les longitudes du soleil.

Ces longitudes se comptent ordinairement depuis l'équinoxe du printems, et de 0° à 400°, dans le sens du mouvement du soleil. En prenant leur différence d'un jour à l'autre, on connaîtra la marche diurne de cet astre sur le plan de l'écliptique.

Quand on aura réuni un grand nombre d'observations de ce genre, on pourra en former des tables qui indiqueront d'avance, pour chaque jour, la longitude du soleil et sa déclinaison. Ce seront des *tables du soleil.*

Dans ces tables, les différences des longitudes, d'un jour à l'autre, pourront être très-exactes, parce qu'elles redeviennent les mêmes chaque année, et qu'elles se reproduisent dans le même ordre, ce qui permet de les corriger avec le tems. S'il reste quelqu'incertitude, elle portera donc sur l'*époque* à laquelle le soleil aura eu telle longitude; par exemple, sur l'instant où il sera entré dans le plan de l'équateur. Il pourra aussi rester quelque doute sur la véritable valeur de l'obliquité. Ainsi, pour perfectionner les tables, il faudra s'attacher à rectifier ces deux élémens.

(a) Soit ω l'obliquité de l'écliptique, δ la déclinaison observée, $\odot$ la longitude du soleil que l'on cherche, la formule est

$$\text{Sin. } \odot = \frac{\text{sin. } \delta \text{ . R}}{\text{sin. } \omega}$$

R étant le rayon des tables trigonométriques.

La recherche des mouvemens du soleil a donc, comme tous les problèmes d'astronomie, deux parties très-distinctes : la formation des tables, d'après les premiers résultats observés ; la correction de ces tables, en supposant leurs élémens à peu près connus.

182. Le premier que l'on cherche à bien déterminer est l'obliquité de l'écliptique. Quinze jours avant et après le solstice, l'astronome commence à observer les hauteurs méridiennes du soleil pour en conclure les déclinaisons. Celle qu'il observe le jour du solstice, serait la plus grande possible, si le solstice arrivait à midi ; mais il peut arriver un demi jour plutôt ou plus tard : dans cet intervalle la longitude change d'environ $0^{\circ},55$, en supposant le mouvement du soleil de $1,^{\circ}1$ par jour, ce qui est à peu près sa valeur moyenne. Or, $0^{\circ},55$ d'erreur sur la longitude ne donnent que $0^{\circ},002$ d'erreur sur la déclinaison du solstice. Telle est donc la plus grande erreur que l'on puisse commettre en déterminant directement la déclinaison solsticiale par l'observation. (a)

Mais, au lieu de $0^{\circ},55$ d'erreur sur la longitude, supposons $0^{\circ},0055$: celle de la déclinaison solsticiale diminuera rapidement, car elle est proportionnelle au carré de l'erreur de la longitude. Elle sera donc 10000 fois moindre ou égale à $0^{\circ},0000002$. Or, $0^{\circ},0055$ de mouvement répondent à $5'$ de tems décimal. En calculant l'instant du solstice par les tables, dont la plus grande erreur en longitude est bien rarement de $0^{\circ},0030$, on aura encore une erreur beaucoup plus petite sur la déclinaison.

On est donc en état de calculer avec une extrême pré-

(a) Voyez la note 1 à la fin du livre.

cision, combien il s'en faudra que le soleil, à midi, le jour du solstice, ait la plus grande déclinaison. En ajoutant cette quantité au résultat observé le même jour, on connaîtra la déclinaison solsticiale, c'est-à-dire, l'obliquité de l'écliptique, avec toute l'exactitude qu'on peut attendre de l'observation, avec la même précision que si le solstice fût arrivé à midi même.

On peut faire un semblable calcul pour les jours qui précèdent et pour ceux qui suivent; toujours avec la même exactitude. On peut donc ainsi réunir les observations de 20 et 30 jours, les *réduire au solstice*; par le secours des tables; et le résultat moyen, déduit de leur ensemble, donnera la déclinaison solsticiale avec une grande précision.

Cette méthode serait parfaite, si les réfractions étaient bien connues; mais une preuve qu'elles ne le sont pas encore tout-à-fait, c'est que l'obliquité observée l'été, à une grande hauteur, et celle qu'on observe l'hiver, quand le soleil est beaucoup plus bas sur l'horizon, ne s'accordent pas exactement. La différence est de 21 ou 24 secondes de degré. Pour tout concilier, il paraît qu'il faut faire quelques changemens à la table de Bradley, dont se servent les astronomes. Celle que Delambre lui substitue dans ces recherches, diminue de 0°,000308 (1″ sex.) la latitude de l'observatoire national. Elle diminue aussi de 0°,000462 (1″,5 sex.) l'obliquité d'été, augmente de 0°,001694 (5″,5 sex) l'obliquité d'hiver, et tout est d'accord. Mais cette table de réfractions en donne de trop fortes dans le voisinage de l'horizon.

C'est par cette méthode, ainsi corrigée, et appliquée avec tout le soin imaginable que Delambre a trouvé l'obliquité de l'écliptique pour 1800, égale à 26″,0735, telle que je l'ai donnée dans l'art. 176.

Passons maintenant aux équinoxes: pendant un mois

entier, moitié avant, moitié après l'équinoxe, on observe chaque jour la hauteur du soleil aux environs du méridien, et l'on en conclut la déclinaison pour chaque jour. Avec cette déclinaison et l'obliquité connue, on a la longitude du soleil, telle qu'elle résulterait de l'observation.

La longitude du soleil observée, étant comparée avec celle que donnent les tables, fait connaître l'erreur de ces tables. On a ainsi 20 ou 30 observations de cette erreur, et l'on prend une moyenne arithmétique entre elles. Avec les tables, corrigées de cette erreur moyenne, on calcule l'instant de l'équinoxe, ce qui est facile, puisqu'à cet instant la longitude doit être 0 ou 200° ; et comme on connaît le mouvement diurne du soleil, ainsi que sa distance à l'équateur, la veille de l'équinoxe à midi, il suffit d'une simple proportion, pour savoir quand il y parviendra.

Si l'on ne veut pas se servir des tables, on verra par la comparaison des distances au zénith observées chaque jour, à quelle heure, de quel jour, la distance du soleil au zénith aura été égale à la hauteur du pôle. Ce sera l'instant de l'équinoxe.

183. Ces méthodes supposent toujours que l'on connaît exactement la hauteur de l'équateur et les réfractions. Cependant on a vu par les observations des solstices qu'il reste encore à cet égard quelque incertitude. Pour la faire disparaître, on observe de même l'équinoxe opposé, et on prend un milieu entre les erreurs des tables qui en résultent. Il est visible, en effet, que l'erreur des réfractions et de la latitude ont sur la longitude une influence contraire selon que le soleil monte ou descend.

184. Pour trouver la longueur de l'année par ces observations, il faut les comparer à d'autres plus anciennes, et sur l'exactitude desquelles il n'y ait aucun doute, ou

du moins dont l'incertitude soit suffisamment compensée par l'éloignement.

Celles que nous ont laissées les anciens astronomes, ne paraissent pas mériter beaucoup de confiance. Ces observations se faisaient avec des *armilles :* c'étaient des cercles de cuivre dirigés dans le plan des cercles célestes. Pour déterminer les équinoxes, ils observaient le tems où l'ombre du cercle qui représentait l'équateur, était renfermée toute entière dans le plan de ce cercle ; mais il est évident que la réfraction altérait plus ou moins le résultat, suivant la hauteur où se trouvait le soleil à l'instant de l'équinoxe. Le changement de réfraction plus rapide, vers l'horizon, que le mouvement en déclinaison, leur a fait quelquefois observer deux équinoxes le même jour. En effet, si le soleil se lève le matin fort près de l'équinoxe, la réfraction très-forte à l'horizon pourra compenser son éloignement, et le faire paraître dans le plan de l'équateur. Mais à mesure que les astres s'élèvent, la réfraction diminue avec rapidité ; le soleil plus haut sur l'horizon, paraîtra donc plus près de son véritable lieu, et, si son mouvement en déclinaison n'a pas compensé cet abaissement, il reparaîtra au-dessous de l'équinoxe, où il passera de nouveau dans la journée.

Par cette raison et d'autres encore, qu'il serait trop long de déduire, on peut douter si les anciens équinoxes valent la peine d'être calculés. Si l'on veut cependant en tirer parti pour déterminer la longueur de l'année, la méthode la plus simple est de regarder chacun de ces équinoxes comme une longitude observée, qui est de 0° au printems, et de 200° en automne. On calculera le lieu du soleil par les tables, pour la même époque. Si la longitude vraie est autre que 0° ou 200°, la différence sera

l'erreur du mouvement moyen des tables, pour le tems écoulé depuis l'ancien équinoxe jusqu'à nous. Cette erreur divisée par le nombre de jours écoulés, donnera la correction du mouvement moyen employé dans les tables : ce mouvement étant ainsi rectifié, on en conclura la longueur de l'année par une simple proportion (a).

185. Il n'y a pas beaucoup d'avantage à rechercher ces anciennes observations, sur lesquelles on ne peut compter à un demi-jour près, ce qui fait $0^{\circ},55$ sur la longitude observée ; en effet, $0^{\circ},55$ divisées par 2000 ans, donnent $0^{\circ},00027$ ($0'$, 9 sex.) par année. Une observation de Bradley ou de la Caille, faite il y a cinquante ans, ne comporte pas une erreur de $0^{\circ},0015$ ($5''$ sex.), qui, répartis sur cet intervalle, ne font que $0^{\circ},00003$ ($0'$, 1 s.) par année. Telle était l'incertitude qui restait sur le mouvement moyen du soleil. Celui que Delambre avait adopté, d'après Lalande, pour ses tables imprimées, était $40000^{\circ},851851$ pour 100 années juliennes de $365^{j},25$ ou simplement $0^{\circ},851851$ ($46'$), en omettant les 100 circonférences entières, qui ne peuvent occasionner aucun doute ; c'est ce que l'on nomme le *mouvement séculaire* du soleil. On en déduit par une simple proportion le tems d'une révolution complette, qui est $\frac{400.\ 36525\ j.}{40000,851851}$ ou $365^{j},2422220$. Telle était la longueur de l'année tropique jusqu'à présent adoptée ; mais, d'après son nouveau travail, Delambre trouve ce mouvement séculaire trop fort de $0^{\circ},003080$; ce qui le réduit à $40000^{\circ},848771$, et la vraie valeur de l'année, qui en résulte, est $365^{j},242250$ ou $365^{j},5^{h}\ 48'\ 50'',2$ en me-

(a) Le mouvement diurne corrigé, est à un jour, comme 400° à la longueur totale de l'année.

sures sexagésimales. Cette valeur est même un peu plus exacte que celle que j'ai donnée dans le chapitre précédent.

Quoique cet excellent astronome ait calculé plus de 1200 observations pour arriver à ce résultat, il n'a encore rien publié. Il attend, pour plus de certitude, qu'il ait encore observé plusieurs équinoxes.

186. Afin de ne pas interrompre l'exposé des méthodes, j'ai été obligé de passer sous silence quelques détails, auxquels il est nécessaire de revenir.

En comparant les observations anciennes avec les modernes, on voit que la trace de l'écliptique dans le ciel n'a pas toujours passé par les mêmes étoiles. Celles qui étaient autrefois situées au nord de ce plan, près du solstice d'été, sont maintenant plus près de son pôle boréal; les méridionales, au contraire, qui étaient situées près du même solstice, se sont rapprochées de l'écliptique. Des déplacemens analogues ont eu lieu près du solstice d'hiver. Toutes les étoiles situées dans l'écliptique participent à ces déplacemens, mais d'autant moins qu'elles sont plus près de l'équateur. Ces phénomènes indiquent évidemment que l'écliptique s'est rapproché de l'équateur depuis les anciens astronomes jusqu'à nous; et, en effet, la seule comparaison des observations modernes, prouve incontestablement la diminution progressive de son obliquité.

Cette diminution est de 154″,3 par siècle. La théorie a fait voir qu'elle a une limite, après laquelle l'obliquité de l'écliptique augmentera peu à peu, pour décroître ensuite par les mêmes degrés. Ainsi, ce mouvement se réduit à une petite oscillation, et l'écliptique n'a jamais coïncidé et ne coïncidera jamais avec l'équateur, phénomène qui, s'il avait lieu, produirait sur la terre un printems perpétuel.

CHAPITRE V.

Seconde approximation des mouvemens du soleil. Théorie de son mouvement elliptique.

187. Dans ce qui précède, nous avons considéré le soleil comme parcourant chaque année un grand cercle de la sphère céleste; nous avons fixé la position de ce cercle, et nous avons appris à déterminer par l'observation les angles que le soleil y décrit. Mais ces résultats ainsi isolés, ne seraient jamais exempts d'erreurs ou d'incertitude, et leurs changemens, s'ils en éprouvent, ne pouvaient être corrigés qu'en les comparant sans cesse à de nouvelles observations. Pour les rectifier plus sûrement et avec plus de facilité, il devient nécessaire de chercher la loi rigoureuse qui les enchaîne, ou au moins quelque forme géométrique et calculable qui en approche le plus possible; car la dépendance mutuelle des résultats étant une fois connue, leur exactitude ne tiendra plus qu'à la détermination précise d'un petit nombre d'élémens.

Cette dépendance est évidemment liée au mouvement réel du soleil dans l'espace; cherchons donc à en déterminer les lois.

188. Pour cela il faut réunir deux sortes de données: le mouvemeut angulaire du soleil, déduit de la mesure de ses hauteurs; les variations de sa distance, déduites des observations de son diamètre apparent. Rapprochons les conséquences qui en résultent.

En premier lieu, le mouvement angulaire du soleil n'est pas uniforme; il est tantôt plus lent, tantôt plus

rapide. Des observations multipliées ont fait connaître que la plus grande de ces différences a lieu dans deux points de l'écliptique, situés l'un vers le solstice d'hiver, l'autre vers le solstice d'été.

Dans le premier, le soleil décrit chaque jour sur l'écliptique 1°,1327 ; c'est alors que sa vîtesse est la plus grande.

Dans le second, il décrit seulement 1°,0591 ; c'est alors que sa vîtesse est la plus petite.

La vîtesse moyenne, entre ces deux extrêmes, est 1°,0959.

Ces deux points répondent à des déclinaisons égales de part et d'autre de l'équateur, et leurs ascensions droites diffèrent de 200°. Ils sont donc situés sur une même ligne droite, menée par le centre de la terre et de la sphère céleste.

189. Venons au diamètre apparent : il suit les mêmes périodes que la vitesse angulaire, c'est-à-dire, qu'il augmente et diminue avec elle, quoique dans un moindre rapport. Il est à son maximum au point où la vitesse est la plus grande, et on l'observe alors de 6035″,7. Il est à son minimum au point où la vitesse est la plus petite, et il est alors de 5836″,3 ; la moyenne est 5936″. Ces mesures doivent être diminuées de quelques secondes à cause de l'irradiation, qui dilate un peu les diamètres apparens des objets ; mais la quantité exacte de cette diminution n'est pas encore bien connue (a).

(1) Ces observations se font avec le micromètre, ou de la manière qui a été enseignée page 180. Le moyen le plus exact serait d'y employer le cercle répétiteur, et Delambre se propose d'en faire usage. En se servant d'un instrument analogue, et prenant 1000 fois le diamètre du soleil, Quesnot a trouvé 5836″,4 ce qui

190.

190. On peut, d'après ces observations, calculer la plus grande et la plus petite distance du soleil à la terre, ou au moins évaluer leur rapport ; car on sait que les distances d'un même objet sont réciproques à ses diamètres apparens. Si nous comparons ainsi le plus grand et le plus petit diamètre apparent du soleil, leur rapport sera $\frac{3055'',7}{3036'',3}$ ou 1,03416 ; c'est-à-dire, que si l'on représente par l'unité ou 1 la plus petite distance du soleil à la terre, la plus grande aura pour expression 1,03416. La moyenne arithmétique entre ces distance est 1,01708. Si on veut la prendre pour unité, selon l'usage des astronomes, la plus petite aura pour expression $\frac{1}{1,01708}$, ou $1 - \frac{0,01708}{1,01708}$ et la plus grande $\frac{1,03416}{1,01708}$, ou $1 + \frac{0,01708}{1,01708}$ ce qui revient à 1 — 0,01679 ou 0,98321 et 1,01679. *La distance du soleil à la terre varie donc annuellement, en plus et en moins, d'une quantité à-peu-près égale à la cent soixante-huit dix millième partie de sa valeur moyenne* (a).

191. Les points de l'orbe solaire qui répondent à la plus petite et à la plus grande distance du soleil à la terre, se nomment le *périgée* et l'*apogée*, de deux mots

---

diffère extrêmement peu de la valeur que j'ai rapportée. Ces mesures prises ainsi comparativement avec différentes lunettes, donneraient le moyen de déterminer l'effet de l'irradiation. En général, pour avoir exactement le plus grand et le plus petit diamètre apparent du soleil, il faut les conclure d'un grand nombre d'observations. On ne doit donc pas s'étonner si les valeurs exactes qu'on leur donne ici, diffèrent un peu de celle que nous avons trouvées dans l'article 156 par une seule observation de Piazzi.

(a) Voyez la note 2 à la fin du livre.

grecs qui signifient *autour* et *loin de la terre.* On les désigne aussi conjointement par le nom d'*absides.*

192. En rapprochant ces résultats, on voit que la vitesse du soleil semble augmenter quand il s'approche de la terre, et diminuer quand il s'éloigne. Mais nous ne savons pas encore si ces variations sont réelles ou apparentes; car, par cela seul que le soleil s'approche, les arcs qu'il décrit dans son orbite doivent nous paraître plus grands; quand il s'éloigne, ils doivent nous paraître plus petits. Pour les comparer avec exactitude, il faut les ramener à un même éloignement. L'arc qui a pour mesure 1°,0591, et que le soleil décrit dans son apogée, aurait paru plus grand s'il eût été observé au périgée. Pour l'y ramener, il suffit de le multiplier par le rapport inverse des rayons dans ces deux points, c'est-à-dire, par $\frac{1,01679}{0,98321}$ ou 1,03416; car ses grandeurs apparentes seraient réciproques à son éloignement (a). On trouve ainsi 1°,0952 pour la mesure de cet arc, vu à la distance périgée. Or, l'arc décrit réellement dans ce point par le soleil, est 1°,1327, comme on l'a vu plus haut, et il surpasse encore le précédent de 0°,0375; ainsi la diminution apparente du mouvement du soleil au périgée n'est pas purement optique, et due à l'accroisse-

---

(a) Soit r' la distance périgée du soleil, r'' sa distance apogée, x la grandeur apparente de l'arc, 1°,0951 ramené au périgée, on aura

$$\frac{x}{1°,0591} = \frac{r'}{r} \text{ d'où } x = \frac{r'}{r} . 1°,0591$$

or $\frac{r'}{r} = 1,03416$ d'après ce qu'on a vu précédemment, donc.

$x = 1°,0591 . 1,03416 = 1°,09528.$

ment de sa distance; elle provient aussi d'un rallentissement réel, qui se fait dans la marche de cet astre, à mesure qu'il s'éloigne de la terre.

193. En comparant de la même manière, pour d'autres époques de l'année, le mouvement angulaire du soleil et son diamètre apparent, on trouve cette loi générale : l'*angle décrit chaque jour, étant multiplié par le carré de la distance, donne un produit à fort peu près constant.* Il en résulte que le mouvement angulaire se rallentit à fort peu près comme le carré de la distance augmente (a).

(1) En effet, soit r la distance du soleil à la terre, v sa vitesse angulaire diurne, c'est-à-dire l'angle qu'il décrit dans un jour, enfin A une constante. La loi qui résulte des observations est

$$r^2 v = A$$

supposons que r^2 devienne $r^2 (1 + u)$, u étant une très-petite quantité qui représentera les variations du carré de la distance; soit de plus, v' l'accroissement de v, les quantités $r^2 + r^2 u$, et $v + v'$ qui se correspondent, devront être liées entre elles par la formule précédente, ce qui donne

$$v + v' = \frac{A}{r^2} (1 + u)$$

Or en développant $\frac{1}{1+u}$ par la division, on trouve

$$\frac{1}{1+u} = 1 - u + u^2 - u^3 \ldots\ldots \text{ etc.}$$

Substituant cette valeur dans l'équation précédente, et ôtant les termes v et $\frac{A}{r^2}$ qui s'entre-détruisent, il reste

$$v' = -\frac{A u}{r^2} + \frac{A u^2}{r^2} - \frac{A u^3}{r^2} \ldots\ldots \text{ etc.}$$

Dans ce résultat, on peut sans erreur sensible négliger les puissances de u supérieures à la première, car u est une fort petite fraction. On aura ainsi simplement

$$v' = -\frac{A u}{r^2}$$

On voit que v' est négatif quand u est positif, et positif quand u

194. Lorsqu'on a ainsi découvert une loi simple qui s'étend, avec de legères erreurs, à un grand nombre d'observations éloignées, on peut la regarder comme plus exacte que les observations mêmes; car si elle n'était pas réellement la loi de la nature, il faudrait un grand hasard pour qu'elle représentât aussi bien les observations, et il est au contraire extrêmement probable qu'elle s'en écarterait de plus en plus. La probabilité se change en certitude quand le nombre des essais est extrêmement multiplié. C'est le cas actuel de l'astronomie.

195. En partant de ce dernier résultat, on peut calculer les rapports des distances du soleil à la terre, dans deux points quelconques de son orbite, sans recourir aux observations de son diamètre apparent; car ces distances seront réciproques aux racines carrées des angles diurnes décrits sur l'écliptique (b). Par exemple, la distance

---

est négatif. Par conséquent, la vitesse angulaire diminue quand la distance augmente, et réciproquement,

De plus, v' est proportionnel à u; c'est-à-dire, à l'accroissement du carré de la distance : par conséquent la vitesse angulaire croît, à fort peu près, comme le carré de la distance augmente; ce qui est la propriété énoncée dans le texte.

On voit aussi que cela n'est vrai que par approximation, en supposant que v et r varient très-peu l'un et l'autre. Or cette condition est toujours satisfaite dans le mouvement du soleil, puisque les distances apogée et périgée, qui sont les plus différentes de toutes, sont encore presque égales, aussi bien que les vitesses diurnes dans ces deux points.

(b) En effet, soient r, r' deux distances du soleil à la terre, v, v' les angles diurnes qui leur correspondent, on aura

$$r^2 v = A \qquad r'^2 v' = A;$$

Par conséquent

$$r'^2 v' = r^2 v$$

ce qui donne

$$\frac{r'}{r} = \frac{\sqrt{v}}{\sqrt{v'}}$$

périgée étant supposée égale à 1, la distance apogée sera $\frac{\sqrt{1^{o},1327}}{\sqrt{1^{o},0591}}$ ou 1,0341 ; telle qu'on la déduirait des valeurs 1,0168 ; 0,9832 , qui représentent ces distances, comme nous l'avons trouvé plus haut.

Ceci étant traduit en géométrie, fait connaître une loi très-remarquable du mouvement du soleil. Menons du centre de la terre à cet astre, une ligne droite, que nous nommerons *rayon vecteur*. Cette droite décrira chaque jour sur l'orbe solaire un petit secteur dont l'aire sera, à fort peu près, égale à la moitié du produit de l'angle diurne, par le carré du rayon vecteur (a). Cette aire est donc cons-

---

(a) Soit C fig. 47, le centre de la terre, C S, CS′ les rayons vecteurs, CSS′ le secteur décrit. L'aire de ce secteur sera comprise entre celles des secteurs circulaires CSP, CS′Q, décrits du point C comme centre, avec CS et CS′ pour rayons. Supposons le petit angle SCS′=a CS=r, et CS′=r(1+δ) ; δ étant une très-petite quantité qui est l'accroissement de r, on aura

$$\text{Secteur } CSP = \frac{r^{2}a}{2}$$

$$\text{Sect. } CS'Q = \frac{r^{2}a}{2}(1+\delta)^{2}$$

$$\text{Sect. } CS'Q - \text{sect. } CSP = \frac{r^{2}a}{2}(1+2\delta+\delta^{2}-1)$$

$$= \frac{r^{2}a}{2}(2\delta+\delta^{2}) = \text{sect. } CSP.(2\delta+\delta^{2})$$

La différence ne dépend donc que de la quantité δ, qui représente l'accroissement du rayon vecteur du soleil. Or cet accroissement est de 0,034, depuis le périgée jusqu'à l'apogée, c'est-à-dire dans l'intervalle d'une demi-année. Il est donc moindre que 0,00018 dans l'intervalle d'un jour. Ainsi la différence des secteurs CS′Q, CSP. devient à fort peu près égale à Sect. CSP. 0,00056 ;

tante, et l'aire totale tracée, à partir d'un point fixe, croît comme le nombre des jours écoulés. De-là résulte cette conséquence : *les aires décrites par le rayon vecteur du soleil sont proportionnelles aux tems.* C'est une des grandes lois découvertes par Kepler ; elle sert de base à la théorie du soleil et des planètes.

196. En suivant cette loi et y joignant les observations des angles diurnes, on peut tracer la courbe que décrit le soleil sur le plan de l'écliptique. Pour cela, d'un point donné, qui représente le centre de la terre et de la sphère céleste, on mène, sur un plan, des droites dont la distance est égale au mouvement angulaire du soleil. Ces droites représentent les rayons visuels menés chaque jour à cet astre. On porte sur leur direction, à partir du point fixe, les distances correspondantes du soleil à la terre, calcu-

---

c'est-à-dire qu'elle ne s'élève pas à $\frac{36}{100000}$ du secteur CSP. Cette différence est donc presque nulle, et les secteurs CSP, CSQ sont à fort peu près égaux entre eux, et puisque le petit secteur elliptique CSS′ est plus grand que le premier, et plus petit que le second, il s'ensuit que sa surface est aussi très-peu différente de $\frac{r^2a}{2}$: c'est-à-dire que *dans l'intervalle d'un jour*, elle est sensiblement égale à la moitié du produit de l'angle diurne par le carré du rayon vecteur.

Cette égalité devient d'autant plus exacte, que l'intervalle de tems compris entre les rayons vecteurs est moindre, en sorte qu'on pourra toujours le prendre assez petit pour que l'erreur résultante de cette supposition soit moindre qu'une quantité quelconque donnée.

Ces rapports se confirment très-exactement lors qu'on évalue les aires des secteurs elliptiques, par le moyen des formules rigoureuses que l'analyse fournit pour cet objet.

lées d'après le mouvement diurne, en prenant une d'entre elles pour unité. Les points déterminés de cette manière indiquent, pour chaque jour, le lieu du soleil, et la courbe qui les unit est l'orbite de cet astre.

197. Prenons pour exemple les vingt-quatre observations suivantes, faites à Greenwich, par Maskeline, et calculées par Delambre, dans les Mémoires de Berlin.

DATES des OBSERVATIONS.		TEMS MOYEN.	LONGITUDES.	DIFFÉRENCE des TEMS.	DIFFÉRENCE des LONGITUDES.
		h	°	h	°
Janvier	12	0,1259	324,6965	10,0026	1,1317
	13	0,1286	325,8282		
Février	17	0,1645	365,2553	9,9994	1,1907
	18	0,1639	366,4458		
Mars	14	0,1300	393,0707	9,9990	1,1040
	15	0,1281	394,1747		
Avril	28	0,0455	42,1708	9,9990	1,0785
	29	0,0444	43,2493		
Mai	15	0,0369	60,4293	10,0000	1,0694
	16	0,0369	61,4933		
Juin	17	0,0667	95,5386	10,0014	1,0607
	18	0,0680	96,5993		
Juillet	18	0,1039	128,3933	10,0005	1,0593
	19	0,1044	129,4531		
Août	26	0,0750	169,8852	9,9981	1,0732
	27	0,0732	170,9584		
Septembre	22	0,0135	199,1657	9,9976	1,0893
	23	0,0108	200,2550		
Octobre	24	9,9549	235,4519	9,9993	1,1113
	25	9,9542	236,5632		
Novembre	18	9,9650	263,3717	20,0035	2.2482
	20	9,9685	265,6199		
Décembre	17	0,0406	294,9675	10,0035	1,1
	18	0,0441	296,0992		

198. Ces longitudes sont comptées à partir d'une même

ligne droite, menée du centre de la terre à l'équinoxe du printems. La différence des observations relatives au même mois, donne les angles diurnes, et les racines carrées des rapports de ces angles, font connaître les distances du soleil à la terre, à ces diverses époques. En rapportant ces distances à l'instant intermédiaire entre les deux observations de chaque mois, on a formé la table suivante, dans laquelle on a pris pour unité la distance du soleil qui correspond à la vitesse angulaire moyenne 1°,0959 (a).

(a) Cette table est calculée par la formule suivante : soit v le mouvement pour 10 heures, r la distance à la terre, on a

$$r = \sqrt{\frac{1°0959}{v}}.$$

Du reste j'ai employé les observations telles qu'elles se trouvent rapportées et sans y faire aucune correction. Il est par conséquent probable que ces résultats doivent s'écarter dans leurs dernières décimales, de ceux dont on fait usage dans les tables, ces dernières étant liées par la théorie, et déduites d'un si grand nombre d'observations, que les plus petites erreurs s'y compensent mutuellement.

Je dois encore faire remarquer, que la distance à laquelle répond la vîtesse angulaire moyenne 1,°0959, n'est pas la distance moyenne du soleil à la terre; mais une quantité un peu plus petite. En effet, si l'on prend la distance moyenne pour unité, et que l'on nomme y, celle qui répond à la vîtesse angulaire 1,°0959, on aura en la comparant avec la vîtesse apogée

$$\frac{y}{1,0168} = \sqrt{\frac{1°,0951}{1,0959}}$$

Ce qui donne $y = 0,99958$ valeur un peu moindre que l'unité. Mais on voit en même-tems que la différence est extrêmement petite, ce qui tient, à ce que les distances périgée et apogée du soleil sont presque égales. Voyez la note 3 à la fin du livre.

DATES des OBSERVATIONS.				LONGITUDES DU SOLEIL.	DISTANCES à LA TERRE.
Janvier	12	à	13	325°,2624	0,98448
Février	17	à	18	365,8505	0,98956
Mars	14	à	15	393,5520	0,99630
Avril	28	à	29	42,7101	1,00800
Mai	15	à	16	60,9586	1,01234
Juin	17	à	18	96,0689	1,01654
Juillet		à	19	128,9235	1,01719
Août	26	à	27	170,4218	1,01042
Septembre	22	à	23	199,7104	1,00283
Octobre	24	à	25	236,0076	0,99303
Novembre	18	à	20	264,4958	0,98849
Décembre	17	à	18	295,5333	0,98415

Ces données ont servi à construire la fig. 52, qui représente l'orbite annuelle du soleil.

199. Cette courbe est un peu alongée dans le sens de la droite qui joint les observations des mois de janvier et de juillet ; par conséquent c'est vers ces points que se trouvent le périgée et l'apogée. La ressemblance de cette orbite avec une ellipse a donné lieu de les comparer, et

l'on a reconnu qu'en effet l'*orbe solaire est une ellipse dont la terre occupe un des foyers.*

200. L'ellipse est une courbe plane, telle que la somme des distances d'un quelconque de ses points à deux points fixes, que l'on nomme *foyers*, est toujours la même. Pour la décrire, on fixe aux foyers les extrémités d'un fil que l'on tend par le moyen d'un style. On fait mouvoir ce style de manière que le fil soit toujours tendu, et la courbe est tracée quand il a fait une révolution entière. Voyez fig. 48. La droite menée par les deux foyers et terminée à la courbe, se nomme le *grand axe* de l'ellipse. Le milieu de cet axe se nomme *centre*: il est également éloigné des deux foyers, et sa distance à un quelconque d'entre eux, se nomme l'*excentricité*; parce qu'en effet si les deux foyers se réunissaient au centre, l'ellipse se changerait en une circonférence de cercle, et elle n'en diffère qu'à raison de son excentricité. Enfin, une droite menée, par le centre, perpendiculairement au grand axe, s'appelle le *petit axe* de l'ellipse; et la distance des extrémités de ce petit axe aux foyers, se nomme *distance moyenne*; parce qu'en effet elle est moyenne arithmétique, entre les distances apogée et périgée.

201. Dans l'ellipse solaire, d'après les observations dont nous avons fait usage, la distance moyenne ou le demi grand axe étant 1, la distance apogée est 1,0168. En retranchant la première de la seconde, on aura 0,0168 pour l'excentricité. Elle ne serait donc pas de 17 millimètres sur une ellipse dont le demi grand axe aurait 1000 millimètres ou un mètre de longueur. C'est pour cela qu'elle est si peu sensible dans la fig. 52; mais dans le ciel, où la moyenne distance du soleil à la terre excède 34 millions de lieues, comme on le verra par la suite, cette excentricité a plus de 500 mille lieues de longueur.

CHAPITRE VI.

Manière de déterminer la position de l'ellipse solaire sur le plan de l'écliptique.

202. Pour trouver la position de l'ellipse solaire, on cherche le lieu de l'apogée et du périgée. Ces points sont déjà connus d'une manière approchée d'après les observations diurnes, parce que la vitesse angulaire y est la plus petite ou la plus grande. Mais il peut rester encore une indétermination d'un demi-jour sur l'instant précis auquel le soleil y passe. Pour les obtenir plus exactement, on remarque que le soleil doit employer une demi-année, pour aller d'un de ces points à l'autre, et que la différence des longitudes de cet astre y est de 200°. La réunion de ces propriétés appartient exclusivement au grand axe de l'orbe solaire, car si l'on mène par le centre de la terre une autre ligne droite qui coupe cette orbite en deux points, la différence de longitude de ces deux points sera bien égale à 200°; mais le tems employé par le soleil pour aller de l'un à l'autre, différera d'une demi-révolution annuelle. Il sera plus grand si l'arc décrit contient l'apogée, où le mouvement est plus lent; moindre s'il contient le périgée ou le mouvement est plus rapide.

Il n'arrive jamais que l'on ait des observation qui diffèrent exactement de 200°, et dont l'intervalle soit précisément une demi-révolution annuelle; mais lorsqu'on a trouvé les observations qui satisfont le mieux aux conditions exigées, on y fait, d'après le mouvement connu

du soleil, les petites corrections nécessaires pour avoir les tems et les longitudes véritables (a).

En appliquant ces considérations aux observations de Maskeline, Delambre a trouvé la longitude de l'apogée pour 1780, égale à 110°,1543. Le soleil a passé par ce point de son orbite, le 31 juin, a 0^h, 13 tems moyen à Paris.

203. Comparons ce résultat à des observations plus anciennes. En 1690, Flamsteed avait trouvé la longitude de l'apogée égale à 108°,4259. Ce point de l'orbite du soleil s'est donc avancé de 1°,7284, en 90 ans, ce qui fait 192″ par année. La théorie de l'attraction donne 191″,51 (b), et l'on doit la regarder comme plus sûre que l'observation, lorsqu'il s'agit de si petites quantités.

Le grand axe de l'orbe solaire n'est donc pas fixe dans le ciel, il s'avance annuellement de 191″,51 dans le sens du mouvement du soleil.

Lorsque cet astre est revenu au point de l'écliptique où l'apogée se trouvait l'année précédente, l'apogée s'en est éloigné, et le soleil doit encore décrire 191″,51 avant de le rejoindre. Le tems nécessaire pour cela est, $\frac{191'',51}{1296000}$ 365^j,242250 ou 0^j,017487, à raison de la circonférence entière pour une année. A la vérité l'ellipse solaire ne reste pas tout-à-fait immobile dans cet intervalle, et l'apogée s'éloigne un peu du soleil pendant que cet astre le rejoint, mais son mouvement est si lent que l'on peut

(a) Delambre, mémoire sur les tables du soleil, académie de Berlin, 1785.

(b) Mécanique céleste, tome III, p. 109.

le négliger, pendant un tems si court, et en effet en 0 ,017487, il ne décrirait que $\frac{0,017487.\ 191'',51}{365,\ 242250}$ quantité qui est au-dessous d'un centième de seconde décimale.

204. Par une suite nécessaire de ces phénomènes, le soleil emploie un peu plus d'une année tropique pour revenir à l'apogée ou au périgée de son orbite. La différence est égale à 0^j,017487, et la durée de la révolution, par rapport aux absides, est 365',242250 + 0 ,017487 ou 365 ,259737. C'est ce que l'on nomme la *révolution anomalistique*, parce que l'on appelle *anomalie* du soleil la distance angulaire de cet astre à l'apogée de son orbite (a).

Cette période diffère sensiblement de la révolution tropique, c'est donc elle qu'il faut employer pour déterminer le lieu de l'apogée avec exactitude, d'après les observations annuelles.

205. Le grand axe de l'ellipse solaire ayant un mouvement progressif sur le plan de l'écliptique, il a dû, à une certaine époque, coïncider avec la ligne des équinoxes, et dans un autre tems il lui a été perpendiculaire. Ces époques sont faciles à déterminer, puisque l'on connaît la position actuelle de cet axe et son mouvement (b).

(a) Il serait plus convenable de compter l'anomalie à partir du périgée; car on est obligé plus tard de le faire pour les comètes, dont les orbites sont extrêmement alongées. La méthode deviendrait donc ainsi plus uniforme, ce qui est un très-grand avantage. Le bureau des longitudes de France a adopté cet usage pour ses nouvelles tables du soleil. Mais comme elles n'ont pas encore paru, au moment où s'imprime cet ouvrage, j'ai cru devoir me conformer en cela aux tables généralement adoptées, afin de ne pas arrêter, par ce changement, ceux qui voudraient s'en servir.

(b) Mécanique céleste, tome III, pag. 113.

Suivant les observations de Lacaille, la longitude du périgée, en 1750, était 309°,5790.

Quand le grand axe était perpendiculaire à la ligne des équinoxes, cette longitude était de 300°.

La différence est 9°,5790, qui à raison de 191″,51 par an, font un nombre d'années égal à $\frac{9579000}{19151}$ ou environ 500 ans.

Ce phénomène est donc arrivé en l'an 1250. Alors le périgée du soleil coïncidait avec le solstice d'hiver, et l'apogée avec le solstice d'été. Voyez fig. 49.

206. De même quand le grand axe coïncidait avec la ligne des équinoxes, la longitude du périgée était 200°.

Depuis cette époque jusqu'en 1750, il s'est avancé de 109°,5790.

Le nombre d'années nécessaire pour ce déplacement est $\frac{10957900}{19151}$ ou environ 5722, ce qui reporte ce phénomène à 4000 ans anviron avant l'ère chrétienne. Par une rencontre assez singulière, c'est à peu près vers ce tems, selon la plupart des chronologistes, que remontent les premières traces du séjour de l'homme sur la terre; quoiqu'il paraisse d'ailleurs par un grand nombre de preuves physiques, que la terre elle-même est beaucoup plus ancienne.

207. On voit que le même phénomène arrivera encore lorsque le périgée solaire aura atteint 400°, c'est-à-dire, lorsqu'il aura décrit 100° — 9°,5790, depuis 1750; et en partant des résultats précédens, on voit qu'il faut pour cela un nombre d'années exprimé par 5722 — 2.500 ou 4722, ce qui reporte ce phénomène à l'an 6472.

Alors le périgée solaire coïncidera avec l'équinoxe du printems au lieu que dans la position opposée, il a coïncidé avec l'équinoxe d'automne. Dans ces deux cas la ligne

les solstices qui est toujours perpendiculaire à celle des équinoxes, était parallèle au petit axe de l'ellipse solaire.

Généralement, on voit que cette ligne des solstices ne répond jamais pendant deux années consécutives aux mêmes points de l'orbite du soleil.

208. Lorsque le grand axe A P, fig. 49, est perpendiculaire à la ligne des équinoxes, l'équateur E e partage cette ellipse en deux portions inégales, dont la plus petite est située du côté du périgée. Cette partie doit donc être décrite plus promptement que l'autre, puisque son étendue est moindre, et que les surfaces décrites sont proportionnelles aux tems. Cette circonstance, jointe au déplacement du grand axe, fait varier la durée des saisons.

Lors de cette position du soleil en 1250, le périgée coïncidait avec le solstice d'hiver. Alors, le tems écoulé depuis l'équinoxe du printems E jusqu'au solstice d'été, était égal à l'intervalle de ce solstice à l'équinoxe d'automne, le printems était donc égal à l'été et l'automne à l'hiver.

Du tems d'Hipparque, ou 140 ans avant l'ère chrétienne, l'apogée était moins avancé qu'en 1750 d'une quantité égale à 191″,51. 1890 ou 36°,1954. La longitude de l'apogée, à cette époque, étoit donc 273°,3836. L'ellipse se trouvait placée à-peu-près comme on le voit dans la figure 50, et l'angle P T S était de 26°,6164. L'intervalle E S′ de l'équinoxe du printems au solstice d'été était alors 94 jours et demi, et l'intervalle de ce solstice à l'équinoxe d'automne n'était que de 92 jours et demi, suivant les observations de ce grand astronome. Le printems était alors plus long que l'été, et l'hiver plus long que l'automne.

209. Maintenant la position de l'ellipse est telle que représente la fig. 51. L'angle P T S est de 10°,5365

en 1800, et l'on a pour les intervalles des diverses saisons:

De l'équinoxe du printems au solstice d'été,	92j.,90588.
Du solstice d'été à l'équinoxe d'automne,	93j.,56583,
De l'équinoxe d'automne au solstice d'hiver,	89j.,69954.
Du solstice d'hiver à l'équinoxe du printems,	89j.,07110.

Le printems est donc maintenant plus court que l'été, et l'automne plus long que l'hiver (a).

Tant que le périgée solaire restera du côté de l'équateur, où il est maintenant, le printems et l'été pris ensemble, seront plus longs que l'automne et l'hiver. Dans ce siècle, la différence est d'environ 7 jours, comme on le peut voir par les valeurs précédentes. Ces intervalles deviendront égaux vers l'an 6472, lorsque le périgée atteindra l'équinoxe du printems; ensuite il le dépassera, et le printems et l'été pris ensemble deviendront plus courts que l'automne et l'hiver.

210. Ces phénomènes n'auraient pas lieu si le mouvement du soleil était circulaire et uniforme, toutes les saisons seraient égales entre elles, et l'on n'y remarquerait jamais aucune différence. L'excentricité de l'orbite, quoique fort petite, a donc une influence sensible sur leur durée. Le déplacement du grand axe, quoique très-lent, produit les variétés observées dans les différens siècles, variétés que nous n'appercevons pas pendant la courte durée de notre vie, mais dont les générations successives éprouvent réellement les effets. Voilà la première fois que nous avons occasion de démontrer l'application de l'astronomie à l'état passé du ciel et à son état futur. C'est pourquoi on me pardonnera d'être entré dans quelques détails sur ce sujet.

(a) Voyez la note 4 à la fin du livre.

CHAPITRE

CHAPITRE VII.

Correction des élémens elliptiques, et construction des tables du soleil.

211. La position de l'ellipse solaire et son excentricité ont connues par ce qui précède. Si elles l'étaient exactement, on en déduirait, par le calcul, la marche du soleil.

Mais il peut rester encore beaucoup d'incertitude sur l'excentricité. Nous l'avons conclue de la comparaison des diamètres périgée et apogée, et les observations de ces diamètres portent sur de petites quantités affectées de l'irradiation dont on ne sait point les dépouiller. D'ailleurs, cette méthode ne serait plus praticable pour les planètes, dont le diamètre apparent est fort petit. Ainsi pour obtenir cet élément avec toute la précision nécessaire, il faut chercher un résultat sur lequel il ait une influence plus continue et plus sensible. Nous le trouverons dans les variations du mouvement angulaire du soleil.

212. La loi fondamentale de ce mouvement est que les aires décrites par le rayon vecteur, sont proportionnelles au tems. Si l'orbite du soleil était circulaire et sans excentricité, les aires égales correspondraient à des angles égaux, et le mouvement de cet astre serait uniforme. Les inégalités que l'on y observe, sont donc l'effet nécessaire de l'excentricité de l'orbite. Elles sont liées

à cette excentricité, et leur étendue dépend de sa grandeur. Or, on peut les observer très-exactement au moyen des excellentes horloges que nous avons aujourd'hui; on peut donc espérer de déterminer, par ce moyen, l'excentricité avec beaucoup plus de précision que par l'observation directe.

213. Pour avoir une idée nette de ces inégalités, il faut concevoir le mouvement du soleil comme composé d'un mouvement circulaire et uniforme, qui en fait la partie principale, et d'une correction dépendante de l'excentricité de l'ellipse, qui modifie cette première valeur.

Ou, si l'on veut peindre ces considérations par la géométrie, concevons un soleil fictif s, fig. 53, mu uniformément autour de la terre, sur une circonférence dont le rayon soit égal à la distance périgée. Donnons à cet astre fictif un mouvement moyen, égal à celui du vrai soleil; ensorte qu'étant partis ensemble du périgée, ils y reviennent ensemble après une révolution entière, et suivons-les à partir de ce point. Tandis que le soleil fictif se meut d'une manière uniforme, le vrai soleil S se meut d'une manière inégale, en formant avec la distance périgée des secteurs d'ellipse proportionnels au tems. Comme il a, en partant, sa plus grande vitesse, il devance d'abord le soleil s; mais son mouvement se ralentit à mesure qu'il s'éloigne du périgée; il arrive un moment où sa marche est la même que celle du second soleil, après quoi celui-ci s'en rapproche, et l'atteint à l'apogée A, où ils arrivent en même tems. Le contraire a lieu en revenant vers le périgée. Alors c'est le soleil fictif s', qui devance le soleil véritable; mais peu après celui-ci augmente de vîtesse, en se rapprochant du périgée: il arrive un moment où leurs marches sont égales; ensuite celle du vrai soleil

s'accélérant toujours, il suit l'autre de plus près ; et enfin, les deux astres se rejoignent au périgée, où leurs moyens mouvemens tropiques les ramènent en même tems.

Par conséquent si l'on conçoit deux rayons vecteurs menés en même tems du centre de la terre aux deux soleils, l'angle formé par ces droites sera d'abord nul au périgée ; il augmentera ensuite jusqu'à un certain terme, où il atteindra sa plus grande valeur, puis diminuera jusqu'à l'apogée, où il redeviendra nul de nouveau ; et delà jusqu'au périgée, il variera en sens contraire par les mêmes degrés. Cet angle est donc la correction qu'il faut faire au mouvement circulaire, pour avoir le mouvement elliptique du soleil : on le nomme l'*équation de l'orbite*, ou l'*équation du centre* ; parce que l'on a coutume d'appeler *équation* en astronomie, les quantités qu'il faut ajouter ou ôter aux résultats moyens, pour les *égaler* aux résultats véritables.

214. Depuis le périgée jusqu'à l'apogée, l'équation du centre, doit être ajoutée au moyen mouvement du soleil ; depuis l'apogée jusqu'au périgée ; elle en doit être retranchée. De plus, il y a deux points dans l'orbite, où elle atteint sa plus grande valeur. Or, le calcul fait voir que lorsqu'on connaît cette valeur, on en peut déduire immédiatement l'excentricité (a), et il est facile de déterminer ce *maximum* par observation comme on va le voir.

(a) Voici la formule. Soit E, la plus grande équation du centre ; e, l'excentricité ; que l'on fasse $\frac{E}{63^{\circ},661977} = \alpha$ on aura l'excenctriité par la série :

$$e = \frac{1}{2}\alpha - \frac{11}{768}\alpha^3 - \frac{587}{93040}\alpha^5 - \frac{40583}{2642411520}\alpha^7 + \ldots\ldots$$

La quantité α est toujours une fraction très-petite principalemeni

En effet, dans ces points, les deux soleils se meuvent pendant quelques instans avec même vîtesse. Le mouvement du vrai soleil est donc alors égal à son moyen mouvement tropique, ou a 1°,09516. C'est le caractère auquel on reconnaît l'époque de la plus grande équation.

Il y a deux points semblables dans l'orbite, et comme sa figure est symétrique, il est de toute nécessité qu'ils soient placés symétriquement de part et d'autre du grand axe, comme dans la figure 53 où ils sont désignés par S et S'. D'ailleurs l'équation du centre est additive avant le passage du soleil à l'apogée, et soustractive après: d'où il suit que, dans l'un et l'autre cas, le soleil vrai est plus près de l'apogée, que le soleil fictif, comme le représente la fig. 53.

On voit donc, par la seule inspection de cette figure, que si l'on pouvait calculer les angles S T S', s T s'; leur différence serait égale à la somme des angles S T s, S' T s'; ou au double de la plus grande équation du centre, car à cause de la symétrie de l'orbite, les deux angles S T s; S' T s' doivent être égaux.

Or, si l'on représente par E e la ligne des équinoxes,

---

pour le soleil. Si l'on suppose avec l'auteur de la mécanique céleste, E = 2°,1409, au commencement de 1750, on aura

$$\alpha = \frac{2°,1409}{63°,6620} = 0,033629$$

Ce qui donne $\frac{1}{2}.\alpha = 0,016814$.

Le second terme $\frac{11\,\alpha^5}{768}$ est au-dessous de 0,000001, et par conséquent insensible, on aura donc en se bornant au premier,

$$e = 0,016814.$$

C'est le résultat adopté par l'auteur de la mécanique céleste dans sa table des élémens des planètes, *Syst. du Monde*, p. 116. La formule précédente a été trouvée par Lambert Eph. de Berlin.

l'angle S T S′ est facile à calculer. C'est la différence des longitudes vraies E T S, E T S′ du soleil, observées dans les points de la plus grande équation.

L'angle s T s′ ne présente pas plus de difficulté. C'est l'angle que le soleil aurait décrit en vertu de son moyen mouvement tropique pendant le même intervalle de tems. Il est égal à la différence des *longitudes moyennes*, en désignant, par cette expression, les longitudes que le soleil aurait eues à ces deux époques, s'il avait marché uniformément.

Ainsi *lorsqu'on a deux longitudes vraies du soleil observées aux époques de la plus grande équation, la différence du mouvement vrai au moyen mouvement tropique, dans le même intervalle, est le double de l'équation du centre.*

215. Dans tout ceci nous n'avons pas eu égard au déplacement progressif de l'orbe solaire. Cependant il influe sur les positions du soleil, par rapport au grand axe de son ellipse. Par l'effet de ce déplacement, la longitude observée à la première époque, devient trop faible; et pour la ramener au même point de l'ellipse auquel elle répondait d'abord, il faudrait lui ajouter tout le mouvement du périgée, pendant l'intervalle de la première à la seconde observation. Ainsi l'angle S T S′ déduit de la différence des longitudes vraies, est trop fort de la même quantité. Mais la différence des longitudes moyennes se trouve augmentée de la même manière. L'erreur disparaît donc du résultat final, qui est la différence des deux précédens, et tout se réduit à la règle très-simple que nous avons donné.

216. Par exemple, en discutant les observations de Maskeline pour l'année 1775, on trouve la longitude du soleil de 13°,9565 pour le 2 avril, à 0^h,0897 tems moyen à Paris (a). Le soleil, à cette époque, était fort

(a) Mémoires de Berlin pour l'année 1785.

près de sa plus grande équation, circonstance indiquée par son mouvement diurne.

Le 30 septembre suivant, à $9^h,9925$, la longitude du soleil était $208°,9952$, il se trouvait encore fort près de sa plus grande équation.

La différence des deux longitudes, est $195°,0387$. Pour avoir celle des deux époques, il faut considérer que du 2 avril à 0^h au 30 septembre à 10^h, il y a 182 jours. La première observation est plus avancée de $0^h,0897$; la seconde l'est moins de $0^h,0075$; ce qui fait en tout $0^h,0972$ à retrancher de 182 jours. Le reste est $181^j,99028$; c'est l'intervalle des observations.

Le moyen mouvement tropique, correspondant à cet intervalle, est. . $400°. 181^j,99028$

$365^j,242250$

Ou.	$199°,3091$
Le mouvement vrai égale. .	$195°,0387$
La différence est	$4°,2704$
Ce qui donne pour la plus grande équation du centre.	$2°,1352$

Pour que ce résultat fut tout-à-fait exact, il faudrait que les deux longitudes observées, l'eussent été précisément aux époques de la plus grande équation, ce qui est peu probable. Mais l'erreur est toujours fort légère, parce que vers cette époque, le soleil vrai et le soleil moyen se suivent à peu près avec la même vîtesse pendant l'intervalle de quelques jours, et l'équation du centre varie très-peu. Cependant pour obtenir un résultat plus exact, on opère ici comme dans les observations du solstice. On calcule, d'après les tables, ce qui manque à la longitude observée pour être celle de la plus grande équa-

tion, et c'est ce que l'on peut faire avec beaucoup d'exactitude, d'après la valeur à peu près connue de l'excentricité (a). On ramène ainsi à cette époque plusieurs observations qui la précèdent et qui la suivent de peu de jours. Toutes ces observations donnent l'équation du centre, telle qu'on aurait du l'observer, si elle fut arrivée à midi même; et une moyenne arithmétique entre tous ces résultats, fait connaître très-exactement sa valeur. C'est à peu près de cette manière que Delambre l'a trouvée égale a 2°,1394 pour l'année 1775. On en déduit immédiatement l'excentricité de 0,016803 à la même époque.

217. Les observations que nous venons de discuter, donnent lieu à une remarque intéressante. Les époques qui les séparent sont éloignées l'une de l'autre d'envi-

(a) Il suffit, pour cela, de calculer l'anomalie qui répond à la plus grande équation du centre; car cette anomalie étant ajoutée à la longitude de l'apogée, ou retranchée de cette longitude, donnera les deux longitudes du soleil qui correspondent aux points de la plus grande équation. Soit e l'excentricité, u l'anomalie cherchée, la formule qui la donne est

$$u = 100° - 63°,661977 \left\{ \frac{3}{4} e + \frac{21}{128} e^3 + \frac{5409}{40960} e^5 + \frac{97875}{1835008} e^7 + \dots \right\}$$

Pour le soleil on a $e = 0{,}0168$

le terme $\frac{21}{128} e^3$ sera moindre que 0,000001, et le terme qui en résultera dans la valeur de u, sera au-dessous de 0,0001, on pourra donc le négliger, et l'on aura simplement

$$u = 100° - 63°,661977 . \frac{5e}{4}$$

qui donnera

$$u = 100° - 0°,8021 = 99°,1979$$

c'est l'anomalie du soleil qui répond à la plus grande équation du centre. Elle est moindre que 100°, mais elle en diffère peu.

ron 182 jours, c'est-à-dire d'une demi année. Il faut donc que les rayons vecteurs correspondans, se trouvent à peu près en ligne droite ; et comme nous savons d'ailleurs qu'ils font des angles égaux avec le grand axe de l'orbite, il faut qu'ils soient à très-peu près perpendiculaires à cet axe. Ainsi l'anomalie qui répond à la plus grande équation diffère peu de l'angle droit. Le calcul fait voir que cette circonstance tient à la petitesse de l'excentricité (a).

218. La comparaison des observations prouve que l'équation du centre diminue à peu près uniformément. La théorie de l'attraction a confirmé cette diminution, et en a fait connaître la valeur plus exactement que les observations n'auraient pu faire. Elle est de 0°,0058 par siècle (b).

219. Ce phénomène suppose une diminution analogue dans l'excentricité de l'orbe solaire, car ces deux quantités sont liées entre elles, et elles doivent croître et décroître en même tems, puisque si l'excentricité était nulle, l'équation du centre serait nulle aussi. La théorie, en montrant cette dépendance, a fait connaître la diminution correspondante de l'excentricité. Elle est de 0,000045553 par siècle (c), le demi grand axe, ou la distance moyenne étant prise pour unité. C'est environ 1548 lieues

(a) Voyez la note de la page précédente.

(b) Mécanique céleste, t. III, p. 90.

(c) On peut facilement la calculer par les formules de la p. 227 car la diminution séculaire de l'équation du centre, étant 0°,0058 la diminution correspondante de l'excentricité, est

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{0{,}0058}{63{,}661977}$$

ou 0,000045553

en 100 ans, ou 15 lieues et demie par année, en n'évaluant qu'à 34000000 de lieues la distance moyenne du soleil à la terre. On voit que des fractions qui paraissent presque insensibles dans le ciel, deviennent très-considérables quand nous les rapportons à nos mesures.

220. Si cette diminution était toujours progressive, l'ellipse solaire se changerait à la longue en une circonférence de cercle, et par suite l'excentricité décroissant toujours, la terre, après un grand nombre de siècles, tomberait enfin sur le soleil. Mais la théorie de l'attraction a prouvé que les variations de l'excentricité et de l'équation du centre, sont périodiques; en sorte qu'après avoir diminué jusqu'à un certain terme, l'excentricité croîtra de nouveau, en reprenant successivement les mêmes valeurs. Elle oscillera ainsi dans des limites dont la période n'est pas encore bien connue, mais que l'on sait pourtant devoir être fort resserrées; et les choses se maintiendront ainsi éternellement, à moins que quelque cause extérieure et inconnue ne vienne changer l'état actuel du système du monde, et modifier les loix que nous y observons.

221. En général, lorsque nous avons déterminé par les observations les élémens de l'orbe solaire, nous les avons trouvés assujettis à des variations très-lentes et presque insensibles. Pour calculer ces variations, nous avons comparé les élémens observés à des époques très-éloignées, et nous en avons conclu les modifications progressives qu'ils doivent subir. Mais dans ce calcul, nous les avons toujours considérés d'une manière isolée, tandis qu'en effet ils sont liés les uns aux autres, de sorte que leurs altérations ont entre elles une certaine dépen-

dance : c'est ainsi, par exemple, que le lieu de l'apogée influe sur la recherche de la plus grande équation, qui est elle-même dépendante de l'excentricité. Il est donc nécessaire d'avoir égard à ces rapports pour obtenir la variation des élémens d'une manière exacte.

C'est l'analyse qui fait connaître cette dépendance, et les méthodes qu'elle emploie pour la découvrir sont trop élevées, pour que je puisse en parler ici; mais en supposant la connaissance de ces rapports, on peut aisément concevoir la marche qu'il faut suivre pour y satisfaire, et je l'exposerai d'autant plus volontiers, qu'elle donne en quelque sorte le secret de l'exactitude actuelle des tables astronomiques, et de l'accord qui existe dans leurs résultats.

222. L'esprit de la méthode consiste à corriger les élémens d'un seul coup, et tous à-la-fois par un grand nombre d'observations, tel que 1000 à 1200. Pour cela, on fait d'abord varier chaque élément à part, d'une petite quantité, et l'on calcule le changement qui en résulte dans tous les autres. Alors en représentant la véritable correction par une indéterminée, on a, par une simple proportion, l'expression analytique de son influence. En faisant la même opération pour tous les élémens, on obtient pour chacun d'eux des valeurs qui contiennent les résultats indéterminés des corrections de toutes les autres. On calcule d'après ces valeurs supposées, les expressions analytiques des lieux du soleil pour différentes époques, en négligeant les carrés et les produits de ces petites corrections, qui, par leur petitesse, ne peuvent être d'aucune influence. En comparant ces résultats avec un grand nombre d'observations choisies parmi les plus exactes, on a autant d'équations aux

quelles les corrections doivent satisfaire, et que l'on nomme pour cela *équations de condition*. Si les observations étaient d'une exactitude géométrique, il suffirait de former autant de ces équations qu'il y a d'élémens à corriger. Mais comme elles comportent toujours quelques petites erreurs, on supplée à leur imperfection par leur nombre. On combine successivement les équations de condition, de la manière la plus favorable à la détermination de chaque élément, et l'on parvient ainsi à connaître avec la plus grande exactitude leurs valeurs simultanées et les variations très-lentes qu'ils éprouvent, auxquelles on a donné le nom d'*inégalités séculaires* (a).

223. Les élémens de l'ellipse solaire étant bien déterminés, il ne reste plus qu'à construire les tables, c'est-à-dire à calculer d'avance pour chaque jour le lieu du soleil. L'analyse fournit pour cela des méthodes directes et rigoureuses, qui font connaître la valeur du rayon vecteur et de la longitude en fonction du tems, à partir d'une époque et d'une position donnée.

Il n'est pas possible d'exposer ici les calculs qui conviennent à ces valeurs générales; je vais seulement donner une idée de leur forme et de l'usage qu'on en fait.

Nous avons reconnu précédemment que le mouvement du soleil peut être considéré comme composé d'un mouvement circulaire qui en fait la partie principale, et d'une correction dépendante de l'excentricité.

D'après cela, on conçoit que l'expression analytique du rayon vecteur doit être composée de deux parties; la première constante, et égale au demi grand axe de

(a) Voyez la note 5 à la fin du livre.

l'ellipse, ou à la *distance moyenne* du soleil à la terre; la seconde variable, et représentant les accroissemens ou les diminutions de cette distance dans les divers points de l'orbite.

De même, l'expression de la longitude moyenne doit contenir une partie proportionnelle au tems, et relative au mouvement circulaire, avec une correction dépendante du mouvement elliptique, et qui est l'équation du centre.

Ces corrections du rayon vecteur et de la longitude, sont périodiques; et se renouvellent, par les mêmes degrés, à chaque révolution annuelle. L'analyse les représente par des sinus et des cosinus d'angles, qui croissent proportionnellement au tems. En effet, ces quantités sont également périodiques; car le sinus d'un angle, d'abord nul, quand l'angle est nul, croît ensuite jusqu'à 100°, où il atteint son maximum; de-là, décroît de même, jusqu'à 200°, où il devient nul de nouveau, puis passe au-dessous du diamètre, où il reprend successivement les mêmes valeurs, en sens contraire. Les cosinus ont une marche analogue. Ces quantités sont donc propres à représenter des valeurs périodiques, et la théorie de l'attraction a fait voir que l'on peut exprimer de cette manière toutes les inégalités des mouvemens célestes. L'expérience seule aurait conduit au même résultat, mais par une voie plus lente; car Lagrange a prouvé que si plusieurs quantités se suivent dans une marche régulière, on peut toujours en découvrir la loi; mais il faut pour celà que les observations soient tout à fait exactes, ou du moins qu'elles ne comportent que de très-petites erreurs (a). La théorie du mouvement elliptique fournit donc le moyen

(a) Mémoires de l'académie, pour 1772, p. 513.

de prévenir, en cela, les observations, et d'anticiper sur la suite des tems.

Enfin, comme les corrections du mouvement circulaire du soleil sont toutes fort petites, puisqu'elles dépendent de l'excentricité, l'analyse les donne en *série*, c'est-à-dire, qu'elles sont exprimées par une suite de termes, ordonnés suivant les puissances de l'excentricité, et par conséquent de plus en plus petits. Comme on peut desirer de connaître ces formules, je les ai rapportées dans la note 6 que l'on trouvera à la fin du livre.

Les valeurs absolues du rayon vecteur et de la longitude dépendent des élémens de l'ellipse, et comme ces élémens changent peu à peu avec le tems, en raison des inégalités séculaires, les tables construites sur leurs valeurs actuelles ne pourraient servir que pendant un tems assez court. Pour éviter cet inconvénient, on a joint aux tables les corrections que la variabilité des élémens doit y introduire à la longue, et de cette manière elles peuvent s'étendre à un grand nombre de siècles avant et après l'époque pour laquelle elles sont calculées.

224. En comparant les résultats de ces tables avec de longues suites d'observations très-exactes, on a reconnu que le mouvement elliptique du soleil ne suffit pas tout à fait pour les représenter. On a découvert ainsi dans ce mouvement de petites inégalités que l'on n'avait pas aperçues d'abord, et que l'on a nommées *perturbations*. La théorie de l'attraction en a fait connaître les lois et même a donné la grandeur de quelques-unes. On a calculé les valeurs des autres par la méthode des équations de condition, et on a joint ces résultats aux tables, comme autant de corrections à faire au mouvement elliptique.

225. Pour completter ces notions, il me reste à faire

connaître en peu de mots la construction de ces tables et la manière d'en faire usage.

L'époque qui leur sert d'origine, et de laquelle elle, partent, est le 31 décembre à midi, tems moyen, pour les années communes, et le 1er janvier à midi, tems moyens pour les années bissextiles. Cette différence a été introduite pour pouvoir transporter facilement les moyens mouvemens des tables, d'une année à l'autre. En effet, supposons les calculés pour une année commune, et qu'on veuille passer de-là à une bissextile, pour laquelle on ait conservé la même époque du 31 décembre. Il n'y aura rien à changer dans les deux premiers mois, parce que les lieux du soleil redeviennent les mêmes après une année, mais à la fin de février de l'année bissextile, on devra ajouter le mouvement pour un jour, à cause du jour intercalaire qui se place à cette époque. La longitude du soleil se trouvera donc augmentée de cette quantité, et cette augmentation se perpétuant jusqu'à la fin de l'année, il faudra pour employer les résultats des années précédentes, les avancer tous, d'un jour, pendant les dix derniers mois. Au lieu de cela, si on prend le premier janvier pour l'époque de l'année bissextile, les longitudes moyennes de l'année précédente seront trop fortes d'un jour pendant les deux premiers mois, et il faudra les diminuer de cette quantité pour les adapter à l'année bissextile; mais à la fin de février, l'addition du jour intercalaire supplée à ce retard, et l'on est d'accord pour le reste de l'année. Cette différence d'époques est donc utile pour simplifier le calcul d'une année à l'autre. C'est pourquoi on l'a généralement adoptée.

Comme l'instant où l'on compte midi n'est pas le même dans les pays qui n'ont pas la même longitude § 139, il fallait,

pour lier les observations entre elles, convenir d'une époque commune, qui fut fixée par un phénomène astronomique instantanné. On a choisi pour cela l'instant du passage du soleil à l'apogée de son orbite.

Lorsque cet instant est connu, on ajoute à la longitude du soleil le moyen mouvement jusqu'au 31 décembre ou au 1.er janvier à midi, et l'on a la longitude moyenne du soleil pour cette époque, ou l'*époque des tables*. En effet, lorque le soleil est apogée ou périgée, son lieu vrai coïncide avec son lieu moyen 213, et la longitude vraie est la même que la longitude moyenne 214.

En ajoutant, jour par jour, à ce résultat le mouvement diurne du soleil, on aura la longitude à midi pour tous les jours de l'année.

226. Par exemple, suivant les observations de Maskeline, calculées par Delambre, le soleil a passé à son apogée le 30 juin 1780 à $0^h18'43''$, tems moyen à Paris (a). Sa longitude exprimée en degrés sexagésimaux, était alors égale à 99°8'50",7. C'était donc en même tems sa longitude moyenne.

Depuis cet instant jusqu'au 31 décembre 1780 à midi moyen, il s'est écoulé $183^j23^h41'17''$, qui à raison de 360° pour une année tropique, donnent $\frac{360°.183,847002}{365,242550}$ ou 181°20'46",5 pour l'accroissement de la longitude moyenne dans cet intervalle.

Ajoutant ce résultat au précédent, on a 280°29'37",2. C'est l'époque des tables du soleil pour l'année 1781,

(a) J'emploie ici les anciennes divisions du cercle et du jour, parce qu'elles sont encore employées dans toutes les tables astronomiques dont cet article suppose l'usage; ainsi les heures y sont comptées à partir de midi.

L'apogée s'est déplacé dans cet intervalle d'une quantité égale à $\frac{62''.185,987002}{365,242250}$ ou 31″,2. Il faut ajouter ce résultat à la longitude de l'apogée au 30 juin 1780. On aura ainsi 99°921″,9 pour cette longitude. Cette quantité se trouve ainsi toute calculée dans les tables.

227. Lorsqu'on connaît l'époque pour une année, il est facile de l'obtenir pour l'année suivante. Il suffit d'ajouter le moyen mouvement du soleil pour 365 jours, s'il s'agit d'une année commune, et pour 366, s'il s'agit d'une bissextile. Dans le premier cas c'est 359°45′40″,4; dans le second, c'est 360°44′48″,8. En rejettant du résultat les circonférences entières, la somme est l'époque cherchée. On trouve ces époques toutes calculées dans les tables, pour un grand nombre d'années d'avance.

228. Supposons maintenant que l'on demande le lieu elliptique du soleil pour le 28 janvier 1781 à midi, tems moyen à Paris. L'intervalle de cet instant à l'époque est 28 jours, qui donnent $\frac{360°.28}{365,242250}$ ou... 27°35′53″,2 pour l'accroissement de la longitude moyenne.

Ajoutons la longitude de l'époque, qui est.	280°	29′	37″, 2.
On a la longitude moyenne du soleil pour l'instant demandé, égale à. .	308°	5′	30″, 4.
Venons maintenant aux inégalités.			
La longitude de l'apogée à l'époque était.	99°	9′	21″, 9.
Son mouvement pour 28 jours est. .			4″, 8.
Longitude de l'apogée à l'instant demandé.	99°	9′	26″, 7.

Si

Si l'on retranche ce résultat de la longitude moyenne, on aura la distance moyenne du soleil à l'apogée de son orbite, c'est-à-dire, l'anomalie qui aurait lieu si son mouvement eut été uniforme. C'est ce que l'on nomme l'*anomalie moyenne*; elle est de.	208°	56′	3″, 7.
Quand on connaît cette quantité, les tables donnent l'équation du centre qui y correspond; elle est de.		56′	53″, 7.
En l'ajoutant à la longitude moyenne au 28 janvier à midi, on aura. .	309°	2′	24″, 1.

C'est la longitude vraie à cette époque, ou le lieu elliptique du soleil.

229. Dans ce calcul nous n'avons pas eu égard aux perturbations. Un semblable détail nous mènerait trop loin. On peut consulter sur ce sujet les tables du soleil insérées dans la troisième édition de l'Astronomie de Lalande. On y trouvera toutes les *équations*, et la manière de s'en servir. Je me bornerai à remarquer que ces tables seront beaucoup plus commodes, quand elles seront calculées suivant la nouvelle division, en parties décimales du quart du cercle.

CHAPITRE VIII.

Sur l'inégalité des jours et sur l'équation du tems.

230. MAINTENANT que nous connaissons, avec exactitude, la marche du soleil et les dimensions de son orbite, il doit être possible de calculer l'arc qu'il décrit, parallèlement à l'équateur, dans chaque jour de l'année. Si nous comparons ce mouvement réel et variable à son mouvement moyen, la différence nous donnera l'*équation du tems*. On peut donc calculer cette équation par la seule théorie, et cela est très-avantageux ; car on l'obtient ainsi très-exactement sans avoir besoin de recourir aux observations ; et de plus, comme on connaît les élémens dont elle se compose, on peut prévoir les variations qu'elle doit subir. Cherchons donc à y parvenir de cette manière.

Pour cela comparons d'abord le jour solaire à quelque période fixe, par exemple, au jour sydéral, et voyons en quoi ils diffèrent. Si l'on imagine deux méridiens menés par les deux extrémités de l'arc de l'écliptique que le soleil décrit dans un jour, l'arc de l'équateur que ces méridiens interceptent, est la différence cherchée ; car lorsque la rotation de la sphère céleste est terminée, il faut encore que ce petit arc de l'équateur traverse le plan du méridien, avant que le soleil y passe. Or, cet arc n'est pas toujours de la même longueur, comme nous le prouverons tout-à-l'heure, et c'est pour cela que les jours solaires sont inégaux.

Ils le seraient encore même quand le soleil parcourait l'écliptique d'un mouvement uniforme, en y décrivant chaque jour des arcs égaux. En effet, à cause de l'obliquité de l'écliptique, ces arcs prennent successivement diverses inclinaisons, par rapport à l'équateur. Dans le tems des équinoxes, ils coupent ce plan sous un angle égal à l'obliquité de l'écliptique, parce que leur direction est alors perpendiculaire à la ligne des équinoxes qui est la commune section de l'écliptique et de l'équateur. Au contraire, dans le tems des solstices, ils deviennent parallèles à cette même droite. Les méridiens menés par les extrémités des arcs diurnes, près du solstice, sont donc plus écartés qu'ils ne le seraient s'ils comprenaient le même arc de l'écliptique, près des équinoxes; et comme l'écart de ces méridiens mesure, sur l'équateur, les retards successifs du soleil, ces retards sont inégaux et plus petits dans les équinoxes que dans les solstices (a).

Les variations journalières du mouvement du soleil, dans son orbite, sont une autre cause d'inégalité; car elles augmentent ou diminuent les arcs diurnes que le soleil décrit sur l'écliptique, ce qui change encore l'écart des méridiens, et la longueur des arcs de l'équateur, qui sont compris entre eux.

231. On voit donc que l'inégalité des jours solaires est due à deux causes distinctes, l'obliquité de l'écliptique et l'inégalité du mouvement propre du soleil. Ces deux causes ont chacune leur action à part, de sorte qu'il faudrait les détruire toutes deux, pour que les jours solaires devinssent égaux; c'est-à-dire, qu'il faudrait que le mouvement du soleil, dans son orbite, devînt uniforme, et que le plan

(a) Voyez la note 7 à la fin du livre.

de l'écliptique coïncidât avec l'équateur. Or, on démontre, par la théorie de l'attraction, que cela n'arrivera jamais.

232. Pour calculer les inégalités des jours solaires, et former la valeur de l'équation du tems, il faut calculer les arcs que le soleil décrit chaque jour sur l'écliptique, en vertu de son mouvement elliptique, projetter ces arcs sur l'équateur, et en retrancher le moyen mouvement diurne: la différence donnera l'équation du tems qui convient à chaque jour de l'année.

233. Pour représenter ces résultats par la géométrie, on conçoit un soleil fictif qui décrit le grand cercle de l'écliptique, d'un mouvement uniforme, et qui passe au périgée et à l'apogée en même tems que le soleil véritable. Cet astre fictif est déjà exempt des inégalités du mouvement elliptique. On conçoit ensuite un troisième soleil qui passe par les équinoxes en même tems que le second, et qui se meut dans l'équateur avec un mouvement uniforme, de manière que les distances angulaires de ces deux astres fictifs, à l'équinoxe du printems, sont constamment égales entre elles. L'effet de l'obliquité de l'écliptique disparaît donc pour ce troisième soleil; et, comme on a corrigé l'inégalité du mouvement propre, par la première supposition, sa marche n'est plus assujettie à aucune irrégularité : c'est elle qui mesure le *tems moyen* des astronomes.

234. Le *jour moyen* est l'intervalle de tems compris entre deux passages consécutifs de ce soleil fictif, au méridien, et le *minuit* ou le *midi moyens* sont les instans de son passage. Le moment où il arrive à l'équinoxe, détermine l'*équinoxe moyen :* on l'obtient par une simple proportion, lorsque l'on connaît la longitude du périgée, et l'époque

à laquelle le vrai soleil s'est trouvé dans les absides. Le tems qui s'écoule entre deux retours consécutifs au même équinoxe moyen, forme l'*année moyenne tropique*, qui contient $365^j,242250$, comme nous l'avons déjà trouvé plus haut. Elle diffère un peu de l'année véritable, dans laquelle le déplacement progressif de l'orbe solaire produit de légères variations, parce que la vîtesse du soleil est inégale dans les différens points de son ellipse, qui arrivent successivement à l'équinoxe (a).

235. En général, il est facile de trouver le lieu du soleil moyen dans le plan de l'équateur, à un instant quelconque donné; car il suffit de calculer, pour cet instant, la valeur de la longitude moyenne, et cette longitude, reportée dans le plan de l'équateur, est l'ascension droite du soleil moyen, ou l'*ascension droite, moyenne* du soleil.

On peut également déterminer la projection du soleil vrai sur le plan de l'équateur, d'après l'observation ou le calcul de son ascension droite; mais sa marche étant inégale, tandis que celle du soleil moyen est uniforme, ces deux astres ne se trouvent pas, en général, sous le même méridien, et l'ascension droite moyenne diffère de l'ascension droite vraie. Cette différence réduite en tems, à raison de la circonférence entière pour un jour, indique l'intervalle dont le vrai soleil suit ou précède l'autre: c'est donc l'*équation du tems;* elle est tantôt additive, tantôt soustractive; et, par une propriété très-remarquable, elle devient nulle d'elle-même quatre fois dans l'année.

236. Pour sentir la raison de ce phénomène, il faut

(a) Voyez la note 4 à la fin du livre.

se rappeler que, si l'on prend sur l'écliptique deux arcs égaux, le premier près de l'équinoxe, le second près du solstice, et qu'on les rapporte à l'équateur, en menant des méridiens par leurs extrémités, les arcs interceptés sur l'équateur, par ces méridiens, seront inégaux; le premier moindre, et le second plus grand que l'arc donné § 230.

Concevons maintenant deux soleils S'' et S''', partis en même tems de l'équinoxe, et décrivant d'un mouvement égal et uniforme, le premier S'' l'écliptique, le second S''' l'équateur fig. 77; et supposons qu'on rapporte leurs mouvemens à ce dernier plan. S''' devancera d'abord le méridien de S''; mais ensuite celui-ci s'en rapprochera, et ils arriveront ensemble au solstice. Alors ce sera le méridien de S'' qui devancera S''' jusqu'au second équinoxe, où ils arriveront en même tems. Les mêmes circonstances se reproduiront dans l'autre moitié de l'orbite, et les positions des deux astres, rapportées à l'équateur, coïncideront quatre fois dans l'année, aux deux équinoxes et aux deux solstices.

237. Dans la nature, le soleil moyen ne part pas de l'équinoxe en même tems que le soleil vrai; ils ne doivent donc plus se rencontrer aux mêmes points. L'inégalité du mouvement propre du soleil dans l'écliptique, altère encore cette différence; mais ces causes réunies ne font que changer les époques des rencontres des deux soleils, le nombre de ces rencontres reste toujours le même.

En effet, en admettant la position actuelle de l'orbe solaire, considérons de nouveau les deux soleils S'' S''', partant ensemble de l'équinoxe d'automne pour aller vers le périgée. Le vrai soleil S' qui parcourt l'écliptique, étant rapporté par son méridien au plan de l'équateur, se trouve alors derrière eux, car il est précédé par S''

jusqu'au périgée § 213. Voyons maintenant dans quel ordre s'exécute la marche de ces astres. Jusqu'au solstice, S'' précède S'', et S'' précède S' : leur ordre est donc S', S'', S'''. Au solstice S'' rejoint S''', ensuite le dépasse, ce qui donne l'arrangement S', S''', S'' ; mais au périgée S' rejoint S'', et ensuite le précède. Pour cela il faut que S' et S''' se rencontrent dans l'intervalle. La marche des trois astres devient alors S''', S'', S'. Ainsi, entre le solstice d'hiver et le périgée, le vrai soleil S', rapporté à l'équateur, rencontre le soleil moyen S''', et l'équation du tems devient nulle.

Depuis le périgée, jusqu'à l'équinoxe du printems, S' devance S'', et S'' devance S''' ; il ne se fait donc point de rencontre dans cet intervalle. A l'équinoxe, S''' rejoint S'', ensuite le dépasse, et l'ordre des trois astres devient S'', S''', S' ; mais S''' ne peut pas rester long-tems compris entre les deux autres ; car, dans chaque quart de cercle, l'écart de S''' et de S'' va jusqu'à 2°,7483, comme on peut le voir par le calcul (a) ; celui de S' et de S'' au contraire ne s'élève jamais, dans l'écliptique, qu'à 2°,1380 ; c'est présentement la plus grande équation du centre, et comme elle a lieu près des équinoxes, dans la position actuelle de l'orbe solaire, l'arc qui lui correspond, sur l'équateur, est encore plus petit qu'elle. On conçoit donc qu'après l'équinoxe du printems, et avant le solstice d'été, il doit arriver un moment où le soleil moyen S''' atteint le méridien de S', alors l'équation du tems est nulle pour la seconde fois.

De-là, en allant vers le solstice d'été, la marche des trois soleils se fait dans l'ordre S'', S', S'''. Au solstice

(a) Voyez la note 8 à la fin du livre.

S'' rejoint S''' ensuite le dépasse. Cependant S' précède S'' jusqu'à l'apogée, par conséquent le méridien de S' rencontre encore, avant le solstice, le soleil moyen S''' et l'équation est nulle pour la troisième fois.

Depuis le solstice jusqu'à l'apogée, la marche des trois astres se fait dans l'ordre S''', S'', S'; à l'apogée S'' atteint S', ensuite le dépasse jusqu'au périgée, ce qui donne l'arrangement S''', S', S''. Or, à l'équinoxe d'automne, S''' rejoint S''; par conséquent, il rencontre dans l'intervalle le méridien de S', et l'équation du tems devient nulle une quatrième fois.

Alors l'ordre des trois soleils redevient S' S'' S''', et les mêmes apparences se reproduisent dans le même ordre, à chaque révolution (a).

238. On voit, par ce simple exposé, qu'en vertu de l'obliquité de l'écliptique, combinée avec le mouvement inégal du soleil, l'équation du tems devient nulle quatre fois dans l'année; savoir: une fois entre le solstice d'hiver et le périgée, deux fois entre l'équinoxe du printems et le solstice d'été, et une dernière fois entre l'apogée et l'équinoxe d'automne. On voit aussi que les époques de ces phénomènes varient avec la position du grand axe de l'orbe solaire. En ce moment elles se trouvent placées vers les 24 décembre, 15 avril, 15 juin et 31 août.

239. Si l'inclinaison de l'écliptique sur le plan de l'équateur était nulle, en sorte que ces deux plans coïncidassent toujours, la partie de l'équation du tems qui dépend de cette inclinaison, serait nulle aussi. Alors le mouvement moyen et le mouvement vrai ne différeraient l'un de l'autre que par l'équation du centre. Le

(a) Voyez la note 8 à la fin du livre.

soleil vrai et le soleil moyen ne se joindraient qu'au périgée et à l'apogée, et le tems vrai ne coïnciderait avec le tems moyen que deux fois dans l'année, lorsque le soleil se trouverait dans les absides.

240. D'après ce qu'on vient de dire, il est facile de sentir que l'instant du midi vrai, marqué sur une méridienne, par l'ombre d'un style, diffère en général du midi moyen. Mais comme on connaît, pour chaque jour, l'équation du tems, on peut marquer, pour chaque jour, de part et d'autre de la méridienne, la direction et la limite de l'ombre, à l'instant du midi moyen. On a ainsi une suite de points qui marquent, autour de la méridienne vraie, les méridiennes successives du soleil moyen. La courbe qui unit leurs extrémités doit évidemment rencontrer la méridienne vraie, en quatre points, correspondans aux quatre instans de l'année où l'équation du tems devient nulle. De plus, elle doit être fermée et rentrante sur elle-même, puisque l'équation du tems reprend les mêmes valeurs après chaque révolution: aussi cette courbe a-t-elle à-peu-près la forme du chiffre 8. Mais elle n'est pas symétrique, parce que les époques auxquelles l'équation du tems devient nulle, sont inégalement éloignées. On la nomme la *méridienne du tems moyen*; et lorsqu'on la trace, autour de la méridienne vraie, sur les cadrans solaires, on marque sur son contour, des signes correspondants aux diverses saisons, afin de reconnaître facilement la portion de la courbe qui convient à chaque partie de l'année.

Il existe une méridienne de ce genre, tracée par Bouvard, sur le palais du Luxembourg, à Paris.

CHAPITRE IX.

Manière de rapporter la position des astres au plan de l'écliptique.

241. Pour déterminer la position des divers points du ciel, nous les avons d'abord rapportés à deux plans, l'horizon et le méridien, qui sont fixes, pour chaque lieu de la surface terrestre. Le besoin de comparer facilement les observations faites en différens lieux, nous a fait chercher d'autres plans indépendans de la figure de la terre. Lorsque nous avons connu le lieu de l'équateur céleste, et la manière d'évaluer les angles des méridiens par la mesure du tems, nous nous sommes servis de ces données pour déterminer la position des astres, au moyen de leur ascension droite et de leur déclinaison observées.

Enfin, comme une grande partie des phénomènes célestes, relatifs à notre systême planétaire, se passent sur le plan de l'écliptique, ou dans des des plans qui lui sont peu inclinés, nous allons les y rapporter de la même manière; ce qui sera principalement utile dans la théorie des planètes.

Pour cela, on conçoit, par chaque point du ciel, un grand cercle perpendiculaire au plan de l'écliptique; c'est ce que l'on nomme le *cercle de latitude*. Alors la position d'un astre se détermine par deux élémens.

Le premier est l'arc de grand cercle compris entre l'écliptique et l'astre. Cet arc s'appelle *la latitude*.

Le second est l'arc de l'écliptique compris depuis l'équinoxe du printems jusqu'au cercle de latitude. Cet

arc se compte dans le sens du mouvement propre du soleil, et on le nomme la *longitude* de l'astre, par analogie à la longitude du soleil.

Dans la fig. 73, EQe représente l'équateur céleste, ELe l'écliptique; Ee la ligne des équinoxes, SA la déclinaison d'un astre, AE son ascension droite, SL sa latitude, EL sa longitude.

On n'observe pas immédiatement la latitude et la longitude des astres, parce que l'instrument qui les donnerait serait trop difficile à vérifier; mais on les déduit de la déclinaison et de l'ascension droite; il ne faut pour cela que résoudre deux triangles sphériques SAE, SEL. (a)

La latitude est boréale, ou australe, selon que l'astre est situé au nord ou au midi de l'écliptique.

(a) Dans le triangle SAE, rectangle en A, on connaît la déclinaison SA, et l'ascension droite AE. On peut donc calculer le côté SE par la formule

$$\text{cos. SE} = \frac{\text{cos. SA. cos. AE}}{\text{R}}$$

R est le rayon des tables.

On connaîtra de même l'angle oblique SEA, par la formule

$$\text{tang. SEA} = \frac{\text{R tang. SA}}{\text{sin. AE}}$$

Avec ces données, on trouvera l'angle SEL; car

$$\text{SEL} = \text{AEL} - \text{SEA}; \quad \text{AEL} = 200^{\text{o}} - \text{ob. de l'éclip.}$$

par conséquent

$$\text{SEL} = 200 - \text{SEA} - \text{obl. de l'éclip.}$$

Alors, dans le triangle SEL, rectangle en L, on connaîtra un angle oblique SEL, et l'hypothénuse SE. On aura donc les deux autres côtés par ces formules.

$$\text{sin. SL} = \frac{\text{sin. SE. sin. SEL}}{\text{R}} \qquad \text{tang. EL} = \frac{\text{tang. SE. cos. SEL}}{\text{R}}$$

Comme un même sinus répond à plusieurs angles, on choisira les arcs SL EL, d'après la position boréale ou australe de l'étoile.

CHAPITRE X.

Des taches du soleil: de sa forme, de sa rotation.

242. Nous venons de calculer, avec la dernière exactitude, les mouvemens du soleil : cherchons maintenant à acquérir quelques notions sur sa forme, et sur sa nature.

A la vérité, nous sommes si éloignés de lui, que nos connaissances, sur ces deux points, semblent devoir toujours être fort incertaines ; mais on désespère moins du succès, quand on considère les résultats que nous avons déjà obtenus ; et, quelques petites différences que puisse nous présenter cet astre, à la distance où il est placé, on peut être sûr qu'elles n'échapperont pas à des observations précises et multipliées.

Le soleil nous offre l'aspect d'un disque arrondi et lumineux ; mais il n'en faut pas conclure que sa surface est réellement plate ; car tous les corps arrondis, vus de très-loin, doivent présenter cette apparence. Le télescope a décidé la question, en montrant que le soleil tourne lui-même dans l'espace d'environ 25 jours et demi. En effet, il n'y a qu'un corps arrondi qui puisse, en se présentant sous toutes les faces, être toujours vu sous la forme d'un cercle.

Ces observations ont de plus appris, qu'il se fait, à la surface du soleil, d'énormes bouillonnemens, de vives effervescences. Tout s'accorde à faire considérer cet astre comme un immense globe enflammé, qui lance autour de lui des torrens de lumière, dont nous ressentons les effets à trente millions de lieues de distance.

Comme ces phénomènes sont aussi curieux par eux-mêmes qu'importans pour la connaissance du système du monde, je vais les exposer avec quelque détail.

243. On observe souvent sur le disque du soleil, des taches noires d'une forme irrégulière, qui traversent sa surface dans l'espace de quelques jours. Leur nombre, leur position, leur grandeur, sont extrêmement variables: on en a vu qui, à juger par l'espace qu'elles occupaient sur le diamètre du soleil, devaient être cinq ou six fois plus larges que la terre entière (a). Pour les observer commodément, on place entre l'œil et la lunette un verre enfumé qui affaiblit le trop grand éclat de cet astre. Chaque tache noire est ordinairement environnée d'une pénombre autour de laquelle on remarque une bordure de lumière plus brillante que le reste du soleil. Quelquefois on aperçoit d'abord des nuages lumineux sur le bord du disque, sans voir de taches à leur centre; mais à mesure qu'ils s'avancent, les taches commencent à se former, ou du moins à devenir visibles, et ce phénomène est assez constant pour qu'on puisse prévoir, par-là, leur apparition. Lorsque les taches commencent à paraître sur le bord du soleil, elles ressemblent à un trait délié. Peu à peu leur grandeur apparente augmente, à mesure qu'elles s'avancent vers le milieu du disque; ensuite elles diminuent par les mêmes périodes, et finissent par disparaître entièrement. Cependant la bordure lumineuse qui les environne est encore visible quelque tems après. Ces accroissemens et ces diminutions s'expliquent facilement, si l'on suppose les taches adhérentes à la surface

(a) Telle fut la tache observée par Herschell en 1779. Sa largeur réelle, conclue de son diamètre apparent, surpassait 17000 lieues.

arrondie du soleil; car alors, le seul mouvement de rotation doit nous les faire apercevoir sous divers degrés d'obliquité et de grandeur.

Lorsqu'on a observé, avec soin, une même tache, pendant tout le tems qu'elle emploie à traverser le disque du soleil, ce qui demande environ 14 jours, on la revoit encore après un intervalle de tems à-peu-près égal; mais elle se trouve sur le bord du soleil opposé à celui où elle a disparu. Cette marche révolutive est commune à toutes les taches. Cependant, il arrive, pour l'ordinaire, qu'après quelques retours semblables, on cesse enfin de les revoir; mais comme on sait aussi qu'elles se dissipent, et disparaissent quelquefois sur le disque même du soleil, on est fondé à croire que celles qui ne reviennent plus, se sont dissipées sur la surface opposée.

En effet, leur nombre est extrêmement variable, et elles n'ont rien de régulier dans leurs apparitions. Il y a des années où l'on n'en voit aucune, d'autres où elles sont très-fréquentes.

244. Ces phénomènes ont conduit Herschell à penser, que le corps du soleil est un noyau solide et obscur, environné d'une immense atmosphère, presque toujours remplie de nuages lumineux. Selon lui, ces nuages flottans au hasard, s'entrouvrent quelquefois et nous découvrent le noyau obscur; de même que du haut des montagnes qui s'élèvent à la surface de la terre, on peut quelquefois, à travers les interstices des nuages, découvrir les vallées qui sont au-dessous. Herschell croit aussi qu'il existe à la surface du soleil, des montagnes très-hautes, dont les sommets paraissant, par intervalles, au-dessus de la matière lumineuse, nous offrent l'apparence de taches noires. Avant lui, Lalande était arrivé aux mêmes conjectures. En effet,

es explications s'accordent assez bien avec les phénomènes bservés. Mais on y satisferait encore en supposant avec 'auteur de la mécanique céleste, que le corps même du oleil est embrâsé. Car le développement des fluides élas- iques qui se formeraient dans le sein de cette masse, devrait r exciter des bouleversemens terribles ; et, dans cette, sup- position, les taches pourraient être des cavités profondes, d'où sortiraient de vastes éruptions de feux, faiblement représentées par les volcans terrestres.

245. Lorsqu'on eut découvert les taches du soleil on s'em- pressa d'en suivre et d'en étudier les mouvemens. Le moyen le plus simple de les déterminer, est d'observer pendant plusieurs jours, les différences de déclinaison et d'ascension droite entre une même tache et le centre du soleil, pour en conclure les différences de longitude et latitude. § 241.

Alors si T, fig. 55, est le centre de la terre, E e l'éclip- tique, ou le grand cercle de la sphère céleste décrit par le soleil, B S A le disque apparent de cet astre, C son centre, et M la position apparente de la tache, que je suppose au-dessous du plan de l'écliptique. L'angle C T P sera la différence de longitude ; l'angle P T M sera la différ- ence de latitude (celle du centre du soleil est toujours nulle), et ces deux angles seront connus par l'observation.

Ces angles étant toujours très-petits, on peut, dans une première approximation considérer les arcs qui les mesu- rent, comme autant de petites lignes droites ; et si on les suppose, comme à l'ordinaire, mesurés sur la sphère céleste, dont le rayon est C T, l'angle C T P ou l'arc qui le mesure, sera représenté par la ligne C P, l'angle P T M par la ligne P M, et enfin le diamètre apparent du soleil par la ligne B A. Par conséquent, pour prendre une idée précise

de la position de la tache, on pourra décrire à volonté un cercle ASB, fig. 55, dont le diamètre sera supposé contenir autant de parties de l'unité, que celui du soleil, donné par l'observation, contient de secondes de degrés. On prendra la ligne CP égale au nombre de secondes contenue dans la différence des longitudes; on fera, de même, la perpendiculaire PM égale au nombre de secondes que contient la latitude de la tache, et l'on aura ainsi la position de cette tache représentée sur le disque apparent du soleil.

En répétant la même opération pendant plusieurs jours consécutifs, on aura une suite de points tels que M, M′, M″, M‴, fig. 56, qui représenteront, à peu près, la route apparente de la tache sur le disque du soleil; ou, pour parler plus exactement, ce sera la projection de la courbe qu'elle décrit, exécutée sur un plan perpendiculaire au rayon visuel, mené de la terre au centre du soleil. Cette projection est en général une courbe ovale assez ressemblante à une ellipse, et toutes les taches que l'on peut observer en même tems suivent des courbes semblables et parallèles. La durée de leur révolution est aussi la même. Elles emploient toutes environ $27^j,3$ pour revenir à la même position apparente sur le disque du soleil.

246. La forme de ces ovales, leur courbure et leur inclinaison éprouvent des variations très-grandes. A la fin de novembre et commencement de décembre, ce sont de simples lignes droites, comme Mm, M′m′, M″m″, fig. 57. Alors les taches vont de M en m, c'est-à-dire, de la partie australe de l'écliptique dans sa partie boréale. Les points M, M′, où elles commencent à paraître et que l'on pourrait appeler leur orient, sont moins élevés que les points m m′ m″ .... où elles disparaissent et que l'on pourrait

pourrait nommer leur occident. Peu à peu ces lignes droites se courbent et forment des ovales comme dans la fig. 58. Pendant l'hiver et le printems, la convexité de ces ovales est tourné vers le pôle boréal de l'écliptique; mais en même tems leur inclinaison change, et, au commencement de mars, les points où les taches commencent à se montrer, sont aussi élevés sur l'écliptique que ceux où elles disparaissent. Voyez fig. 59. Depuis cet instant, le changement d'inclinaison continuant à se faire dans le même sens, la courbure des ovales diminue: ils se resserrent peu à peu, et à la fin de mai ou au commencement de juin, on les revoit de nouveau sous la forme de lignes droites, fig. 60; mais leur inclinaison sur l'écliptique est précisément contraire à ce qu'elle était six mois auparavant. Après cette époque, ils s'ouvrent de nouveau, comme dans la fig. 61, et leur convexité est dirigée vers la partie australe de l'écliptique; en même-tems leur inclinaison change. Au commencement de septembre, on les voit sous la forme représentée fig. 62. Les points où les taches paraissent, sont aussi élevés que ceux où elles se couchent. Parvenus à ce terme, les ovales se resserrent, s'inclinent de nouveau sur l'écliptique, et enfin au mois de décembre, on les revoit sous la forme de lignes droites, tels qu'ils paraissaient un an auparavant.

247. Ces phénomènes se reproduisent chaque année dans le même ordre, en suivant les mêmes périodes d'accroissement et de diminution. On en doit conclure que la cause qui les produit est également uniforme et régulière. Il faut de plus qu'elle soit commune à toutes les taches, puisqu'elle leur fait décrire des orbites exactement parallèles et soumises aux mêmes variations, dans leurs

apparences. Ce qui se présente de plus simple, c'est de supposer que ces taches sont adhérentes à la surface du soleil, et qu'elles tournent avec cet astre dans l'espace de quelques jours.

De plus, les inflexions diverses et successives des lignes décrites par ces taches, indiquent un axe de rotation qui n'est pas perpendiculaire à l'écliptique. Car dans cette supposition, toutes les taches devraient décrire des cercles parallèles à ce plan. Ces cercles, vus de la terre et dans l'éloignement, paraîtraient comme autant de lignes droites parallèles à l'écliptique; et ces apparences resteraient constamment les mêmes, ce qui ne s'accorde point avec les observations.

Au contraire tous les phénomènes s'expliquent de la manière la plus simple, en admettant la rotation du soleil autour d'un axe incliné à l'écliptique, et qui reste constamment parallèle à lui-même pendant la révolution annuelle. Cet axe, emporté par le soleil, prend successivement des positions différentes par rapport à la terre, et nous présente sous des inclinaisons également variables, les cercles que les taches décrivent. Delà les changemens que nous observons dans leur courbure apparente. Parmi toutes ces positions, il en est deux qui doivent offrir des lignes droites, lorsque le plan mené par l'axe de rotation pendiculairement à l'écliptique, devient aussi perpendiculaire au rayon visuel mené de la terre au centre du soleil. Cela ne peut arriver que deux fois l'année, dans deux points opposés de l'écliptique, et à six mois de distance. Alors nous appercevons les *pôles de rotation du soleil*, c'est-à-dire, les deux points dans lesquels l'axe de rotation perce la surface de cet astre. Dans toute autre position, la route des taches doit paraître ovale; mais

lorsque nous découvrirons le pôle supérieur ou boréal, la convexité des ovales sera tournée vers la partie australe de l'écliptique ; et quand nous découvrirons le pôle inférieur, cette convexité sera tournée vers la partie boréale. La marche des taches se faisant toujours dans le même sens, et de gauche à droite ou d'orient en occident, les points du disque où elles se lèvent, seront pendant six mois plus élevés que ceux où elles se couchent. Le contraire arrivera pendant les six autres mois ; et il y aura deux jours de l'année où ces points se trouveront à égale hauteur au-dessus de l'écliptique. Après cet instant d'équilibre, l'inclinaison des ovales deviendra plus grande de jour en jour, elle parviendra en trois mois à sa plus grande obliquité, et de-là commençant à diminuer de nouveau jusqu'à un nouvel équilibre. Il arrivera enfin que le jour de la plus grande obliquité sera celui ou le passage des taches paraîtra se faire en ligne droite ; et, au contraire, dans le moment de l'équilibre, l'ouverture des ovales sera la plus grande. Dans tous les autres tems, lorsque l'inclinaison des ovales diminuera, leur courbure ira en augmentant.

On a essayé de représenter ces apparences dans la fig. 79, où A, B, C, D, E sont des positions successives du soleil par rapport à la terre, figurée en T. P p indique partout l'axe de rotation, et M m, M′ m′, M″ m″, sont les routes des taches. Il faut suppléer à l'imperfection de la figure, où l'on n'a pas pu rendre l'extrême éloignement de la terre et du soleil. A est le lieu ou l'axe de rotation est parallèle au plan du disque solaire. D, E sont les points où l'ouverture apparente des ovales est la plus grande. Quant aux points opposés, on n'a pas pu y figurer le globe du soleil, vu de la terre, mais il est sensible que les apparences y seraient contraires à celles des

points opposés A B C. Par exemple, le soleil étant parvenu en A', présenterait au spectateur, placé en T, le même aspect qu'il offrirait en A pour un spectateur placé en A'', du côté opposé à la terre ; c'est-à-dire, qu'on reverrait alors les routes des taches sous la forme de lignes droites, inclinée à l'écliptique, dans le sens opposé.

248. Toutes ces conséquences étant exactement conformes aux observations, on en peut conclure avec certitude, qu'en effet *le soleil tourne sur lui-même d'orient en occident autour d'un axe incliné à l'écliptique.*

Le plan mené par le centre du soleil, perpendiculairement à cet axe, se nomme l'*équateur du soleil.* Il coupe le plan de l'écliptique, suivant une ligne droite qui s'appelle la *ligne des nœuds* de cet équateur. Les *nœuds* eux-mêmes sont les points où cette droite prolongée indéfiniment, dans les deux sens, rencontre la sphère céleste.

249. Pour connaître la position de l'axe de rotation dans l'espace, il faut déterminer l'inclinaison de l'équateur solaire sur l'écliptique, et l'angle que fait la ligne des nœuds avec une droite fixe menée sur le plan de l'écliptique; par exemple, avec la ligne des équinoxes. Cet angle se nomme la *longitude du nœud.* Voici la méthode que l'on emploie pour trouver ces élémens.

Lorsqu'on a observé la position d'une tache sur le disque du soleil, et qu'on a calculé sa longitude et sa latitude, on connaît la direction du rayon visuel mené à cette tache à l'instant de l'observation. On sait de plus quelle était, à la même époque, la longitude du soleil, sa distance à la terre, et son diamètre apparent. C'est donc un simple problème de géométrie, de trouver les

intersections de sa surface avec le rayon visuel mené à la tache. Trois observations semblables d'une même tache, déterminent trois points sur la surface du soleil, et ces points sont situés sur une même circonférence de cercle, parallèle à l'equateur solaire. Or, en général, la position d'un plan est fixée, lorsqu'on sait qu'il passe par trois points connus : le plan du cercle décrit par la tache, sera donc déterminé par ces trois observations, et l'on en pourra déduire la position de l'équateur solaire qui lui est parallèle.

250. Pour fixer les posisions successives des taches sur la surface du soleil supposée sphérique, on conçoit, par le centre de cet astre, trois axes rectangulaires, menés dans des directions connues, et qui restent constamment parallèles à eux-mêmes, pendant la révolution annuelle. Le premier de ces axes est perpendiculaire à l'écliptique, les deux autres sont situés dans ce plan. L'un est parallèle à la ligne des équinoxes, l'autre lui est perpendiculaire. Ils sont représentés en S. figure 63. On nomme *latitudes et longitudes héliocentriques*, les longitudes et les latitudes comptées du centre du soleil autour des trois axes précédens. Elles sont évidemment déterminées lorsqu'on a leurs analogues mesurées du centre de la terre, et que l'on nomme par opposition *longitudes et latitudes géocentriques*. La trigonométrie sphérique enseigne à trouver ces rapports ; mais il suffira pour notre objet d'en avoir indiqué la possibilité (a).

En appliquant cette méthode, on a trouvé que l'équa-

(a) Voyez la note 9, à la fin du livre.

teur solaire est incliné à l'écliptique de 8°,3. Il reste constamment parallèle à lui-même. Les points de cet équateur, en s'élevant par leur mouvement de rotation au-dessus de l'écliptique, vers le pôle boréal, traversent ce plan dans un point qui, vu du centre du soleil était à 86°,20 de l'équinoxe du printems, au commencement de 1750. C'était, à cette époque, la *longitude héliocentrique du nœud ascendant de l'équateur solaire.* Elle n'a pas éprouvé depuis de variations sensibles, si ce n'est celles qui résultent de la précession des équinoxes, effet général que nous avons déja indiqué.

251. J'ai dit que la durée moyenne de la rotation du soleil par rapport à un même point de la terre, est $27^j,31$. C'est le tems après lequel un même point de la surface de cet astre revient à la même distance de son centre apparent; mais ce n'est pas le tems de la rotation réelle. En effet, dans cet intervalle, le soleil décrit sur l'écliptique un arc égal à 1°.09516. 27,31, ou 29°,91. En vertu de ce seul mouvement, il nous découvre chaque jour de nouveaux points de sa surface, dont il nous montre successivement toutes les parties dans le cours d'une année. Delà résulte une rotation apparente, qui semble se faire annuellement autour d'un axe perpendiculaire à l'écliptique. L'effet de cette illusion optique se compose avec la rotation réelle, dans les résultats observés, et pour y démêler les influences particulières de ces deux causes, il faut les étudier séparement.

Faisons d'abord abstraction de la rotation réelle. Imaginons un rayon visuel mené de la terre au centre du soleil, et concevons par ce centre un plan perpendiculaire à ce rayon. Le disque du soleil n'est que la projection de tous les points de sa surface sur ce plan per-

pendiculaire. L'intersection du plan et du rayon visuel, forme ce que nous appelons le centre du disque. C'est à ce centre que nous rapportons le point de la surface du soleil qui est sur la direction du rayon visuel. Or il n'est pas difficile de voir que ce point varie sur la surface du soleil, quand le soleil change de position sur le plan de l'écliptique. En effet, s'il se trouve, par exemple, en S, fig. 64, que T soit le centre de la terre, T S, le rayon visuel mené au centre du soleil, C sera le point de la surface que nous verrons au centre du disque. Mais lorsque le soleil sera en S', le point C', qui sera parvenu au centre du disque apparent, différera du point C; et pour trouver l'arc décrit par ce dernier, il faut, par le point S, mener S' T' parallèle à S T; le point C se trouvera en c. Ce point s'est donc éloigné du centre apparent du disque, par le seul mouvement de révolution du soleil; il s'en est éloigné de l'angle T S' T', qui est égal à S' T S, ou au mouvement du soleil dans son orbite.

L'effet de la rotation réelle altère cette rotation apparente, parce qu'elle est dirigée en sens contraire. Si elle se faisait aussi autour d'un axe perpendiculaire à l'écliptique, il serait facile d'y avoir égard; car lorsqu'un même point de la surface du soleil serait revenu à la même distance de son centre apparent, ce qui se fait en 27,31, il se trouverait avoir décrit réellement 429°,91, c'est-à-dire une circonférence entière, plus le mouvement angulaire du soleil dans cet intervalle; d'où il est facile de conclure, par une simple proportion, que le tems d'une rotation complette serait 25',4.

L'axe réel de rotation du soleil étant oblique à l'écliptique, ce résultat n'est pas tout-à-fait exact, et les 29°,91

décrits par les points de cet astre parallèlement à l'écliptique, ne produisent pas tout-à-fait le même angle sur l'équateur solaire. Mais comme l'inclinaison de ces deux plans est peu considérable, l'erreur qui en résulte est fort petite, et beaucoup au-dessous de celles que ce genre d'observation comporte.

252. En comparant, par des moyens très-précis, l'intensité de la lumière que nous envoient les bords du soleil, et celle qui vient du centre de son disque, on s'est assuré que celle-ci est la plus forte. Cependant le soleil étant un corps arrondi, ses bords s'offrent obliquement à nous, et présentent, sous le même angle, une plus grande surface. Leur lumière devrait donc nous sembler plus intense. S'il en est autrement, c'est qu'une cause plus forte vers les bords que vers le centre, en diminue graduellement l'intensité. Tel serait l'effet d'une épaisse atmosphère ; car s'il en existe une autour du soleil, les rayons lumineux venus de ses bords, la traversent dans une étendue beaucoup plus considérable que ceux qui partent du centre de son disque, et qui la traversent directement. C'est ainsi que notre atmosphère affaiblit beaucoup plus la lumière des astres à l'horizon qu'au zénith. L'atmosphère solaire est donc indiquée par ce phénomène, avec beaucoup de vraisemblance.

253. On verra plus bas que la lune est aussi un corps arrondi, mais qui n'a point d'atmosphère sensible. On s'est assuré de ce dernier fait, en observant avec soin les étoiles devant lesquelles elle passe ; car on ne voit pas leur lumière s'affaiblir peu-à-peu en approchant du disque de la lune ; elles brillent jusqu'auprès de ses bords, et s'éclipsent subitement. La lune n'a donc pas d'atmosphère : aussi est elle plus lumineuse vers les bords que

vers le centre, comme on s'en est assuré. Ce rapprochement confirme très-bien la théorie précédente.

254. Un autre phénomène remarquable, qui tient, sans doute, à l'état actuel et à la nature même du soleil, c'est l'auréole lumineuse qui l'accompagne, et à laquelle on a donné le nom de *lumière zodiacale*. On l'observe le soir lorsque le soleil vient de se coucher, et à l'endroit même où cet astre a quitté l'horison. Sa forme est celle d'une lentille très-applatie, placée obliquement, et dont la tranche aiguë atteint très-loin dans le ciel. Voy. fig. 65. Cette lumière est blanchâtre comme celle de *la voie lactée*. On s'est assuré qu'elle accompagne constamment le soleil, et dans les éclipses totales, on l'apperçoit autour de son disque comme une chevelure lumineuse. Elle est toujours dirigée dans le plan de l'équateur solaire, et c'est pour cela qu'on ne la voit pas également bien, le soir, dans toutes les saisons. Car, cet équateur étant diversement incliné à l'horizon, en raison des diverses positions du soleil dans l'écliptique, la lumière zodiacale s'incline avec lui, et se cache entièrement sous l'horizon; ou du moins elle est fort affaiblie par les vapeurs qui s'élèvent près de la surface de la terre. Le tems le plus favorable pour l'observer, est l'équinoxe du printems, vers les mois de février ou de mars. Alors la ligne des équinoxes est, le soir, dans l'horizon, fig. 66. L'arc de l'écliptique S S', dans lequel le soleil va entrer, est moins incliné à l'horizon que l'équateur S E Q, et la lumière zodiacale, toujours dirigée dans le plan de l'équateur solaire, qui est presque dans le plan de l'écliptique, se trouve à-peu-près perpendiculaire à l'horizon. Aucune autre position du soleil n'est aussi favorable. Par exemple, au solstice d'été, l'arc S'' T de l'écliptique, est parallèle à l'arc E Q, de

l'équateur céleste. La pyramide lumineuse se trouve, le soir, parallèle à cet équateur, c'est-à-dire beaucoup plus inclinée qu'au tems de l'équinoxe : il en est de même dans toutes les autres positions.

255. On a formé plusieurs hypothèses sur la nature et la cause de cette lumière. On avait pensé d'abord qu'elle émane de l'atmosphère du soleil ; mais l'auteur de la mécanique céleste a prouvé, d'après sa forme, que cela est impossible. On a cru remarquer qu'elle s'affaiblit, quand le soleil a moins de taches, et qu'elle s'accroit quand il en a un grand nombre.

Au reste, quelle que soit la cause de cette lumière, il est certain que la matière qui nous la renvoie est extrêmement rare, car on voit les plus petites étoiles au travers.

256. Quant au nom de lumière zodiacale, il vient de ce que l'on appelle *zodiaque*, une zône d'environ 20° de largeur, dont l'écliptique occupe le milieu, et dans laquelle on croyait autrefois que toutes les orbites des planetes étaient renfermées. L'auréole lumineuse, toujours comprise dans cette zône, en a reçu sa dénomination.

257. Je ne parlerai point ici de la grosseur du soleil, ni des moyens que l'on a employés pour évaluer sa densité. On ne peut parvenir à ces résultats, que quand on connaît exactement la distance du soleil à la terre, et celle des autres corps célestes. Nous devons donc différer de nous en occuper, jusqu'à ce que nous ayons vu comment on a déterminé la parallaxe du soleil et les vraies dimensions des orbes planétaires.

CHAPITRE XI.

De l'inégalité des jours et des saisons dans les différens pays de la terre.

258. Revenons maintenant sur la terre, et puisque la présence du soleil a tant d'influence sur ses productions, servons-nous des connaissances que nous venons d'acquérir pour l'étudier sous ce nouveau rapport. Comparons les divers aspects qu'elle présente à cet astre, dans ses différentes positions : peut-être cette comparaison nous conduira-t-elle à des rapprochemens curieux.

Remarquons d'abord, que nous ne pouvons pas fixer la trace du plan de l'écliptique sur la surface terrestre, comme nous y avons déja marqué celle de l'équateur. L'équateur est perpendiculaire à l'axe de rotation de la sphère céleste : en tournant avec elle, il ne change pas de position par rapport à la terre, qu'il coupe toujours dans les mêmes points. L'écliptique, au contraire, est oblique à l'axe de l'équateur : il est fixe dans le ciel, mais mobile par rapport à la terre : en tournant avec la sphère céleste, il coupe nécessairement la terre dans des points différens, et la trace qu'il y forme est perpétuellement variable (a).

(a) On décrit ordinairement la trace de l'écliptique sur les globes destinés à l'étude de la géographie, et on la fait passer par les points où l'équateur coupe le premier méridien. Cet usage a un très-

Cependant nous pouvons fixer la limite de cette trace, et déterminer la partie de la terre, où elle reste toujours comprise pendant la rotation. Elle est bornée au midi et au nord par deux parallèles terrestres, correspondans aux tropiques du capricorne et du cancer. Si l'on conçoit une ligne droite, menée du centre de la terre à deux points opposés des tropiques célestes, et qu'on fasse tourner la terre sur son axe, cette droite restant fixe, elle tracera sur la surface terrestre les deux parallèles dont il s'agit, et auxquels on a conservé les noms qui leur correspondent dans le ciel. Tous les lieux qui y sont situés ont un des points des tropiques célestes à leur zénith, et leur latitude est égale à l'obliquité de l'écliptique, ou à 26°,07, en négligeant les décimales ultérieures. Ces conditions suffisent pour les reconnaître.

259. Le *tropique du cancer* traverse la partie septentrionale de l'Afrique, au-delà du mont Atlas; passe à Syene en Ethyopie, traverse la Mer Rouge, passe à la Mecque, entre dans l'Inde au-dessous du golfe Persique, et en sort par les côtes de la Chine; de-là se prolongeant dans la mer du Sud, il vient retrouver l'Amérique septentrionale au-dessous de la Californie. Enfin, il sort dans le golfe du Mexique, et va se terminer sur la côte occidentale de l'Afrique, non loin des îles Canaries.

260. Le *tropique du capricorne* coupe la pointe australe de l'Afrique et de l'île de Madagascar. Il traverse toute la mer des Indes, jusqu'à la nouvelle Hollande. Après avoir quitté cette terre, il s'étend sur la

---

grand inconvénient. L'élève peut croire qu'en effet, la trace de l'écliptique est fixe aux points marqués sur le globe, tandis qu'elle est réellement variable.

ner du Sud, dans toute sa largeur, traverse l'extrémité de l'Amérique septentrionale au pays du Paraguay, et va rejoindre l'Afrique en passant sur l'Océan. La très-grande partie de ce tropique passe sur des mers, et par conséquent la partie australe du globe contient beaucoup moins de terres découvertes que la partie septentrionale.

261. Il est encore utile pour la géographie physique, de distinguer sur la surface de la terre deux petits cercles analogues aux cercles polaires célestes. Si l'on fait tourner la terre sur elle-même, dans le sens du mouvement diurne, l'axe de l'écliptique restant fixe, cet axe tracera sur sa surface les parallèles dont il s'agit. Les lieux qui y sont situés ont un point des cercles polaires à leur zénith; leur latitude est donc égale à la déclinaison de ces cercles, ou à 73,93. C'est le complément de l'obliquité de l'écliptique à l'équateur.

262. Le *cercle polaire boréal* ou *arctique*, traverse l'Islande dans l'Océan septentrional; il s'étend sur cet océan vers l'est, entre dans la Norwège, passe à l'extrémité nord du golfe de Bothnie, de-là traverse la Russie Asiatique, le Détroit du nord; et après avoir passé sur des contrées inconnues de l'Amérique septentrionale, franchi le détroit de Davis, une partie du Groenland, il rentre en Islande sur lui-même.

263. Le *cercle polaire austral* ou *antarctique*, est défendu de tous côtés par des glaces perpétuelles, et l'on n'a pas pu, jusqu'à présent, en approcher.

264. Généralement, l'hémisphère austral de la terre paraît plus froid que l'hémisphère boréal. La ceinture de glace qui environne le pôle arctique ne s'étend guère qu'à 10° de distance, en latitude; celle du pôle antarctique, s'étend à plus de 20°; et les énormes glaçons qui

s'en détachent, voyagent jusqu'au 65° et même jusqu'au 55°, ce qui est à-peu près la latitude de Boulogne et d'Abbeville. La même proportion se soutient de part et d'autres pour les terres que les eaux ont abandonnées; et des contrées, telles que la Terre de Feu, situées dans l'hémisphère austral, à la même latitude que la France, y sont couvertes de neiges éternelles. Nous verrons, plus loin, ce que l'on a pensé sur la cause de cette différence.

Les deux cercles polaires et les deux tropiques partagent la surface de la terre en cinq bandes, que l'on nomment *zônes*, et qui sont aussi distinctes les unes des autres par leur position à l'égard du soleil, que par la variété de leurs productions et de leur température.

265. Pour bien saisir ces variétés, suivons la marche du soleil d'un tropique à l'autre, et comme la chaleur qu'il répand ne dépend que de son élévation et de la durée de sa présence, il nous suffira dans cette recherche d'avoir égard à son mouvement en déclinaison.

Le soleil, à cause de sa grandeur, éclaire à la fois plus de la moitié de la terre; car on prouve, par les éclipses, de lune, que l'ombre terrestre à la forme d'un cone très-allongé. Mais les rayons de ce cone se croisent sous un si petit angle, qu'on peut n'en pas tenir compte dans ces considérations générales, et regarder les rayons solaires comme absolument parallèles. Alors si l'on conçoit une ligne droite, menée du centre de la terre au centre de du soleil, le plan perpendiculaire à cette droite séparera sur la surface terrestre la partie éclairée de la partie obscure. Le cercle qui forme cette limite s'appelle le *cercle d'illumination*.

Supposons maintenant le soleil au tropique du capri-

corne en S fig. 67. Alors le rayon C S fait avec l'équateur C E un angle de 26°,07 égal à l'obliquité de l'écliptique. Le cercle d'illumination I I′ fait, avec le même plan, un angle I C E de 100° — 26,07 ou 73°,93, égal au complément de cette obliquité. Ainsi, le parallèle I P est le cercle polaire arctique, et I′ P′ est le cercle polaire antarctique. Maintenant, si l'on fait tourner la terre autour de l'axe A B de l'équateur, pour représenter l'effet du mouvement diurne, voici ce qui arrivera :

L'équateur E Q sera, à moitié dans la lumière, et à moitié dans l'ombre : le jour y sera égal à la nuit.

Tous les points situés depuis le pôle boréal B jusqu'au cercle polaire arctique I P, n'auront pas de jour.

Tous les points situés depuis le pôle austral A jusqu'au cercle polaire antarctique I′ P′, n'auront pas de nuit.

Les parallèles intermédiaires entre ces deux extrêmes, auront la nuit plus longue que le jour, ou le jour plus long que la nuit, selon qu'ils seront situés au nord ou au midi de l'équateur.

Enfin, cette position du soleil sera le solstice d'hiver pour les parallèles du nord, situés au-delà des tropiques, ce sera le solstice d'été pour ceux du midi.

A mesure que le soleil s'avance vers l'équateur, fig. 68, le cercle d'illumination I I′ s'avance vers les pôles : il abandonne un peu le cercle polaire austral P′ p′, dont une partie se trouve plongée dans l'ombre ; il découvre au contraire le cercle polaire boréal P p′, qui commence à appercevoir le soleil. Par l'effet de ce changement, les jours croissent pour les peuples du nord, ils diminuent pour ceux du midi.

Parvenu dans le plan de l'équateur, fig. 69, le soleil éclaire la terre d'un pôle à l'autre, et les jours sont

par-tout égaux aux nuits : c'est l'instant de l'équinoxe.

Bientôt cet astre, en s'avançant vers le tropique du cancer, abandonne tout-à-fait le pôle austral, qui se trouve plongé dans l'ombre ; il éclaire entièrement le pôle boréal : alors celui-ci a des jours sans nuits, et l'autre des nuits sans jour : l'égalité se maintient constamment à l'équateur. Voyez fig. 70.

Cet état progressif continue jusqu'à ce que le soleil arrive au tropique du cancer, fig. 71.

Alors tous les points situés depuis le pôle boréal jusqu'au cercle polaire arctique, ont des jours sans nuits.

Tous les points situés depuis le pôle austral jusqu'au cercle polaire antarctique, ont des nuits sans jour.

Les parallèles intermédiaires ont le jour plus long que la nuit, ou la nuit plus longue que le jour, selon qu'ils sont situés au nord ou au midi de l'équateur, qui conserve toujours l'égalité.

C'est l'instant du solstice d'été pour les parallèles du nord, situés au-delà du tropique ; c'est le solstice d'hiver pour ceux du midi.

Ces phénomènes sont opposés à ceux, que présente la position du soleil, dans le tropique du capricorne. En revenant vers ce tropique, les mêmes apparences se reproduisent en sens contraire, par les mêmes degrés.

La zone comprise entre les deux tropiques, a toujours le soleil presque à-plomb. La chaleur y est excessive, et c'est pour cela qu'on la nomme *zone torride*, c'est-à-dire, *brûlée*. C'est-là que la nature déploie toutes ses richesses : les animaux, les plantes, et même les substances inorganiques, y sont douées des plus vives couleurs. On y trouve les fruits les plus savoureux.

Au contraire, les régions comprises depuis les pôles jusqu'aux cercles polaires, ne voient jamais le soleil que sous une très-grande obliquité. Elles ont de longs intervalles de jours et de nuits, et sous le pôle, il n'y a dans l'année qu'un jour et une nuit de six mois. Le froid est excessif dans ces contrées; elles sont stériles et presque inhabitables, même du côté du pôle boréal. On les nomme les *zones glaciales.*

Les pays, tels que notre Europe, intermédiaires entre les tropiques et les cercles polaires, ne recevant jamais le soleil sous une trop grande, ni sous une trop petite obliquité, et n'étant point exposés à de longues alternatives de jour et de nuit, conservent une température moyenne, qui leur a mérité le nom de *zones tempérées.*

266. Il existe toutefois plusieurs causes qui tendent à diminuer la longue obscurité des régions polaires. D'abord la plus petite portion visible du disque du soleil suffit pour répandre le jour. Ainsi le jour commence lorsque le disque du soleil est encore abaissé sous l'horizon de 0°,29, c'est-à-dire, d'une quantité presque égale à son demi-diamètre. Cette circonstance ajoute plusieurs jours au tems où le soleil est visible, sous les cercles polaires. Les réfractions augmentent encore cet effet, et sur-tout dans les pays froids, où l'air a beaucoup de densité. Elles y sont fort considérables, et rendent le soleil visible beaucoup plutôt. C'est ce qu'observèrent, en 1597, trois Hollandais qui, s'étant avancés jusqu'au 84° de latitude boréale, se trouvèrent pris par les glaces, et furent forcés de passer l'hiver à la Nouvelle-Zemble. Après trois mois d'une nuit continuelle, le froid étant devenu terrible, le soleil reparut un instant, à midi, sur l'horizon, quatorze jours plutôt qu'ils ne l'attendaient à cette lati-

tude, et il continua depuis cette époque à s'élever de plus en plus : relation qui, si elle est véritable, suppose une réfraction considérable et pour le moins égale à 4°.

Le crépuscule, plus long dans ces contrées que dans les nôtres, y maintient encore une faible lueur, qui les garantit d'une obscurité totale. Pour concevoir cet effet, il faut savoir que le crépuscule ne cesse d'être sensible, que quand le soleil est abaissé sous l'horizon de 20°. On s'en est assuré par expérience, en observant le tems qui s'écoule depuis le coucher du soleil jusqu'à l'instant où l'on peut voir les petites étoiles à la vue simple. Si donc on mène un plan parallèle à l'horizon, et qui passe à 20° au-dessous du centre de la terre, le crépuscule sera sensible jusqu'à ce que le soleil l'ait atteint. Supposons-nous maintenant placés au pôle boréal, désigné par B fig. 72; nous avons l'équateur à l'horizon : le soleil restera visible tant qu'il sera au-dessus de ce plan, nous le perdrons de vue quand il passera au-dessous ; mais le crépuscule nous éclairera encore, tant que cet abaissement sera moindre que 20°. Or, le plus grand abaissement du soleil a lieu au tropique du capricorne éloigné de 26° de l'équateur, il n'y aura donc d'obscurité totale que dans le tems employé par le soleil pour parcourir 26°—20° ou 6° avant et après le solstice, ce qui fait seulement 70 jours, au lieu des six mois de nuit qui auraient eu lieu sans cette circonstance. Cette durée sera beaucoup moindre, si, au lieu de nous supposer au pôle, nous nous plaçons sur quelque parallèle plus rapproché du cercle polaire, et sur lequel les hommes puissent habiter.

De plus, lorsque la lune passe au nord de l'équateur, elle tourne constamment autour du pôle, et les habitans

des régions polaires l'apperçoivent toujours sur l'horizon, comme ils voient toujours le soleil quand il s'approche du tropique du cancer,

Enfin, un grand nombre de météores ignés, tels que des aurores boréales et des globes de feu très-fréquens, jettent encore quelques lueurs sur ces contrées sauvages.

268. Puisque j'ai commencé à parler du crépuscule, il ne sera pas hors de propos de donner quelques détails sur ce sujet. Soit O, fig, 80, l'observateur placé sur la terre et considéré comme étant au centre de la sphère céleste; soit HB'H' l'horizon, E Q l'équateur, H E H' le méridien, et A B C le cercle crépusculaire, abaissé sous l'horizon de 20°. Le crépuscule ne cessera que quand le soleil aura atteint cette limite ; mais il ne l'atteindra pas toujours dans le même tems. En effet il décrit le même nombre de degrés en tems égal, sur quelque parallèle qu'il se trouve, et les arcs AA', BB', CC' contiennent des nombres de degrés différens ; d'abord parce qu'ils sont inégaux en longueur, et en second lieu parce qu'ils appartiennent à différens parallèles. Ces deux causes se contrarient mutuellement ; car si l'accroissement de la latitude tend à diminuer la longueur de l'arc, il tend aussi à augmenter le nombre des degrés sur la même longueur. On sent donc qu'il doit exister un parallèle sur lequel cette compensation se fait de la manière la plus avantageuse ; c'est lui qui donne le plus court crépuscule. Le calcul fait voir que, pour Paris, ce parallèle est situé un peu au-delà de l'équateur, à 7°,61 de déclinaison australe. Quand le soleil se trouve sur ce parallèle, le crépuscule est à Paris de oj,0743 (1^h,47'). Cette durée varie pour les différens lieux. Mais le plus court de tous les crépuscules possibles a lieu à l'équateur au tems de l'équinoxe; il est de oj,051 (1^h,12').

Le plus long crépuscule, au contraire, a lieu au solstice d'été, pour tous les pays de la terre qui ont la *sphère oblique*, c'est-à-dire, pour lesquels l'axe de l'équateur est incliné à l'horizon; à Paris, sa durée est de 0j, 1104 (2^h, 38′).

269. Il est bon de savoir que l'on désigne quelquefois les diverses parties du globe terrestre, comme nous le faisons ici, d'après l'inclinaison de l'équateur, sur leur horizon. On dit: les pays qui ont la sphère *droite*, *parallèle*, *oblique*, pour désigner l'équateur, le pôle et les régions intermédiaires.

270. Les observations du crépuscule font connaître la hauteur de l'atmosphère, ou plutôt celle des particules d'air dont la densité est encore assez grande pour nous renvoyer une lumière sensible. En effet, soit C fig. 81, le centre de la terre, O l'observateur placé à sa surface, et SH la direction des rayons solaires à la fin du crépuscule, c'est-à-dire, lorsque l'angle S′ C H′ qu'ils forment avec l'horizon, est de 20°. Alors les dernières molécules de l'atmosphère qui nous renvoient la lumière, sont à l'horizon en H; et le rayon lumineux S H, qui les éclaire, est tangent à la terre. Ainsi, en menant le rayon C O′ et le sécante C H, l'angle O′ C O, égal à H′ C S′, sera de 20°, et H C O sera de 10°. Or, si l'on cherche dans les tables trigonométriques la sécante de 10°, on la trouve égale à 1,01, le rayon étant pris pour unité. La flèche G H est donc égale à la centième partie du rayon terrestre, ou à 60000 mètres, en prenant simplement 6000000 mètres pour la longueur de ce rayon. Ainsi les couches supérieures de l'atmosphère sont élevées au moins de 60000 mètres. Comme les observations sur lesquelles ce résultat repose ne comportent pas une grande exactitude, on

ne peut le regarder que comme une limite. C'est pour cela que j'ai négligé les fractions dans le calcul, et par la même raison, je n'ai point eu égard aux réfractions atmosphériques, qui cependant influent sur la durée du crépuscule, et le prolongent de quelques instans.

271. Au reste, ce que nous venons de dire sur les limites du crépuscule, n'est applicable qu'aux plaines; il paraît que sur le sommet des hautes montagnes, la clarté réfléchie par l'atmosphère est beaucoup plus long-tems sensible; non pas à la vérité qu'elle vienne des couches mêmes où l'on est placé, car leur densité est au contraire très-faible à ces hauteurs; mais elle est réfléchie par la masse d'air, epaisse et profonde, qui borde l'horizon de toutes parts. Pendant plusieurs nuits que Saussure passa sur une montagne des Alpes, qui a 3435 mètres de hauteur, et que l'on nomme le *Col du Géant*, il vit tout le contour de l'horizon bordé d'une lueur pâle, mais distincte, qui durait depuis le coucher jusqu'au lever du soleil, quoique cet astre, au milieu de la nuit, se trouvât abaissé au-dessous des limites ordinaires du crépuscule. On a supposé que ce phénomène était produit par des vapeurs phosphoriques répandues dans l'air; mais il me semble que les réflexions multipliées de la lumière dans les couches éloignées de l'atmosphère, suffisent pour produire cet effet, et peuvent ramener jusqu'à l'observateur, placé sur le sommet d'une montagne, la lumière infléchie de l'hémisphère opposé du ciel. Nous remarquerons plus loin un phénomène analogue produit par la même cause, dans les éclipses de lune.

CHAPITRE XII.

De la température de la terre.

272. Quand on réfléchit sur la diversité des êtres qui peuplent le globe terrestre, et sur la multitude des végétaux qui y croissent, on est étonné que ces modifications infinies puissent résulter de la seule différence de la température dans les divers lieux. Aussi les physiciens se sont-ils beaucoup attachés à étudier une cause aussi étendue et aussi générale.

On ne fait d'abord aucun doute que le soleil ne soit la source de cette chaleur qui féconde la terre ; cependant quelques phénomènes semblent indiquer, au premier coup-d'œil, que notre globe a aussi une chaleur propre, et indépendante de la présence du soleil. On sait que la température se maintient constamment la même dans les souterrains à 27 ou 30 mètres de profondeur (80 ou 108 pieds). Passé ce terme, on ne ressent ni les grands froids de l'hiver, ni les chaleurs brûlantes de l'été. On a aussi observé que les amas de glaces qui recouvrent certaines montagnes des Alpes, se fondent continuellement par le pied, lorsqu'elles sont assez épaisses pour préserver du froid extérieur le terrain sur lequel elles reposent ; et de dessous ces glaciers sortent des courans d'eau vive, qui coulent même pendant l'hiver.

Quelques physiciens ont cru voir dans ces phénomènes les traces d'un ancien état d'embrâsement. Selon eux, c'est par l'effet d'un refroidissement très-lent que la surface de

la terre est parvenue à la température actuelle; et l'intérieur de la masse, exposé à une déperdition moins considérable, a conservé une chaleur plus grande, qu'ils appellent la *chaleur centrale*, et à laquelle ils attribuent les effets que nous venons de rapporter.

D'autres philosophes frappés de l'ordre qui règne dans l'univers, où tout paraît disposé pour un état durable, ont cherché la raison de ces mêmes faits dans une cause permanente, et ils ont vu qu'on peut également les expliquer par la seule action long-tems prolongée de la chaleur solaire.

Chaque année, le soleil envoie à la terre une certaine quantité de feu. Si ce feu s'accumulait sans cesse, la température s'élèverait à proportion, et la terre serait depuis long-tems embrâsée. Mais une grande partie se dissipe insensiblement dans l'espace; car c'est un fait certain que l'air n'arrête pas la chaleur qui *rayonne* dans tous les sens, en s'exhalant des corps échauffés. La perte qui résulte de ce rayonnement, augmente avec la température, et lui est proportionnelle. Ces deux causes contraires, agissant peut-être depuis des milliers de siècles, ont dû porter, depuis long-tems, la terre au degré de température qu'elle pouvait atteindre. Alors il s'est établi un certain équilibre, entre la chaleur qui vient annuellement du soleil, et celle qui se dissipe annuellement. De-là l'état constant et durable de la température.

Tous les points de la surface terrestre ne sont pas placés dans des situations également favorables pour recevoir l'action du soleil. Par exemple, les pays qui se trouvent entre les tropiques, sont plus fortement échauffés que les pôles. La quantité de chaleur rayonnante qu'ils émettent dans l'espace, est donc également variable,

puisqu'elle est proportionnelle à leur température. Il doit donc s'établir à la longue des différences dans la température de la terre pour ces différens points; c'est ce que l'observation confirme. Il est connu que dans certains lieux de la Sibérie, la terre ne dégèle jamais; et en Égypte, au contraire, à plus de 60 mètres de profondeur (200 pieds) la température a été trouvée de 22°,5 du thermomètre centigrade (a): tandis qu'à Paris, qui se trouve intermédiaire entre ces deux extrêmes, la température des caves de l'observatoire se maintient constamment à 12°. La table suivante montre avec un peu plus d'étendue la marche de ces résultats pour différentes latitudes (b).

LATITUDES.	NOMS des VILLES.	TEMPÉRATURE moyenne DES SOUTERRAINS.
77°,87	Wadso en Laponie	2°,2
66 ,6	Pétersbourg	3°,7
54 ,26	Paris	12°,
48 ,11	Marseille	16,4
33°, 04	Le Kaire	22,5
13 ,25	Pondichéri	31,1

(a) Cette expérience a été faite au fond du puits de Joseph, par les membres de la commission des arts et des sciences, attachés à l'expédition d'Égypte.

(b) Ces résultats sont extraits en grande partie de l'ouvrage de M. Kirwan, intitulé: *An estimate of the temper. at diff. latitud.*

Cette table, extraite des observations les plus exactes, prouve incontestablement que la température du globe terrestre, observée près de sa surface, décroit de l'équateur aux pôles. Mais la loi de ce décroissement n'est pas encore bien connue; c'est une question que les voyages décideront.

273. Au reste, on doit s'attendre à y découvrir de grandes irrégularités; car les circonstances locales ont une grande influence sur la température de chaque lieu, et les accidens naturels, ou les travaux des hommes en changeant ces circonstances, ont pu souvent les modifier.

Une des causes principales de ces différences, est l'élévation des lieux au-dessus du niveau de la mer.

On sait, par expérience, que la température de l'atmosphère n'est pas la même à toutes les hauteurs. Le froid augmente à mesure qu'on s'élève; et, dans tous les pays, même sous la zone torride, le sommet des hautes montagnes est couvert de neiges qui ne se fondent jamais. Cette ligne de neiges éternelles est placée à des élévations différentes, suivant les diverses latitudes. Sous l'équateur elle commence à 4800 mètres (2400 toises). On la rencontre à 2900 mètres (14 ou 1500 toises) vers le milieu des zones tempérés, et elle s'abaisse ainsi graduellement jusqu'a la surface de la terre qu'elle atteint dans le voisinage des pôles. Là, le sol est constamment dans l'état de congelation.

Ce grand froid, que l'on éprouve sur les hautes montagnes, paraît dû à deux causes : d'abord au peu de densité de l'air, qui n'intercepte qu'une très-petite partie de la chaleur solaire; secondement, à l'escarpement des rochers, qui se présentant aux rayons du soleil d'une manière oblique, et sous diverses inclinaisons, n'en sont que

peu ou point frappés. La réverbération de la chaleur se trouve ainsi considérablement diminuée ; or, c'est cette réverbération qui élève si fortement la température des plaines, et particulièrement celles de la zone torride, où le soleil donne toujours presque à-plomb.

Le voisinage des mers contribue aussi à modifier la température des différens lieux. L'eau qui s'évapore de leur surface, les courans qui s'y établissent, les glaces qui s'y forment, sont autant de causes locales qu'il faut soigneusement apprécier. On peut consulter à ce sujet deux excellens ouvrages : le Traité de M. Kirwan sur l'estimation de la température à différentes latitudes, et les Recherches physiques de M. Prevôt, de Genève, sur le froid austral.

274. De ce que je viens de dire sur les effets prolongés de la chaleur solaire, il ne faut pas conclure, comme une chose certaine, que la terre ne renferme aucune cause intérieure et indépendante du soleil, qui contribue aussi à l'échauffer. On peut dire seulement que s'il existe une cause semblable, elle nous est jusqu'à présent inconnue, puisque tous les faits observés peuvent s'expliquer sans y avoir recours. Peut-être acquérra-t-on plus de lumières sur cet objet, lorsque l'on saura positivement si la chaleur souterraine diminue ou augmente ; mais l'invention des thermomètres est encore trop récente, pour que l'on puisse rien décider sur cette question.

275. Il en existe une autre moins curieuse, c'est de savoir à quoi tiennent les grands froids, observés vers le pôle austral ; car ils surpassent beaucoup ceux qu'on observe dans le nord à pareille latitude ; effet d'autant plus singulier, qu'il n'a lieu que pour les latitudes éloignées:

la température est la même jusqu'à 44° de latitude des deux côtés de l'équateur.

Quelques physiciens ont cherché la cause de ces phénomènes dans l'ellipticité de l'orbe solaire. En effet, la température d'un lieu résulte de la distance du soleil, de sa hauteur sur l'horizon, et de la durée de sa présence. Dans notre hémisphère, nous avons l'hiver quand le soleil est périgée, et l'été quand il est apogée. Cette disposition paraît devoir tempérer les chaleurs et modérer les froids que nous éprouvons. C'est le contraire dans l'hémisphère austral, et la différence du froid au chaud doit en être augmentée. Par une autre conséquence de notre position, le tems où le soleil est bas sur notre horizon, est plus court que celui où il est plus élevé: actuellement la différence est d'environ sept jours; et cette seconde cause peut contribuer à nous donner une température plus chaude. Peut-être aussi la grande étendue des mers qui recouvrent l'autre hémisphère, contribue-t-elle puissamment à le refroidir par l'évaporation qu'elles occasionnent, et aussi parce qu'elles s'échauffent moins que les terres. Enfin, la marche différente que suivent les accroissemens de chaleur pour les deux hémisphères, en raison de leur position relativement à l'orbite du soleil, doit aussi modifier leur température. Mais l'examen comparé de toutes ces causes, nous mènerait trop loin; et peut-être, pour apprécier leur influence avec exactitude, faut-il attendre que les voyages maritimes, qui se multiplient de nos jours vers la partie australe du globe, aient réuni plus de faits positifs sur cette importante question (a).

(a) Voyez l'excellent ouvrage de M. Prévost, de Genève, intitulé: Recherches physico-mécaniques sur le froid austral.

276. Je ne dois pas non plus passer sous silence un mouvement très-remarquable qui se produit constamment dans l'atmosphère, et qui, en modifiant la température des différens pays de la terre, est lui-même un indice très-frappant de sa rotation. Je veux parler des *vents d'est*, qui soufflent constamment entre les tropiques, principalement sous l'équateur, et que l'on nomme les *vents alisés*. Leur régularité est si bien connue des navigateurs, que pour passer d'Europe en Amérique, ils commencent par remonter vers l'équateur jusqu'à la hauteur des vents alisés, et ensuite, en s'y abandonnant, ils traversent l'Océan en ligne droite : c'est le contraire quand on revient en Europe, et l'on marche vers le nord jusqu'à ce que l'on se trouve hors du courant formé par le vent d'est.

Or ce courant continuel s'explique très-aisément dans l'hypothèse de la rotation de la terre. Le soleil, par l'action de sa chaleur, dilate l'atmosphère près de l'équateur, où il donne toujours à-plomb. Les colonnes d'air ainsi soulevées, s'élèvent au-dessus de leur véritable niveau; mais lorsque leur sommet a dépassé les colonnes voisines, elles se renversent et retombent vers les pôles par leur propre poids. Au contraire, dans la partie inférieure, l'air frais des pôles afflue vers l'équateur, comme pour remplir le vide causé par la dilatation, d'où résultent deux courans continuels, l'un supérieur, de l'équateur au pôle, l'autre inférieur, du pôle à l'équateur.

Supposons maintenant que la terre tourne sur elle-même, en entraînant l'atmosphère qui l'enveloppe. Chaque particule d'air doit avoir pris depuis long-tems la vitesse de rotation qui convient au parallèle sur lequel elle se trouve. Celles qui sont près de l'équateur, vont plus vite; celles qui sont près des pôles, vont plus lente-

ment : mais si une partie de ces dernières sont forcées de se rapprocher de l'équateur, elles porteront sur les nouveaux parallèles où elles passent, la vitesse de rotation qu'elles avaient d'abord ; elle resteront par conséquent en arrière par rapport aux autres molécules situées depuis longtems sur ces parallèles. La lenteur de leur mouvement sera d'autant plus sensible, qu'elle s'approcheront davantage de l'équateur, où la vitesse de rotation est plus grande. Les corps terrestres situés sur ces parallèles, rencontrant ces molécules, les choqueront avec tout leur excès de vitesse ; il en sera de même d'un spectateur qui participera à ce même mouvement. Mais comme il se croira immobile, il supposera que ce sont les particules d'air qui le choquent en sens contraire, d'orient en occident, et il aura par conséquent la sensation d'un vent d'est, effet conforme à celui que produisent les vents alisés.

277. Ce serait le contraire si l'on pouvait s'élever dans les régions supérieures de l'atmosphère ; les particules d'air qui refluent de l'équateur vers les pôles, y portant leur excès de vitesse, doivent y produire un vent d'ouest réel. Les mêmes particules transportent aussi l'excès de chaleur que leur situation primitive sous l'équateur leur avait donnée, et peut-être, par l'effet de cette cause, la température des couches supérieures près des pôles, est-elle plus douce que celle des couches inférieures qui avoisinent la surface de la terre.

CHAPITRE XIII.

De l'hypothèse du mouvement annuel de la terre.

278. Jusqu'ici nous avons supposé la terre immobile dans l'espace, et le soleil en mouvement sur le plan de l'écliptique; mais il se pourrait que ce ne fût qu'une apparence, et que le soleil fût réellement immobile, la terre étant en mouvement. Alors elle exécuterait autour de lui tous les mouvemens qu'il semblerait faire autour d'elle, en sens contraire. La révolution annuelle de la terre se ferait dans une ellipse dont le soleil serait un des foyers, et tout ce que nous avons dit de l'ellipse solaire, devrait s'entendre de l'ellipse terrestre.

Non seulement cette disposition est possible, mais l'analogie la rend extrêmement probable, car on verra plus tard que toutes les planètes et les comètes se meuvent ainsi autour du soleil. Comme les preuves de cette vérité s'offriront successivement, je vais, pour qu'on les saisisse mieux, et qu'on en suive bien la liaison, présenter sous ce point de vue les phénomènes du mouvement annuel, ainsi que je l'ai déjà fait pour le mouvement diurne.

279. Concevons donc que la terre ait un double mouvement; de rotation sur elle-même, et de révolution autour du soleil.

L'axe de rotation qui est perpendiculaire à l'équateur terrestre, devra être supposé à fort peu près parallèle à lui-même dans chaque révolution; car suivant les obser-

vations, l'inclinaison de l'équateur à l'écliptique ne change que de 1,″54 dans le cours d'une année. La terre parcourra ainsi son ellipse en décrivant des aires proportionnelles aux tems.

280. Ce double mouvement composé de rotation et de révolution, n'a rien en soi d'impossible ni de contraire aux lois de la mécanique. Les toupies qui servent de jouet aux enfans, nous en offrent l'image. Leur mouvement est produit et entretenu par des impulsions latérales qui les font, en même tems, tourner sur elles-mêmes, et décrire, par leur pointe, des courbes très-variées. En effet, on démontre en mécanique qu'un mouvement pareil peut résulter d'une seule impulsion latérale (a); et ceci s'applique à-la-fois à la toupie et à la terre, avec cette différence que la terre ne paraissant éprouver dans l'espace aucune résistance, n'a pas besoin que son mouvement soit renouvelé et entretenu, au lieu que celui de la toupie diminue sans cesse, à cause du frottement de la pointe et de la résistance de l'air.

281. Pour montrer comment les explications des phénomènes doivent se transformer dans cette hypothèse, je vais l'appliquer à la différence et à l'inégalité des saisons.

Quand nous supposons la terre immobile, c'est le soleil qui, en s'élevant ou s'abaissant d'un tropique à l'autre, produit la différence des saisons. Si nous mettons la terre en mouvement, c'est elle qui vient se présenter au soleil sous différens aspects, dans les différentes parties de son orbite.

Au solstice d'été, vers le 22 juin, la terre est à sa plus

(a) Mécanique céleste, tome I, page 84.

grande distance du soleil, et à son *aphélie* : alors sa position est telle que la représente la figure 82. Le soleil donne à-plomb sur le tropique T t du cancer, le pôle boréal est entièrement éclairé : c'est l'été des peuples septentrionaux.

Au solstice d'hiver, vers le 22 décembre, la terre, a pris une position directement contraire, voyez fig. 83. Elle est à sa plus petite distance du soleil, ou à son *périhélie*. Les rayons de cet astre tombent à-plomb sur le tropique du capricorne, désigné par T' O, et le pôle austral est entièrement éclairé. C'est l'hiver pour les peuples du nord, l'été pour ceux du midi.

Entre ces positions contraires, il en est deux aussi opposées, et dans lesquelles le plan de l'équateur terrestre passe par le centre du soleil : ce sont les instans de l'équinoxe, qui arrivent le 21 septembre et le 21 mars.

Ce peu de mots suffisent pour montrer comment les explications données précédemment d'après les observations, s'adaptent au mouvement de la terre.

CHAPITRE

CHAPITRE XIV.

De la précession des équinoxes, considérée comme effet du mouvement de la sphère céleste.

282. En observant le ciel pendant de longues suites d'années, on a remarqué que l'équateur ne passe pas toujours par les mêmes étoiles. Celles qui s'y trouvent aujourd'hui en étaient autrefois fort distantes; celles qui s'y trouvaient alors, en sont maintenant très-éloignées. Dans ce déplacement général, les latitudes des étoiles n'ont presque pas changé, et par conséquent leurs distance au plan de l'écliptique sont restées à fort peu près les mêmes; de sorte que les phénomènes se passent comme si la sphère céleste tournait autour de l'axe de l'écliptique, avec un mouvement très-lent, dirigé d'occident en orient, dans le même sens que celui du soleil.

283. Pour mesurer ce mouvement, il suffit de comparer entre elles les longitudes d'une même étoile, observées à deux époques différentes; l'effet étant le même pour toutes les étoiles, il importe peu laquelle on choisit.

Par exemple, suivant les observations de Bradley, l'étoile que l'on nomme *l'épi de la vierge*, avait pour longitude, au commencement de 1760, 222°,7716.

Suivant les observations de Maskeline, au commencement de 1802, la même étoile avait pour longitude 223°,4201.

La différence est 0°,6485 en quarante deux ans, ce qui donne 154″,42 par année. La discussion d'un grand nombre

d'observations donne 154″,63 (50″$\frac{1}{2}$ sex.). On sent en effet qu'un élément aussi délicat ne peut être établi avec certitude que par une moyenne entre un grand nombre de résultats observés.

284. Par suite de ce mouvement, les points équinoxiaux ne répondent pas toujours aux mêmes points de la sphère céleste ; et le soleil emploie un peu moins de tems pour revenir à l'équateur, que pour revenir aux mêmes étoiles. C'est en cela que consiste la *précession des équinoxes.*

285. Pour calculer ce retard, il faut remarquer que lorsque le soleil moyen est revenu à l'équinoxe, après une révolution tropique de 365^j,242250, il lui reste encore à décrire sur l'écliptique le petit arc 154″,63, avant d'avoir rejoint le point de la sphère des étoiles qui avait passé l'année précédente à l'équinoxe, en même tems que lui. A la vérité, ce point est lui même en mouvement sur l'écliptique en vertu de la précession, et il s'éloigne un peu du soleil pendant que cet astre le rejoint ; mais sa marche annuelle n'étant que de 154″,63, la quantité dont il s'avance depuis l'instant de l'équinoxe jusqu'au moment où il est atteint par le soleil, est tout-à-fait insensible, en sorte qu'on peut le supposer immobile dans cet intervalle. Ainsi, pour connaître ce retard annuel du soleil sur les étoiles, il suffit de réduire en tems ce petit arc 154″,63, à raison de la circonférence entière pour une année tropique, le résultat est $\frac{154'',63 \cdot 365^j,242250}{400^o}$ ou 0^j,014119. En l'ajoutant à l'année tropique, on aura la durée d'une révolution entière du soleil, par rapport aux étoiles. C'est ce que l'on nomme l'*année sydérale :* elle est de 365^j,256369.

286. D'après ces résultats, il est aisé de voir que la

ligne des équinoxes rétrograde sur l'écliptique d'un grade en $64^{ans},7$, ou d'un degré de l'ancienne division en $71^{ans},6$.

Il est également facile d'en conclure le tems que les équinoxes emploieront à parcourir entièrement l'écliptique, et à faire le tour du ciel étoilé ; car s'il faut une année pour 154″,63, le tems nécessaire pour décrire 400° sera $\frac{400°.}{154'',63}$ 1^{an} ou 25867 années, c'est-à-dire, environ vingt-six mille ans.

287. Ce mouvement de la sphère étoilée autour de l'axe de l'écliptique n'est pas tout à fait uniforme ; il éprouve de très-petites variations, dont la période est de 19 ans. Nous en parlerons plus loin.

288. La découverte de la précession ne remonte qu'au tems d'Hipparque. Avant cette époque on croyait que le soleil, en revenant au même équinoxe, rejoignait aussi les mêmes étoiles. Et, comme la présence de cet astre dans les diverses parties du ciel déterminait et réglait les travaux de l'agriculture, on avait, dès la plus haute antiquité, divisé l'écliptique, à partir de l'équinoxe, en douze portions égales, que l'on avait nommées *signes*, sans doute à cause des travaux qu'elles indiquaient ; car on leur avait donné des noms analogues à ces travaux. Le passage du soleil dans ces différens signes, était facile à reconnaître par l'observation des étoiles qui composent l'écliptique, et que l'on avait aussi partagées en douze grouppes ou constellations. Mais depuis cette ancienne époque, l'état du ciel a beaucoup changé. Les équinoxes ont rétrogradé sur l'écliptique, par l'effet de la précession, et les mêmes étoiles ne répondent plus aux mêmes travaux. Cependant on a conservé en astronomie cette ancienne division, et même les noms des douze signes, avec les caractères qui

les représentent ; mais on les compte sur l'écliptique à partir de l'équinoxe variable du printems.

Ce sont : le *belier* ♈, le *taureau* ♉, les *gemeaux* ♊, le *cancer* ♋, le *lion* ♌, la *vierge* ♍, la *balance* ♎, le *scorpion* ♏, le *sagittaire* ♐, le *capricorne* ♑, le *verseau* ♒, les *poissons* ♓.

Ils sont compris dans les deux vers suivans, faciles à graver dans la mémoire :

Sunt Aries, Taurus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo,
Libraque, Scorpius, Arcitenens, Caper, Amphora, Pisces.

Chaque signe est la douzième partie de la circonférence, et vaut 30 degrés de l'ancienne division sexagésimale. L'assemblage de ces signes forme ce que l'on nomme un *zodiaque.*

Le premier point du signe du *belier* ou d'*aries*, répond toujours à l'équinoxe du printems.

Le signe du *cancer* ou de l'écrevisse, au solstice d'été ;

Le signe de la *balance*, à l'équinoxe d'automne ;

Le signe du *capricorne*, au solstice d'hiver ;

289. Du tems d'Hipparque, les constellations du bélier, du cancer, de la balance et du capricorne, se trouvaient réellement dans ces quatre points de l'orbite du soleil, mais elles s'en sont éloignées depuis, d'environ 30° par l'effet de la précession.

L'équinoxe du printems arrive aujourd'hui dans la constellation des Poissons ; le solstice d'été, dans la constellation des Gémeaux ; l'équinoxe d'automne, dans la constellation de la Vierge ; le solstice d'hiver, dans la constellation du Sagittaire ; tout a rétrogradé d'un signe.

On voit donc qu'il faut soigneusement distinguer les *signes du zodiaque*, qui sont fixes par rapport aux équinoxes, et les *constellations* qui sont mobiles par rapport à l'équateur.

290. Au reste, on ignore à quelle époque le zodiaque a été inventé. On ne sait s'il a été imaginé par parties ou tout à la fois ; on n'est pas même bien sûr qu'il ait toujours contenu le même nombre de constellations qu'aujourd'hui. On a cependant cherché à prouver par son ancienneté la longue présence du genre humain sur la terre. Les hypothèses que l'on a formées sur ce point se trouvent réunies et discutées dans l'histoire de l'astronomie (a). Mais un examen plus approfondi des anciennes tables astronomiques, et en particulier de celles des Indiens, rend ces inductions fort douteuses (b). D'ailleurs, la conséquence que l'on a voulu en déduire, est infirmée par les traditions de tous les peuples, et paroît contraire à un grand nombre de faits d'histoire naturelle qui ramènent l'état actuel du globe à une époque beaucoup plus récente. On ne trouve dans l'intérieur de la terre aucun ossement fossile qui appartienne à l'homme ou aux espèces d'animaux existantes actuellement. Tous ceux qui s'y sont conservés, appartiennent à des espèces inconnues, et différentes de celles que nous voyons aujourd'hui ; pourquoi, si ces dernières subsistoient alors, n'en est-il resté aucune trace, et quelle preuve plus frappante d'un ancien état de choses, dans lequel l'homme n'existoit pas?

(a) Bailly, Hist. de l'Astronomie, tom. III, pag. 278 et suiv.

(b) Système du monde, page 239.

CHAPITRE XV.

De la précession des équinoxes, considérée comme l'effet du déplacement de l'équateur terrestre, et de la nutation de l'axe de la terre.

291. Quand on considère le mouvement du soleil comme apparent, et celui de la terre comme réel; les signes de l'écliptique répondent aux différens points de l'orbe terrestre. Voyez fig. 74.

Alors la terre voit toujours le soleil dans le lieu de l'écliptique opposé à celui où elle se trouve. Lorsqu'elle est dans le signe du belier, elle voit le soleil dans la balance. Lorsqu'elle est dans le taureau, elle le voit dans le scorpion, et ainsi de suite. Tandis qu'elle se meut suivant l'ordre des signes, le soleil paraît se mouvoir à l'opposé de l'orbite et dans le même sens.

Je vais montrer présentement comment la précession des équinoxes peut s'expliquer dans cette hypothèse, sans mettre en mouvement toute la sphère céleste.

292. Soit T T' t t', fig. 75, l'orbite annuelle de la terre, dont le soleil occupe un des foyers: soit E T Q le plan de l'équateur, T P l'axe du pôle qui lui est perpendiculaire, l'équinoxe arrivera lorsque la ligne TQ, intersection de l'équateur et de l'écliptique, passera par le centre du soleil; car alors cet astre se trouvera dans le plan E T Q de l'équateur.

Il y a deux positions opposées, T et t, dans l'orbite, qui donneront chacune un équinoxe.

Si la trace TQ restait constamment parallèle à elle-même, l'équinoxe arriverait toujours dans les mêmes points. Mais pendant que la terre se meut dans le sens T O t', cette trace elle-même a un petit mouvement, et lorsque la terre est revenue en T', elle ne se trouve plus dirigée suivant T' S' parallèle à T S, mais suivant T Q', qui fait, avec T' S', un petit angle S' T' Q', égal à 154",63. Alors la trace T' Q' rencontre le soleil avant que la terre soit revenue en T; l'équinoxe arrive plutôt qu'il ne devrait sans cette circonstance : c'est en cela que consiste la *précession des équinoxes.*

La trace T' Q' prolongée paraît répondre en t' sur l'écliptique. Elle semble donc reculer chaque année de la quantité t t', contre l'ordre des signes, c'est-à-dire, en sens contraire du mouvement annuel de la terre. On dit, par cette raison, que le mouvement des équinoxes est *rétrograde.*

293. Pour peindre les loix de ces mouvemens d'une manière géométrique, concevons, par le centre T de la terre, un axe TP' perpendiculaire au plan de l'écliptique. Soit P p' p'' le cercle de la sphère céleste parallèle à l'écliptique, et sur lequel se trouve le pôle P de l'équateur; mettez ce pôle en mouvement sur le parallèle, dans le sens P p' p'', en lui faisant décrire chaque année 154",63, ou tout le parallèle en 25867 années. L'axe T P décrira ainsi autour de T P', une surface conique ; il entraînera avec lui l'équateur terrestre auquel il est perpendiculaire, et fera rétrograder sa trace T Q sur l'écliptique, *ce qui produira la précession des équinoxes.*

294. Ce mouvement n'est pas constamment uniforme, et le pôle P ne reste pas toujours sur ce parallèle. Il

s'élève et s'abaisse tour-à-tour au-dessus et au-dessous. Concevez le cercle de latitude P' P, qui passe par les pôles de l'écliptique et de l'équateur. Décrivez une petite ellipse $\pi\,\pi'\,\pi''$ dont le grand axe, soit tangent au cercle de latitude, et soutende sur la sphère céleste, un angle de $62'',2$ le petit axe étant de $46'',3$: c'est le centre de cette ellipse qui se meut uniformément sur le parallèle P p' p'': le pôle P de l'équateur oscille sur sa circonférence, et la décrit en 19 ans. Ces oscillations abaissent et élèvent tour-à-tour le plan de l'équateur. Elles font ainsi varier la direction de sa trace TQ sur l'écliptique. Le déplacement uniforme de cet axe est donc tantôt accéléré, tantôt retardé par ce mouvement secondaire et variable. De-là les inégalités périodiques observées dans la précession des équinoxes et dans l'obliquité de l'écliptique. Elles sont produites par ce balancement de l'axe terrestre, c'est pourquoi l'effet qu'elles produisent a été nommé *nutation*.

L'existence de ces phénomènes est une suite de la théorie de l'attraction, comme nous le verrons plus loin ; ils ont été découverts et calculés par Newton, avant d'être vus. C'est l'excellent astronome Bradley qui les a le premier reconnus et déterminés par l'observation.

CHAPITRE XVI.

Application de la précession aux recherches critiques et chronologiques,

295. La connaissance de la précession n'est pas seulement intéressante comme résultat astronomique, elle est utile dans l'histoire pour déterminer les dates des anciens monumens d'après les figures astronomiques qui y sont tracées, ou pour retrouver les époques des événemens d'après les descriptions de l'état du ciel que les auteurs nous ont transmises ; car cet état ayant changé depuis eux jusqu'à nous, suivant une marche déterminée, il est facile d'assigner le tems où il a dû s'accorder avec leur récit. Le mouvement général de la sphère céleste est donc à cet égard comme une grande mesure commune à tous les siècles. On peut en voir les applications dans les ouvrages des chronologistes. Je me bornerai à en donner quelques exemples.

296. Les ruines de l'ancienne ville de Tentyris en Égypte sont sur-tout remarquables par un grand temple intact dans toutes ses parties.

Sous le plafond du portique de ce temple, on remarque une longue file de figures d'hommes et d'animaux, marchant dans le même sens, à la suite les uns des autres. Parmi ces figures, se trouvent les douze signes du zodiaque, placés dans l'ordre selon lequel le soleil les parcourt.

tel qu'il était de son tems ; car ce philosophe, contemporain de Platon, a vécu il y a environ 2150 ans, c'est-à-dire, à une époque beaucoup plus récente que celle, à laquelle, le phénomène qu'il rapporte, a pu arriver.

Enfin il résulte de cette discussion que la sphère décrite par Eudoxe répond à un état du ciel beaucoup plus ancien. On croit que c'est le même qui avait été fixé et déterminé par Chiron, vers le tems du siége de Troie.

298. Les levers et les couchers des étoiles, autrefois observés avec beaucoup de soin, forment ainsi un genre d'indication très-utile pour reconnaître les époques éloignées.

On en distinguait de trois sortes relatifs aux positions de l'étoile, par rapport au soleil, et on les nommait suivant ces positions, *cosmiques*, *acroniques* ou *héliaques*. Il en est fréquemment question dans les poètes.

Le *lever* et le *coucher cosmique* avaient lieu lorsque l'étoile se levait ou se couchait le matin, à l'instant du lever du soleil.

Le *lever* ou le *coucher acronique* avaient lieu au contraire lorsque l'étoile se levait ou se couchait, le soir, à l'instant du coucher du soleil.

Enfin, le *lever* ou le *coucher héliaque*, avaient lieu lorsque l'étoile paraissait le matin sur l'horizon, un peu avant le soleil, ou se couchait le soir presque aussitôt que lui. C'était l'instant où elle commençait à se dégager des rayons de cet astre, ou celui où elle allait s'y plonger.

Et comme les étoiles ne sont en général visibles à la vue simple que lorsqu'elles sont au moins à 12° ou 15° du soleil, il s'ensuit que le lever cosmique précède, de de 12 ou 15 jours environ, le lever héliaque, et que le

coucher acronique suit le coucher héliaque de la même quantité.

299. Le lever héliaque des étoiles était le plus remarquable. C'était lui qui servait, pour ainsi dire, de calendrier aux anciens peuples, et les travaux de l'agriculture se réglaient sur ces observations; mais la position des équinoxes déplaçant peu à peu les étoiles, leur lever héliaque ne répondait pas long-tems à la même époque de l'année, et par conséquent aux mêmes travaux.

Pour trouver le lever héliaque d'une étoile, il faut déterminer le point de l'écliptique qui, lorsqu'elle se lève, est abaissé de 12° ou 15° sous l'horizon. Il ne faut pour cela que résoudre quelques triangles sphériques, lorsque l'on connaît la déclinaison de l'étoile et la latitude du lieu (a).

Et si ce phénomène se trouve indiqué dans un auteur ancien pour une époque de l'année différente de celle où il a lieu aujourd'hui, on peut, d'après cette différence, calculer le tems où cet auteur écrivait, en ayant égard à la précession des équinoxes.

Ainsi, quand Hésiode rapporte que, de son tems, l'étoile Arcturus se levait héliaquement soixante jours après le solstice d'hiver, il est facile d'en conclure que ce poète vivait il y a environ 2753 ans, car c'est à cette époque que le phénomène a dû arriver dans le pays qu'il habitait (a).

Je suis entré dans quelques détails sur ces applications, parce qu'elles montrent l'usage de l'astronomie dans les recherches de critique et d'antiquité. Il n'y a aucune science qui ne soit utile en quelque chose à toutes les autres.

(a) Voyez la note 10 à la fin du livre.

NOTES
DU SECOND LIVRE.

NOTE 1.ere

Sur l'erreur que l'on peut commettre, en calculant l'époque du solstice, par les tables du soleil.

Soit D la déclinaison du soleil, ω l'obliquité de l'écliptique, Θ la longitude du soleil, on a, suivant la note de la page 200.

(1) $\quad \text{Sin. } D = \text{sin. } \omega \text{ sin. } \Theta.$

Supposez que Θ change d'une quantité égale à Θ'; soit D' le changement correspondant de la déclinaison D; la longitude $\Theta + \Theta'$, et la déclinaison $D + D'$ conserveront entr'elles la relation exprimée par l'équation précédente, c'est-à-dire,

$$\text{Sin. } (D + D') = \text{sin. } \omega \text{ sin. } (\Theta + \Theta')$$

or $\text{sin. } (D + D') = \text{sin. } D \cos D' + \cos D. \text{ sin. } D'.$

et comme l'accroissement D' est certainement un très-petit arc, on peut le substituer à son sinus, et regarder son cosinus comme sensiblement égal à l'unité; car quand le sinus est très-petit, le sinus verse, est très-petit, du second ordre; on aura ainsi

$$\text{Sin. } (D + D') = \text{sin. } D + D' \cos. D$$

on aura de même, et par les mêmes raisons

$\text{Sin. } (\Theta + \Theta') = \text{sin. } \Theta \cos \Theta' + \cos \Theta \text{ sin. } \Theta' = \text{sin. } \Theta + \Theta' \cos \Theta$

substituant dans la formule, il vient

$$\text{Sin. } D + D' \cos. D = \text{sin. } \omega \text{ sin. } \Theta + \Theta' \text{ sin. } \omega \cos. \Theta$$

Une partie de ces termes se détruisent de part et d'autre, en vertu de l'équation (1); il reste

$$D' \cos. D = \Theta' \text{ sin. } \omega \cos. \Theta$$

d'où

$$D' = \frac{\Theta' \text{ sin. } \omega \cos. \Theta}{\cos. D}$$

Cette expression peut encore se simplifier ; car, puisque le soleil est supposé fort près du solstice, D est presque égal à ω, d'où il suit que cos. D diffère très-peu de cos. ω, soit

$$\text{cos. D} = \text{cos. } \omega . (1 + u)$$

u étant une très-petite fraction, on aura

$$\frac{1}{\text{cos. D}} = \frac{1}{\text{cos. } \omega . (1 + u)} = \frac{1}{\text{cos. } \omega} \left\{ 1 - u + u^2 \ldots \text{ etc.} \right.$$

Si l'on substitue cette expression dans la valeur de D', on pourra très bien se borner au premier terme $\frac{1}{\text{cos. } \omega}$; car les autres sont tous multipliés par les puissances de la petite fraction u, et le seront encore par la petite fraction Θ, dans la valeur de D'. On pourra donc les négliger vis-à-vis du premier, et l'on aura simplement

$$D' = \Theta' \frac{\text{sin. } \omega}{\text{cos. } \omega} \text{cos. } \Theta$$

ou (2) $$D' = \Theta' \text{ tang. } \omega \text{ cos. } \Theta$$

Si l'on se trompe d'un demi jour sur le tems du solstice, l'erreur de la longitude sera certainement moindre que 0°,55. Supposons-la égale à cette quantité. Nous aurons alors $\Theta' = 0°,55$, et par conséquent $\Theta = 99°,45$, puisqu'au solstice, la longitude Θ est de 100°. Si l'on prend simplement $\Theta = 76,07$, la valeur de D' sera

$$D' = 0°,55. \text{ cos. } 99°,45. \text{ tang. } 26°,07$$

ou $$D' = 0°,55. \text{ sin. } 0°,55 . \text{ tang. } 26°,07$$

formule qui, étant évaluée par les tables trigonométriques, donne $D = 0°,00206$. C'est 6″,7 en mesures sexagésimales.

Le sinus de l'arc 0°,55 est une fort petite quantité que l'on peut, sans erreur sensible, supposer proportionnelle à cet arc lui-même ; alors l'expression de D' aura pour multiplicateur $(0°,55)^2$. C'est-à-dire, que l'erreur commise sur la déclinaison, est proportionnelle au carré de l'erreur commise sur la longitude. Ainsi en supposant $\Theta' = 0°,0055$, au lieu de 0°,55, nous aurons

$$D' = \frac{0°,00206}{10000} = 0°,000000206$$

quantité tout à fait insensible,

NOTE II.

Sur le diamètre apparent qui répond à la distance moyenne.

On se tromperait si l'on croyait que le diamètre apparent qui répond à la distance moyenne, est le diamètre moyen. En effet, calculons ce diamètre. Si nous le représentons par D, comme il est réciproque à la distance, nous aurons

$$\frac{D}{5836'',3} = \frac{1,01679}{1}$$

Ce qui donne $D = 5934'',29$

Le diamètre qui répond à la distance moyenne, est donc plus petit de 1'',7 que le diamètre moyen, abstraction faite des petites erreurs provenantes des décimales ultérieures que nous avons négligées.

Cela peut se prouver, en général, d'une manière très-facile. En effet, soit r' la plus petite distance, r'' la plus grande, D', D'' les diamètres apparens, on aura

$$\frac{r''}{r'} = \frac{D'}{D''}$$

ce qui donne

$$r'' = \frac{r' D'}{D''}$$

Si l'on représente par r la moyenne distance, intermédiaire entre r' et r'', on aura

$$r = \frac{r' + r''}{2} = \frac{r' + \frac{r' D'}{D''}}{2} = \frac{r'.(D'' + D')}{2 D''}$$

c'est la valeur de la distance moyenne. Si l'on représente par D le diamètre correspondant, on aura

$$\frac{D}{D'} = \frac{r'}{r}$$

ou, en substituant pour r sa valeur

$$\frac{D}{D'} = \frac{r'}{\frac{r'(D''+D')}{2D''}} = \frac{2D''}{D''+D'}$$

d'où l'on tire

$$D = \frac{2D'D''}{D''+D'}$$

c'est la grandeur du diamètre apparent qui correspond à la distance moyenne. Cette expression peut se mettre sous la forme suivante.

$$D = \frac{D'+D''}{2} - \frac{(D'-D'')^2}{2(D'+D'')}$$

et comme $(D'-D'')^2$ est toujours une quantité positive, il s'ensuit que le diamètre qui répond à la moyenne distance, est toujours moindre que le diamètre moyen.

Pour la lune, on a, comme nous le verrons par la suite :

$$D' = 6207''$$
$$D'' = 5438$$

ce qui donne

$$\frac{D'+D''}{2} = 5822,5 \qquad D'-D'' = 769''$$

d'où l'on tire

$$D = 5822'',5 - 25'',4 = 5797,1$$

c'est la grandeur du diamètre apparent de la lune, qui correspond à sa distance moyenne de la terre. Il est très-sensiblement moindre que le diamètre moyen, et la différence est plus forte que pour le soleil, parce que D'—D'' est beaucoup plus considérable, tandis que D'+D'' est un peu moindre.

NOTE III.

Sur la distance du soleil qui répond à sa vitesse moyenne.

J'ai fait remarquer dans le texte, que la vitesse angulaire moyenne 1°,0959, ne répond pas à la distance moyenne du soleil à la terre.

Cependant la différence est extrêmement petite. En effet, prenons toujours pour unité la distance moyenne, et nommons x la vîtesse angulaire qui y correspond, en comparant ces quantités avec les valeurs observées à l'apogée, on aura

$$\frac{1,0168}{1} = \sqrt{\frac{x}{1^{\circ},0591}}$$

ce qui donne $x = 1^{\circ},0950$, valeur qui est de $9''$ plus petite que la vîtesse moyenne.

Ce peu de différence tient à la petitesse de l'excentricité ; car soient v' v'' les vîtesses perigées et apogées, r' r'' les rayons vecteurs qui y répondent, on aura par la loi des aires.

$$r''^2\, v'' = r'^2\, v'$$

d'où l'on tire

$$v'' = \frac{v'\, r'^2}{r''^2}$$

Soit v la vîtesse angulaire qui est moyenne arithmétique entre les deux extrêmes, on aura

$$v = \frac{v' + v''}{2}$$

Ou, en mettant pour v'' sa valeur, et réduisant :

$$\frac{v}{v'} = \frac{r''^2 + r'^2}{2\, r''^2}$$

Or, en nommant r la distance correspondante à v, on aura de même

$$r^2\, v = r'^2\, v'$$

d'où l'on tire

$$\frac{v}{v'} = \frac{r'^2}{r^2}$$

Cette équation comparée à la précédente, donne

$$\frac{r'^2}{r^2} = \frac{r''^2 + r'^2}{2\, r''^2}$$

et par conséquent

$$r^2 = \frac{2\, r'^2\, r''^2}{r''^2 + r'^2}$$

Ce résultat peut être mis sous la forme suivante

$$r^2=\left(\frac{r+r'}{2}\right)^2-\frac{(r'^2-r''^2)^2+2r'r''(r''-r')^2}{4r'^2r''^2}$$

et sous cette forme, on voit que r ne diffère de $\frac{r+r'}{2}$ que par une quantité qui a pour facteur commun $r''-r'$, c'est-à-dire, la différence des rayons vecteurs apogée et périgée, laquelle est égale au double de l'excentricité, et par conséquent fort petite.

NOTE IV.

Sur la durée des Saisons.

Pour trouver la durée des quatre saisons dans une année quelconque, il faut chercher les instans de cette année auxquels la longitude vraie du soleil devient 0°;100°;200°;300°, et compter le nombre de jours qui les séparent.

Cela se fait au moyen des tables du soleil. A la vérité, ces tables sont construites de manière à donner la longitude vraie du soleil, pour un instant connu; au lieu que dans le cas actuel, c'est la longitude qui est donnée; mais il est facile d'éluder cette difficulté, car on connaît à-peu-près par les éphémérides, les jours des équinoxes et des solstices. On peut donc calculer par les tables les longitudes vraies du soleil, à midi, pour les jours qui précèdent et qui suivent les phénomènes; et comme on connaît aussi le mouvement du soleil d'un jour à l'autre, on trouve par une simple proportion, l'instant précis où ils doivent arriver. Ces époques étant connues, on peut ensuite, pour plus d'exactitude, calculer rigoureusement par les tables, les longitudes correspondantes du soleil, et s'assurer qu'elles sont réellement 0°;100°;200°;300. Si l'on y trouve quelque différence, on verra facilement, d'après le mouvement du soleil, les petites corrections qui en résultent dans les époques adoptées, et après les avoir faites, on prendra un milieu entre les deux résultats. C'est ainsi que l'on a calculé les nombres rapportés dans la page 224.

En ajoutant ces nombres, on trouve pour la durée totale des quatre saisons, 365j,242350. Elle surpasse de 10″ la durée moyenne de l'année tropique. Cette légère différence tient à l'inégalité du mouvement du soleil dans les différens points de son orbite, qui arrivent successivement aux équinoxes et aux solstices, par suite du déplacement du grand axe.

Considérons par exemple l'équinoxe du printems : l'anomalie moyenne qui y répond est 287°,33457, en 1800, ce qui donne l'équation du centre égale à + 0°,99290. Après une année tropique moyenne, c'est-à-dire après 365j,242250, la même anomalie et la même équation du centre auraient encore lieu, si l'apogée était immobile ; mais comme il s'est déplacé de 191″,51 dans l'intervalle, l'anomalie moyenne ne sera plus que 287°,33457 — 0°,019151, ou 287°,31542, ce qui donne pour l'équation du centre, 0°,99278, valeur petite de 0°,00012 que la précédente ; ainsi la longitude vraie ne sera pas encore 0°. comme une année auparavant, et le soleil aura encore 0°,00012 à parcourir, avant d'arriver à l'équinoxe vrai. Il lui faut pour cela $\frac{10^h.0°,000012}{1°,09516}$; ou 0h,0010. Cette quantité doit donc être ajoutée à l'époque pour laquelle on calcule. Par cette raison, l'intervalle des équinoxes vrais surpasse de 10″ celui des équinoxes moyens. On voit aussi que cette différence n'est pas constante pour toutes les années. Elle varie avec la position de l'ellipse solaire sur le plan de l'écliptique.

NOTE V.

Sur l'emploi des équations de condition.

Comme cette méthode est très-importante en astronomie, je l'appliquerai à un exemple.

Supposons que l'on ait un grand nombre d'observations du soleil, que l'on puisse regarder comme très-exactes. On en déduira les longitudes du soleil, et en les comparant à celles que donnent les tables, les différences seront les erreurs de ces tables. Je les représenterai par C, C′, C″.

Ces erreurs se composent de toutes celles que l'on a pu faire sur les élémens elliptiques; il faut y démêler ce qui appartient à chacun d'eux.

Considérons d'abord le lieu de l'apogée. On calculera l'effet que produirait sur la longitude une minute de changement dans sa position. Pour cela il faut avoir des tables du soleil. Prenons celles de Delambre, que Lalande a insérées dans la troisième édition de son Astronomie, et qui sont calculées en mesures sexagésimales.

Dans ces tables on a donné à l'apogée une certaine position, d'après laquelle on a calculé les anomalies, en retranchant la longitude de l'apogée de la longitude du soleil. Par conséquent une minute de changement sur le lieu de l'apogée, change d'une minute l'anomalie correspondante à chaque longitude. Supposons donc que la longitude qui a donné l'erreur C réponde, par exemple, à 18° d'anomalie, comptée de l'apogée. On trouvera dans la table de l'équation du centre; page 22, qu'à ce point de l'orbite, 10 minutes d'augmentation sur l'anomalie, produisent un accroissement de 18″,8 sur l'équation du centre, d'où il suit qu'une minute produit 1″,88; et comme, à ce point, l'équation du centre S′T s′, fig. 54, est soustractive, la longitude E T S′ se trouve diminuée de la même quantité. Or, faire varier l'anomalie A T s′ d'une minute, c'est reculer l'apogée d'autant; par conséquent, la diminution d'une minute sur la longitude de l'apogée, produit, à ce degré d'anomalie, 1″,88 de diminution sur la longitude du soleil.

On calculera de même l'effet d'un changement arbitraire dans la valeur de la plus grande équation du centre. Pour faciliter cette recherche, il convient de choisir la diminution séculaire 18″,8 (0°,0058) qui se trouve toute calculée dans la même table. On supposera donc que la plus grande équation soit augmentée de 18″,8.

Il en résultera, à 18° d'anomalie, une augmentation de 5″,78 sur l'équation du centre; ce qui donnera encore 5″,78 de diminution sur la longitude.

Soit maintenant la vraie correction de l'anomalie — x minutes.
La vraie correction de la plus grande équation. y fois 18″,8
La correction de l'époque § 225. z

Puisqu'un changement d'une minute sur l'anomalie, en produit un de 1″,88 sur la longitude, x minutes donneront x . 1″,88; car

ces changemens étant très-petits, peuvent, sans erreur sensible, être supposés proportionnés entre eux.

De même, la correction y de la plus grande équation donnera dans l'expression de la longitude, la correction y . 5″,78.

Et comme les tables, si elles étaient parfaitement corrigées, devraient satisfaire aux observations, on aura :

Longitude observée = longitude calculée — x . 1″,88 — y . 5″,78 + z.

Or, on a trouvé :

Longitude observée — longitude calculée = C.

On aura donc l'équation

$$C = z - x \,.\, 1'',88 - y \,.\, 5'',78.$$

Qui sera une *équation de condition*, entre les trois corrections x, y, z.

Si C était connu avec une rigueur géométrique, trois équations semblables suffiraient pour déterminer ces trois inconnues. Mais les erreurs inévitables des observations exigent qu'on en emploie un plus grand nombre. On les combine de manière à en tirer trois équations où les coefficiens de x, y, z soient successivement aussi grands que possible. Ces trois équations résultantes donnent les trois inconnues avec d'autant plus d'exactitude, qu'on a employé un plus grand nombre d'observations. On rapporte leurs valeurs au milieu de l'intervalle que les observations comprennent, ce qui suppose qu'elles ne sont pas trop éloignées les unes des autres, et que le moyen mouvement est assez exactement connu. Dans l'état actuel de l'astronomie, ces suppositions sont plus que permises; mais s'il s'agissait d'une nouvelle planète où l'on craindrait de les admettre, on introduirait, au lieu de z, une quantité variable

$$a + nt$$

n étant la correction du mouvement annuel, et t le nombre d'années écoulées depuis une époque fixe, mais arbitraire.

En déterminant les valeurs de x, y, z pour deux époques éloignées, par exemple vers 1756, par les observations de Bradley, et vers 1800 par celles de Maskeline, on verra si les moyens mouvemens du soleil, le déplacement de l'apogée et les variations de la plus grande équation, supposés dans les tables, s'accordent avec l'expérience.

NOTE VI.

Sur les formules du mouvement elliptique.

Nommons a le demi grand axe de l'ellipse solaire, ou la distance moyenne, e l'excentricité, n le mouvement moyen dans un jour, r le rayon vecteur, et v l'anomalie vraie correspondante au tems t écoulé depuis le passage à l'apogée, on aura

$$\frac{r}{a} = 1 + \frac{1}{2}e^2 + \left\{ e - \frac{3}{8}e^3 \right\} \cos. nt$$

$$- \left\{ \frac{1}{2}e^2 - \frac{1}{3}e^4 \right\} \cos. 2nt + \ldots \text{ etc.}$$

$$v = nt - \left\{ 2e - \frac{1}{4}e^3 \right\} \sin. nt$$

$$+ \left\{ \frac{5}{4}e^2 - \frac{11}{24}e^4 \right\} \sin. 2nt + \ldots \text{ etc.}$$

Voyez la Mécanique Céleste, tome I, p. 181.

Dans ces formules, n est égale à $\frac{400^\circ}{T}$, T étant la révolution tropique, ou 365°,24225o.

Les quantités qui entrent sous les signes périodiques étant connues, il ne reste qu'à calculer leurs coefficiens; sur quoi l'on remarquera que le sinus d'un angle étant toujours moindre que l'unité, les quantités qui sont insensibles dans les coefficiens, deviendront encore moindres quand elles seront multipliées par les sinus, ensorte qu'on pourra tout de suite les négliger.

De plus, les termes qui forment les corrections de l'anomalie v, étant des arcs, il faut les réduire en grades, comme le premier nt, afin d'avoir tout de suite la valeur de l'arc exprimé en grades. Or, cela est facile; car si l'on nomme A un arc quelconque, et π la demi-circonférence dont le rayon égale 1, l'angle correspondant à cet arc sera $\frac{200^\circ . A}{\pi}$. Si l'arc A est égal au rayon, qui est toujours pris pour unité

dans ces calculs, l'angle correspondant sera $\frac{200^\circ}{\pi}$; c'est pour cela que l'on trouve dans les tables de logarithmes, celui de la quantité $\frac{200^\circ}{\pi}$ sous le nom de *logarithme de l'arc égal au rayon*. Cet arc est égal à 63°,661977.

Avec cette réduction, on aura

$$v = nt - \frac{200}{\pi}\left\{2e - \frac{1}{4}e^3\right\} \text{sin. } nt + \frac{200^\circ}{\pi}\left\{\frac{5}{4}e^2 - \frac{11}{24}e^4\right\} \text{sin. } 2nt \ldots \text{etc.}$$

et la valeur de v sera immédiatement exprimée en grades, par cette série, lorsque le tems t sera connu en jours.

La quantité nt est ce que l'on nomme en astronomie, l'anomalie moyenne;

Et v — nt est l'équation du centre.

NOTE VII.

Sur la comparaison des arcs de l'écliptique et de l'équateur.

Lorsqu'on rapporte les arcs de l'écliptique, au plan de l'équateur, en menant des méridiens, par leurs extrémités, on trouve que les arcs qui leur correspondent sont inégaux, et plus grands ou plus petits, suivant leur position. On peut facilement trouver par le calcul la mesure exacte de cette différence. Soit C 1945 le centre de la terre, E S′ S″ l'écliptique, E Q′ Q″ l'équateur, C P son axe qui lui est perpendiculaire. Alors E e sera la ligne des équinoxes, et si E S′ est l'arc décrit dans un jour sur l'écliptique par le soleil, à partir du point E, le méridien P S′ Q′ déterminera l'arc E Q′ de l'équateur, qui fait, à cette époque, la différence du jour astronomique au jour sydéral. D'après cette construction, le triangle sphérique E S′ Q′ sera rectangle en Q′, et en

nommant I l'obliquité de l'écliptique, on aura, d'après les règles de la trigonométrie sphérique

$$\frac{\text{Tang. } EQ'}{\text{Tang. } ES'} = \frac{\text{Cos. } I}{R}$$

Le cosinus d'un angle étant toujours moindre que le rayon R, tang. EQ' sera moindre que tang. ES', et par conséquent, l'arc EQ' intercepté sur l'équateur, sera plus petit que l'arc ES' décrit sur l'écliptique.

Cette relation subsistera également pour tous les arcs de l'écliptique et de l'équateur, comptés de la même manière, à partir de l'équinoxe; ensorte que le soleil étant, par exemple, en S'', on aura

$$\frac{\text{Tang. } EQ''}{\text{Tang. } ES''} = \frac{\text{Cos. } I}{R}$$

Si S est le lieu du solstice, les arcs ES, EQ sont égaux entre eux, et à 100°. Ainsi puisque EQ'' est moindre que ES'', il faut par compensation que Q''Q soit plus grand que S''S, c'est-à-dire, que l'arc intercepté sur l'équateur par les méridiens PS''Q'', PSQ, soit plus grand que l'arc de l'écliptique qui y correspond.

On peut aisément calculer leur différence, car $S''S = 100° - ES''$; $Q''Q = 100° - EQ''$; par conséquent

$$\text{Tang. } ES'' = \frac{1}{\text{Tang. } S\,S''}$$

$$\text{Tang. } EQ'' = \frac{1}{\text{Tang. } Q\,Q''}$$

Ces valeurs substituées dans l'équation précédente, donneront

$$\frac{\text{Tang. } Q'Q}{\text{Tang. } S''S} = \frac{R}{\text{Cos. } I}$$

c'est-à-dire, que le rapport des arcs correspondans de l'équateur et de l'écliptique, au solstice, est inverse de ce qu'il est à l'équinoxe. Ainsi en supposant que l'arc diurne, décrit par le soleil dans l'écliptique, fût toujours le même, les arcs correspondans de l'équateur seraient inégaux, plus grands que l'arc de l'écliptique dans les solstices, moindres dans les équinoxes.

NOTE VIII.

Note sur l'équation du tems.

Pour ne pas interrompre le raisonnement, je n'ai fait qu'indiquer le plus grand écart des trois soleils, S′, S″ et S‴ dans chaque quart de la circonférence ; mais il serait facile de le calculer avec exactitude. En effet, S″ et S‴ fig. 77, ayant un mouvement égal, le premier sur l'écliptique, le second sur l'équateur, l'ascension droite de S‴ égale toujours la distance de S″ à l'équinoxe ; ainsi, en nommant y cette ascension droite, et x la distance de l'équinoxe au méridien de S″, ou l'ascension droite de S″, on aura, d'après la note de la page précédente,

$$\text{Tang. } y = \frac{R \text{ tang. } x}{\cos I}.$$

R étant le rayon des tables, et I l'obliquité de l'écliptique. Or on a par les formules trigonométriques

$$\text{Tang. } (y - x) = R^2 \frac{\text{tang. } y - \text{tang. } x}{R^2 + \text{tang. } y \text{ tang. } x}$$

Mettant pour tang. y sa valeur, il vient

$$\text{Tang. } (y - x) = R. \frac{\dfrac{\text{tang. } x}{\cos I} . \dfrac{\cos I}{R}}{R + \dfrac{\text{tang.}^2 x}{\cos. I}}$$

c'est la différence des ascensions droites de S″ et de S‴. Cette expression peut se mettre sous la forme suivante.

$$\text{Tang. } (y - x) = \frac{R. R - \cos. I \cdot \dfrac{\text{tang. } x}{\sqrt{R \cos. I}}}{\dfrac{1 + \text{tang.}^2 x}{R \cos. I}}$$

Si l'on fait, pour plus de simplicité,

$$\frac{\text{Tang. } x}{\sqrt{R \cos. I}} = z$$

La partie variable de cette expression deviendra

$$\frac{z}{1+z^2}$$

et l'on aura

$$\text{Tang.}(y-x)=\frac{R\,.\,R\cos.I}{\sqrt{R\cos.I}}\cdot\frac{z}{1+z}$$

Or la quantité $\frac{z}{1+z^2}$ peut se mettre sous la forme

$$\frac{1}{2}-\frac{(1-z)^2}{2(1+z^2)}$$

Elle est donc constamment moindre que $\frac{1}{2}$, excepté dans le cas où $z=1$; car elle égale alors $\frac{1}{2}$, et c'est-là sa plus grande valeur. Ainsi la plus grande différence entre les ascensions droites de S'' et de S''', corrrespondra à l'angle x donné par l'équation.

$$z=1 \quad \text{ou} \quad \text{tang. } x=\sqrt{R\cos.I}$$

et cette plus grande différence $y-x$, le sera par l'équation

$$\text{Tang.}(y-x)=R.\frac{R-\cos I}{2\sqrt{R\cos.I}}$$

Si l'on suppose $I=26,0735$, ce qui étoit l'obliquité de l'écliptique, en 1800, on trouvera

$$x=48°,6260$$
$$y-x=2°,7483$$

et par conséquent $y=51°,3743$

c'est-à-dire, que la plus grande différence entre les ascensions droites de S'' et de S''', est de 2°,7483 ; elle arrive lorsque l'ascension droite de S''' est de 51°,3743, celle de S'' étant alors 48°,6260. Cette différence réduite en tems, à raison de la circonférence entière, pour 10^h, donne $0^h,0687$, tems moyen décimal pour le plus grand retard de S'' au méridien par rapport à S'''. C'est 9'54'' en tems vulgaire de 24 heures au jour.

On peut facilement s'assurer que l'équation du centre qui est maintenant 2°,1380 dans l'écliptique lorsqu'elle est la plus grande, ne peut jamais donner en ascension droite une différence égale à 2°,7483. En effet, supposons le cas le plus favorable, celui où elle atteint

drait son maximum à l'instant du solstice ; alors en désignant par x l'arc qui lui correspondrait sur l'équateur, on aurait, suivant la note de la page précédente,

$$\text{Tang. } x = \text{R.}\frac{\text{tang. } 2^\circ,1380}{\text{cos. I}}$$

expression qui, étant calculée par le moyen des logarithmes des tables de Sinus, donne

$$x = 2^\circ,3306$$

Si l'on supposait que le milieu de l'arc 2°,1380 coïncide avec le solstice, on aurait

$$x = 2^\circ,3307$$

ce qui ferait 1″ de plus. Dans ce cas, qui est de tous le plus favorable, le résultat est encore beaucoup au-dessous de 2°,7483. On peut donc être assuré que, dans aucun cas, l'équation du centre, qui a lieu maintenant dans l'écliptique, ne peut donner sur l'équateur une différence d'ascension droite égale à 2°,7483 ; et comme tous ces élémens n'éprouvent que des variations périodiques très-lentes, renfermées dans des limites fort étroites, on peut en conclure que dans toutes les positions possibles de l'orbe solaire sur l'écliptique, le soleil vrai et le soleil moyen coïncideront toujours quatre fois chaque année.

L'arc 2°,3307 réduit en tems, à raison de la circonférence entière pour un jour, donne $0^h,0583$, tems moyen décimal, ou 8′24″ tems moyen vulgaire ; par conséquent si la grande équation du centre coïncidait avec le plus grand écart de S″ et de S‴, ensorte que les trois soleils fussent alors dans l'ordre S′, S″, S‴, ou S‴, S″, S′, la différence d'ascension droite entre le soleil vrai S′ et le soleil moyen S‴, serait moindre que 2°,3340 + 2°,7483, ou 5°,0823, ce qui donne, en tems décimal, $0^h,127$, ou 18′ 18″ en tems vulgaire. Or, cette disposition, la plus favorable de toutes, ne sauroit avoir lieu dans la situation actuelle de l'orbe solaire ; ainsi, la différence du tems moyen au tems vrai ne peut s'y élever à 13 minutes de tems décimal, ou à 18 minutes de tems vulgaire.

Pour compléter la théorie que je viens d'exposer, je vais rapporter ici la formule de l'équation du tems, telle qu'elle a été donnée par Lagrange dans un très-beau mémoire qui a pour titre : Recherches sur la manière de former des tables des planètes d'après les seules observations. Acad. des Sciences, 1772.

Si l'on nomme φ la longitude du soleil, ω l'obliquité de l'écliptique, α la longitude de l'apogée, e le rapport de l'excentricité au demi grand axe, et k le rayon de l'équateur réduit en secondes de tems décimal, ou $\frac{636619,77}{40}$;

Si, d'ailleurs, on fait, pour plus de simplicité,

$$\frac{e}{1+\sqrt{1-e^2}} = e'$$

L'équation du tems représentée par T, et exprimée en secondes, aura pour valeur

$$T = -2ke \text{ Sin.}(\varphi - \alpha) - k.\left(\text{tang.}\frac{\omega}{2}\right)^2 \text{Sin. } 2\varphi$$
$$- 2k\left(e - \frac{e'}{2}\right)e' \text{ Sin. } 2(\varphi - \alpha) + \frac{k}{2}\left(\text{tang.}\frac{\omega}{2}\right)^4 \text{Sin. } 4\varphi$$
$$- 2k\left(e - \frac{2e'}{3}\right)e'^2 \text{Sin. } 3(\varphi - \alpha) + \frac{k}{3}\left(\text{tang.}\frac{\omega}{2}\right)^6 \text{Sin. } 6\varphi$$

Il ne s'agit plus que de substituer dans cette formule les valeurs des nombres k, e, et celle des angles α, ω qui sont supposés donnés par les observations.

Or, dans l'état actuel de l'orbe solaire, c'est-à-dire, pour l'an 1800, on a

$$e = 0,016791$$
$$\alpha = 109°,7626$$
$$\omega = 26°,0735$$

En ajoutant le logarithme de e, qui est $-2 + 0,2250766$, à celui de 2k, qui est 4,5028501, on trouve le logarithme de 2ke égal à 2,7279267, auquel répond le nombre 534,474. C'est le coefficient de sin. (φ — ...)

On a ensuite $\frac{\omega}{2} = 13°,03675$: d'où log. tang. $\frac{\omega}{2} = 9,3174200$;

et log. $\left(\text{tang.}\frac{\omega}{2}\right)^2 = 8,6348400$

A quoi ajoutant le logarithme de k, qui est 4,2018201, et retranchant de la caractéristique 10 unités, ou le logarithme du rayon, on aura 2,8366601, auquel répond le nombre 686,531. C'est le coefficient de sin. 2 . On trouvera de même que les coefficiens des deux terme

suivans sont 3,47 et 15,04. Ils sont par conséquent fort petits par rapport aux précédens ; et comme ceux qui suivent seraient encore moindres, puisqu'ils sont multipliés par les puissances successives de l'excentricité, on peut les négliger sans erreur sensible. Alors l'équation du tems exprimée en secondes de la division décimale, sera représentée avec toute l'exactitude nécessaire par la formule suivante.

$$T = -534'',47 \cdot \text{Sin.}(\varphi - \alpha) - 686'',53 \cdot \text{Sin.}\, 2\varphi$$
$$- 3'',47 \text{ Sin. } 2(\varphi - \alpha) + 15'',04 \cdot \text{Sin.}\, 4\varphi$$

Si l'on veut convertir ces résultats en tems vulgaire de 24 heures au jour, il suffira de multiplier les coefficiens par $\frac{864}{1000}$, et ils se trouveront réduits en secondes de l'ancienne division sexagésimale.

Les sinus qui entrent dans l'expression précédente, sont toujours moindres que l'unité ; ainsi en se bornant aux deux premiers termes qui sont les plus considérables, on voit que la valeur de l'équation du tems est toujours plus petite que leur somme, ou moindre que $0^h,1221$ de tems décimal, ce qui répond à $17',35''$ de tems vulgaire : résultat conforme à celui que nous avons déjà obtenu précédemment par une autre méthode un peu plus élémentaire.

On voit aussi, par la même formule, que la valeur de l'équation du tems dépend de l'obliquité de l'écliptique, de l'excentricité de l'orbe solaire, et du lieu de l'apogée. Elle est donc assujettie à des variations séculaires, dépendantes de celles qu'éprouvent ces trois élémens.

NOTE IX.

Manière de trouver les co-ordonnées d'une tache du soleil, par rapport à trois axes fixes passant par le centre de cet astre. Détermination de l'équateur du soleil.

Soient X, Y les deux co-ordonnées du centre du soleil, rapporté à deux axes fixes et rectangulaires, menés par le centre de la terre; l'axe des X étant supposé passer par l'équinoxe du printems. Si

l'on nomme v la longitude du soleil vu de la terre, et D la distance de cet astre, on aura

$$X = D \cos. v \qquad Y = D \sin. v$$

Menons par le centre de la terre un troisième axe perpendiculaire au plan de l'écliptique. Ce sera l'axe des z. Soient x y z les co-ordonnées rectangulaires d'une tache du soleil, rapportée à ces axes; soient de plus u la longitude géocentrique de la tache sur le plan de l'écliptique, θ sa latitude, et ρ la projection de son rayon vecteur sur le même plan, on aura évidemment

$$x = \rho \cos. u \qquad y = \rho \sin. u \qquad z = \rho \tang. \theta$$

Si l'on nomme x' y' z' les co-ordonnées de cette même tache, rapportée à trois axes parallèles aux précédens, et fixes au centre du soleil, on aura

$$x = X + x' \qquad y = Y - y' \qquad z = z'$$

En supposant que la tache soit située dans l'angle des x' positives, et y négatives. Enfin, si l'on représente par r la distance de la tache au centre du soleil, on aura

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = r^2.$$

La quantité r peut se déduire des observations, comme on le verra tout-à-l'heure, en supposant que la surface du soleil soit sphérique; et les véritables inconnues du problème sont x' y' z' qu'il s'agit de déterminer.

Or les équations précédentes donneront

$$x' = x - X \qquad y' = Y - y \qquad z' = z$$

Si l'on substitue dans ces expressions leurs valeurs précédentes, en sinus et cosinus, il vient

$$x' = \rho \cos. u - D \cos. v ; \quad y' = D \sin. v - \rho \sin. u ; \quad z' = \rho \tang. \theta$$

Et en mettant ces valeurs dans l'équation de la surface du soleil, on trouve

$$\rho^2 \cos.^2 u - 2 \rho D . \cos. u. \cos. v + D^2 \cos.^2 v + \rho^2 \tang.^2 \theta = r^2$$
$$+ \rho^2 \sin.^2 u - 2 \rho D \sin. u . \sin. v + D^2. \sin.^2 v$$

Ou, en réunissant les termes semblables,

$$\rho^2 \left\{ 1 + \tang.^2 \theta \right\} - 2 \rho D. \cos. (v - u) + D^2 = r^2$$

On peut simplifier cette équation, en prenant pour inconnue la vraie

distance de la tache au centre de la terre. Soit Δ cette distance, on aura évidemment

$$\rho = \Delta . \cos . \theta$$

et en substituant cette valeur dans l'équation précédente, elle devient :

$$\Delta^2 - 2\Delta D . \cos . \theta . \cos (v - u.) + D^2 = r^2$$

Si la surface du soleil est sphérique, r est le rayon de cette surface, et alors, en nommant ζ l'angle sous lequel on voit, de la terre le demi-diamètre du soleil à l'époque de l'observation, on aura

$$r = D \sin . \zeta$$

Ce qui donne à l'équation précédente la forme

$$\Delta^2 - 2\Delta D \cos . \theta . \cos . (v - u) + D^2 \cos .^2 \zeta = o$$

d'où résultent pour Δ deux valeurs

$$\Delta = D \cos . \theta . \cos . (v - u) \pm \sqrt{D^2 \cos .^2 \theta . \cos .^2 (v - u) - D^2 \cos .^2 \zeta}$$

De ces deux valeurs, il ne faut prendre que la plus petite ; car lorsque nous apercevons les taches, elles sont toujours au-devant du soleil par rapport à nous ; ainsi nous ne conserverons que le signe inférieur du radical ; et en faisant pour plus de simplicité

$$m = \frac{\cos . \theta . \cos . (v - u).}{\cos . \zeta}$$

$$K = m - \sqrt{(m+1)(m-1)}$$

On aura $\Delta = D . K \cos . \zeta$

Ce qui donne $\rho = D . K \cos . \zeta \cos . \theta$

C'est la valeur de ρ, dont il faut faire usage. En la substituant dans les expressions de x' y' z' on aura ces résultats très-simples

$$x' = +D \left\{ K \cos . \zeta . \cos . \theta . \cos . u - \cos . v \right\}$$

$$y' = -D \left\{ K \cos . \zeta . \cos . \theta . \sin . u - \sin . v \right\}$$

$$z' = +D . K \cos . \zeta . \sin . \theta .$$

ce sont les co-ordonnées de la tache rapportées au centre du soleil.

Quoique ces valeurs aient été calculées en supposant la tache située dans l'angle des x' positives et y' négatives, elles n'en sont pas moins générales. Il suffit d'y mettre pour u et v les valeurs convenables

venables. Il n'y aura pas besoin pour cela de prévoir d'avance la position de la tache sur le globe solaire ; on en jugera avec certitude par les signes positifs ou négatifs, dont les valeurs de x', y', z' se trouveront affectées. C'est le propre des formules analytiques de pouvoir se prêter ainsi à toutes les circonstances des problèmes, par le seul moyen des substitutions.

Il serait facile de déduire de ces formules, les valeurs de la latitude et de la longitude *héliocentriques ;* c'est-à-dire, vues du centre du soleil : car, en nommant la latitude l', et v' la longitude, on aura

$$\text{tang. } l' = \frac{z'}{\sqrt{x'^2+y'^2}} \qquad \text{tang. } v' = \frac{y'}{x'}.$$

Ainsi lorsque l'on connaîtra x', y', z', on pourra calculer ces valeurs dont les astronomes font fréquemment usage. Il faut seulement avoir soin de conserver toujours l'homogénité dans les calculs, et la rétablir par-tout où il sera nécessaire, en se rappelant que le rayon des tables trigonométriques a été pris pour unité. Ainsi x', y', z' désignant des lignes, et D, distance du soleil à la terre, étant aussi de la même dimension, il faut que toutes les quantités qui multiplient D dans les formules précédentes soient des nombres abstraits, c'est-à-dire, que chaque sinus doit être regardé comme divisé par le rayon des tables trigonométriques, dont le logarithme, tabulaire est représenté par 10.

Comme ces formules nous seront utiles dans la théorie des planètes, il est bon de les appliquer à un exemple, afin d'en acquérir l'habitude ; pour cela, je prends l'observation suivante faite par F. Reggio à Milan, le 15 juillet 1777.

Longitude géocentrique de la tache.	125°,83534
Latitude géocentrique australe.	0°,13457
Longitude du soleil.	125°,73349
Demi diamètre du soleil, ou valeur de ζ.	0°,29197

Avec ces données, on trouvera,

$$m = 1{,}000007, \quad K = 0°{,}9962922$$

D'où résultent les valeurs suivantes :

$$x' = \quad D.\ 0{,}0000026\overline{13}$$
$$y' = -D.\ 0{,}004046\overline{470}$$
$$z' = -D.\ 0{,}002105\overline{927}$$

et l'on voit par les signes dont ces valeurs sont affectées, que la tache est située dans la partie australe de l'écliptique, dans l'angle x' positives et y' négatives.

Je suppose maintenant que l'on ait ainsi rapporté les positions successives de la tache, à trois axes fixes et rectangulaires menés par le centre du soleil ; je suppose toujours qu'un de ces axes, celui des z, soit parallèle à la ligne des équinoxes, et que le côté des x positives passe par l'équinoxe du printems. Cela posé, représentons les co-ordonnées successives de la tache par les valeurs suivantes :

$$\begin{array}{lll} x' & y' & z' \\ x'' & y'' & z'' \\ x''' & y''' & z''' \end{array}$$

qui seront relatives à ces trois positions. Enfin supposons que l'axe de rotation du soleil, qui passe par le centre de cet astre, ait pour équation

$$x = az \qquad y = bz$$

a et b seront deux quantités inconnues qu'il s'agit de déterminer. Si, par le centre du soleil, on mène des lignes droites dirigées vers les points où la tache a été observée, ces droites auront des équations de la forme suivante :

$$\begin{array}{ll} x' = a' z'. & y' = b' z' \\ x'' = a'' z'' & y'' = b'' z'' \\ x''' = a''' z''' & y''' = b''' z''' \end{array}$$

et puisque la tache est supposée se mouvoir circulairement autour de l'axe de rotation, les trois droites précédentes se trouveront sur une même surface conique à base circulaire décrite autour de cet axe ; elles feront par conséquent avec lui des angles égaux.

Or si l'on applique ici les formules analytiques qui donnent l'inclinaison de deux droites, on aura pour les cosinus de ces angles les valeurs suivantes (a).

(a) Voyez le Traité analytique des courbes et des surfaces du second degré, page 45.

$$\frac{1 + aa' + bb'}{\sqrt{1+a^2+b^2}.\sqrt{1+a'^2+b'^2}}$$

$$\frac{1 + aa'' + bb''}{\sqrt{1+a^2+b^2}\sqrt{1+a''^2+b''^2}}$$

$$\frac{1 + aa''' + bb'''}{\sqrt{1+a^2+b^2}\sqrt{1+a'''^2+b'''^2}}$$

et comme les angles doivent être égaux, les cosinus le seront aussi, c'est-à-dire que l'on aura

$$\frac{1 + aa' + bb'}{\sqrt{1+a^2+b^2}.\sqrt{1+a'^2+b'^2}} = \frac{1 + aa'' + bb''}{\sqrt{1+a^2+b^2}\sqrt{1+a''^2+b''^2}}$$

$$\frac{1 + aa' + bb'}{\sqrt{1+a^2+b^2}.\sqrt{1+a'^2+b'^2}} = \frac{1 + aa''' + bb'''}{\sqrt{1+a^2+b^2}.\sqrt{1+a'''^2+b'''^2}}$$

Ou simplement

$$\frac{1 + aa' + bb'}{\sqrt{1 + a'^2 + b'^2}} = \frac{1 + aa'' + bb''}{\sqrt{1 + a''^2 + b''^2}}$$

$$\frac{1 + aa' + bb'}{\sqrt{1 + a'^2 + b'^2}} = \frac{1 + aa''' + bb'''}{\sqrt{1 + a'''^2 + b'''^2}}$$

Ces deux équations détermineront les deux inconnues a et b ; mais il faut auparavant y mettre pour a', b', a'', b'', a''', b''', leurs valeurs, tirées des données précédentes. Or, cela est très-facile ; car on a, par exemple :

$$a' = \frac{x'}{r} \qquad b' = \frac{y'}{z'}$$

On a supposé que la surface du soleil est sphérique ; en nommant r son rayon, on aura

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = r^2$$

Ce qui donne

$$1 + a'^2 + b'^2 = \frac{r^2}{z'^2}$$

Cette relation ayant également lieu pour toutes les positions de la tache, on en déduira les valeurs suivantes.

$$\sqrt{1 + a''^2 + b''^2} = \frac{r}{z''^2}$$

$$\sqrt{1 + a'''^2 + b'''^2} = \frac{r}{z'''^2}$$

et en les substituant dans les deux équations ci-dessus, on trouve pour résultat

$$z' - z'' + a(x' - x'') + b(y' - y'') = 0$$
$$z' - z''' + a(x' - x''') + b(y' - y''') = 0$$

Ces deux équations détermineront les valeurs de a et b, et par conséquent la position de l'axe de rotation dans l'espace.

Considérons maintenant le plan de l'équateur solaire. Comme il passe par le centre du soleil, qui est ici l'origine des co-ordonnées, son équation sera de la forme

$$z = Ax + By$$

De plus, il est perpendiculaire à l'axe de rotation. Ainsi les quantités A et B seront liées avec a et b par les relations suivantes.

$$A + a = 0 \qquad B + b = 0$$

qui signifient, que les projections de l'axe de rotation sur les plans co-ordonnés, sont perpendiculaires aux traces de l'équateur solaire. Ainsi l'équation de ce plan deviendra

$$z + ax + by = 0$$

Avec ces données, on résoudra facilement toutes les questions relatives à sa position.

Et d'abord on voit que sa trace sur l'écliptique fait avec la ligne des équinoxes un angle dont la tangente trigonométrique est $-\frac{a}{b}$. Cet angle se nomme la *longitude du nœud de l'équateur solaire*. En le désignant par V, on aura

$$\text{tang. } V = -\frac{a}{b}$$

On voit de même, par l'équation précédente, qu'en nommant I l'inclinaison de l'équateur solaire sur l'écliptique, on a

$$\text{Cos. } I = \frac{1}{\sqrt{1 + a^2 + b^2}}$$

Si les taches du soleil sont réellement adhérentes à sa surface, elles doivent toutes tourner exactement dans le même sens, et leurs observations doivent s'accorder pour donner les mêmes valeurs de V et de I. On peut donc juger par cette condition, si la supposition précédente est fondée. Mais à cause des erreurs qui pourraient résulter des observations elles-mêmes, il faut se contenter d'un accord approché entre les résultats, et déduire de leur comparaison un résultat moyen plus exact.

Cherchons maintenant la *déclinaison solaire des taches*, ou leur distance angulaire à l'équateur du soleil. Pour cela, considérons de nouveau la ligne droite menée du centre de cet astre à la première position de la tache. Cette droite a pour équations

$$x' = a' z' \qquad y' = b' z'$$

Elle fait avec l'axe de rotation, un angle dont nous avons déjà trouvé le cosinus, et comme elle est perpendiculaire à l'équateur solaire, cet angle est précisément le complément de la déclinaison solaire de la tache. Ainsi, en représentant par L cette déclinaison, on aura

$$\text{Sin. } L = \frac{1 + aa' + bb'}{\sqrt{1 + a^2 + b^2} \cdot \sqrt{1 + a'^2 + b'^2}}$$

En mettant dans cette expression pour a' et b' leurs valeurs en x', y', z', et observant qu'il existe entre ces quantités la relation

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = r^2$$

On trouve

$$\text{Sin. } L = \frac{z' + a x' + b y'}{\sqrt{1 + a^2 + b^2}}$$

La valeur de r peut se déduire de l'observation ; car en nommant ζ le demi diamètre apparent du soleil, et D sa distance à la terre, on a

$$r = D \text{ sin. } \zeta$$

ainsi tout est connu dans cette formule.

Elle fera connaître la distance des taches à l'équateur solaire, et l'on pourra juger jusqu'à quel point elles s'éloignent de ce plan. De plus, lorsqu'on aura déterminé a et b par trois observations d'une même tache, on pourra, par trois observations subséquentes, déterminer d'autres valeurs de x', y', z'. D'après la valeur qui en résultera pour sin. L, on saura si la tache suit constamment le même parallèle, ou si elle s'en écarte dans la suite de sa révolution.

Il nous reste maintenant à calculer l'angle décrit par la tache sur son parallèle : pour cela il faut d'abord déterminer le centre du cercle qu'elle décrit.

Soient X, Y, Z les co-ordonnées de ce centre, D' sa distance au centre du soleil, on aura évidemment

$$X^2 + Y^2 + Z^2 = D'^2$$

De plus, la déclinaison solaire de la tache étant L, les lignes droites menées du centre du soleil à ses diverses positions font avec l'axe de rotation un angle égal à $100^o - L$; et le rayon de la surface du soleil étant r, on a

$$D' = r. \cos. L$$

Ce qui donne

$$X^2 + Y^2 + Z^2 = r^2 \cos.^2 L$$

De plus, le centre du parallèle est sur l'axe de rotation. Ses co-ordonnées doivent donc satisfaire aux équations de cet axe, ce qui donne

$$X = aZ \qquad Y = bZ$$

Ces trois équations déterminent X, Y, Z, et l'on en tire

$$X = \frac{a\,r\,\cos.\,L}{\sqrt{1 + a^2 + b^2}};$$

$$Y = \frac{b\,r\,\cos.\,L}{\sqrt{1 + a^2 + b^2}};$$

$$Z = \frac{r\,\cos.\,L}{\sqrt{1 + a^2 + b^2}}$$

ou, en mettant pour r sa valeur, D sin C

$$X = D.\frac{a.\,\sin.\,C\,.\,\cos.\,L}{\sqrt{1 + a^2 + b^2}};$$

$$Y = D.\frac{b\,\sin.\,C\,\cos.\,L}{\sqrt{1 + a^2 + b^2}};$$

$$Z = D.\frac{\sin.\,C.\,\cos.\,L}{\sqrt{1 + a^2 + b^2}};$$

Menons par ce centre une ligne droite à la première position de la tache ; elle aura pour équations

$$x' - X = \alpha'.(z' - Z) \qquad y' - Y = \beta'.(z' - Z)$$

Une autre droite menée à la seconde position de la tache, donnera de même

$$x'' - X = \alpha''.(z'' - Z) \qquad y'' - Y = \beta''.(z'' - Z)$$

Si l'on représente par A l'angle de ces deux droites, on aura

$$\cos.\,A = \frac{1 + \alpha'\,\alpha'' + \beta'\,\beta''}{\sqrt{1+\alpha'^2+\beta'^2}\cdot\sqrt{1+\alpha''^2+\beta''^2}}$$

En substituant dans cette formule pour α', β', α'', β'', leurs valeurs, il ne faut pas oublier que la courbe décrite par la tache est un cercle dont le centre est sur l'axe de rotation au point dont les co-ordonnées sont X, Y, Z, et dont le rayon est r cos. L, de sorte que l'on a

$$\begin{cases} (x' - X)^2 + (y' - Y)^2 + (z' - Z)^2 = r^2\cos.^2 L \\ (x'' - X)^2 + (y'' - Y)^2 + (z'' - Z)^2 = r^2\cos.^2 L \end{cases}$$

en faisant usage de ces conditions, l'équation précédente devient

$$\cos. A = \frac{(x'-X)(x''-X)+(y'-Y)(y''-Y)+(z'-Z)(z''-Z)}{r^2 \cos.^2 L}$$

Ou en mettant pour r sa valeur, D sin. ζ

$$\cos. A = \frac{(x'-X)(x''-X)+(y'-Y)(y''-Y)+(z'-Z)(z''-Z)}{D^2 \sin.^2 \zeta \cos.^2 L}$$

Cette formule donnera l'angle A décrit par la tache sur son parallèle entre les deux observations, et comme on connaît le tems qui s'est écoulé de l'une à l'autre, on en conclura la vîtesse de la tache, et le tems qu'elle emploie à faire sa révolution complette autour du soleil.

Pour acquérir l'usage de ces formules, on peut les appliquer aux observations suivantes, faites par la Hire, en 1703, et qui ayant été discutées depuis avec beaucoup de soin par Lalande, lui ont paru fort exactes.

Longit. du soleil.	*Longit. de la tache.*	*Latit. de la tache.*
117°,98401	118°,11981	0°,09568
121°,18614	121°,11947	0°,11883
123°,42870	123°,25093	0°,12654

Ces observations étant faites à peu de jours de distance, on peut les calculer en employant la même valeur pour le demi diamètre du soleil, qui était de 0,°29225 à cette époque.

On peut consulter sur cette matière deux Mémoires de Lalande, insérés parmi ceux de l'Académie des Sciences, pour 1776 et 1778. On y trouvera tous les renseignemens que l'on pourra désirer sur cet objet.

NOTE

NOTE XI.

Sur le lever héliaque des étoiles.

Soit O l'observateur, CH l'horizon, E Q l'équateur, E C l'écliptique, O l'axe du pôle, et S l'astre dont on veut calculer le lever héliaque, lorsque le soleil est en S′ à 12° sous l'horizon. La latitude du lieu étant donnée, on connait l'angle E Q S inclinaison de l'équateur sur l'horizon; l'angle Q E C égal à l'obliquité de l'écliptique; l'arc A E ascension droite de l'étoile: l'arc A S qui est sa déclinaison. Il faut calculer l'arc E C S′ de l'écliptique, qui donne la longitude du soleil le jour du lever héliaque.

Or, dans le triangle A S Q, rectangle en A, on aura

$$\text{Sin. A Q} = \frac{\text{tang. A S. cot. A Q S}}{\text{R}}$$

Connaissant A Q, on l'ajoutera à l'ascension droite A E, et l'on aura E Q. Le point Q est le point de l'équateur qui se lève en même tems que l'étoile.

Alors dans le triangle E Q C, on connaîtra l'angle E qui est l'obliquité de l'écliptique, l'angle A Q C supplément de A Q S, et le côté E Q. On aura donc le côté opposé E C de l'écliptique par la formule

$$\text{cot. EC} = \frac{\text{cot. EQC sin. QEC} + \text{cos. QEC cos. EQ}}{\text{sin. EQ}}$$

Si, de plus, on prend un angle auxiliaire φ, tel que l'on ait

$$\text{cot. } \varphi = \frac{\text{cos. EQ tang. QEC}}{\text{R}}$$

on aura

$$\text{cos. QCE} = \frac{\text{cos. QEC sin. (EQC} - \varphi)}{\text{sin. } \varphi}$$

qui fera connaître l'angle Q C E, ou son opposé S′ C V.

Alors, dans le triangle S′ C V, rectangle en V, on connaîtra cet angle ; et le côté S′ V égal à 12°. On aura donc le côté C S, par la formule

$$\text{sin. } C\,S = \frac{R \text{ sin. } S'\,V}{\text{sin. } S'\,C\,V}$$

Alors ajoutant C S′ à C E, on aura la longitude du soleil qui correspond au lever héliaque de l'étoile. On connaîtra donc l'époque de l'année où ce phénomène arrive, dans le pays, et pour le tems que l'on a considérés.

g. 2.

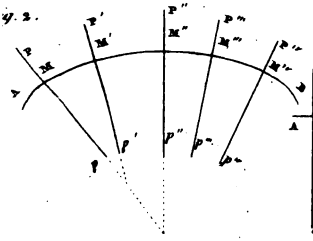
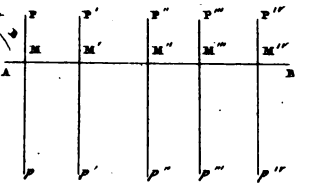
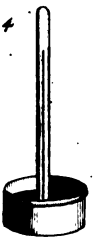


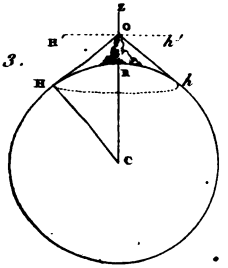
Fig. 1.



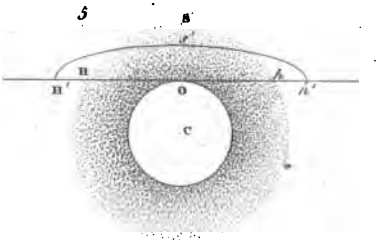
4



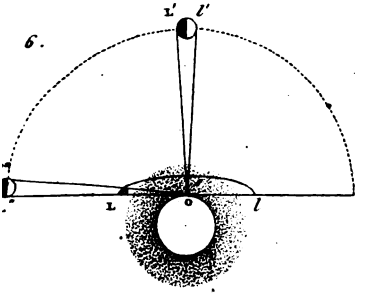
g. 3.



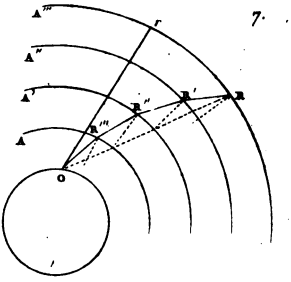
5



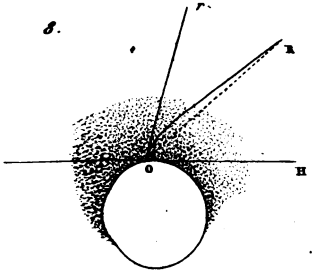
6.



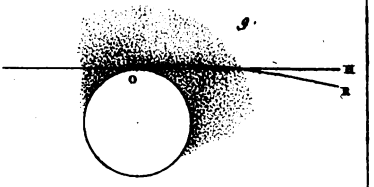
7.

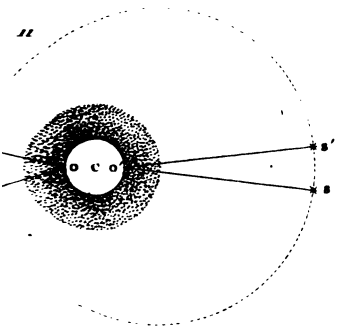


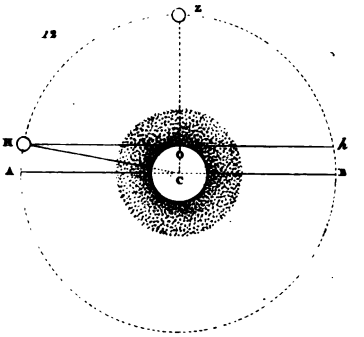
8.

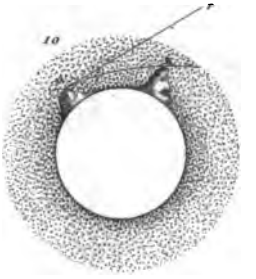


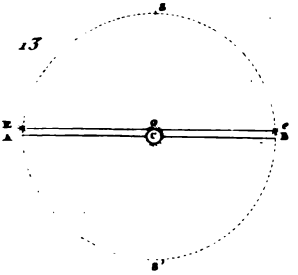
9.

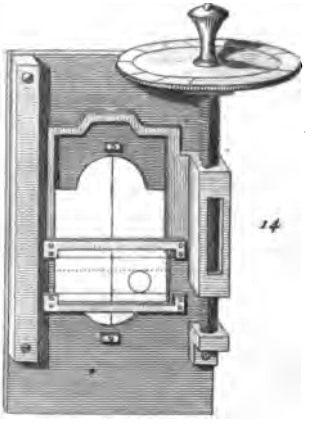


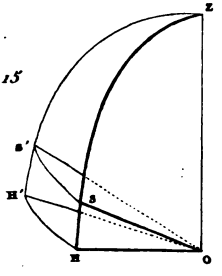

11
S'
S


12
Z
H
A
h
a
C

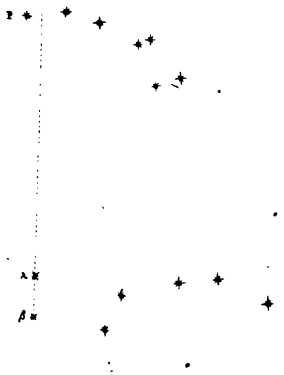

10
r


13
S
E
A
S'

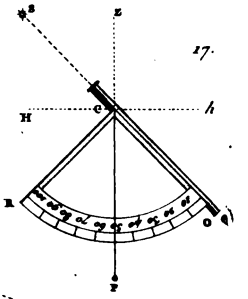

14

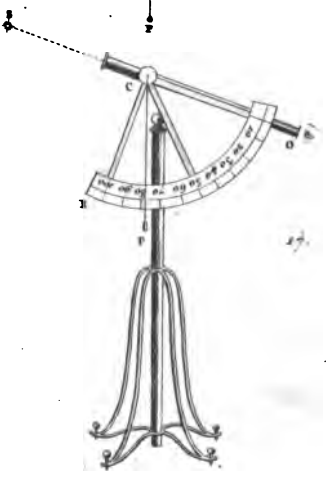

15
Z
S'
H'
S
H
O

16.

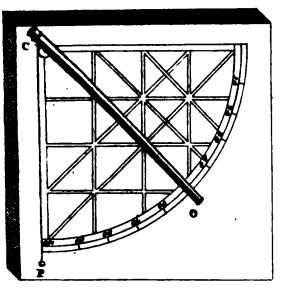


17.

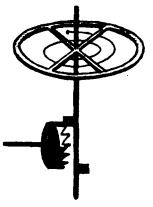




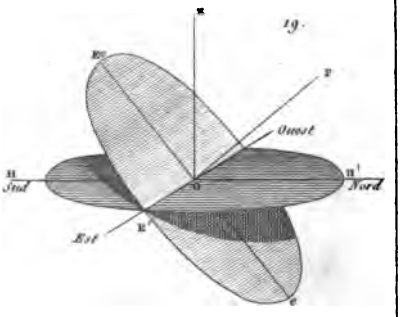
18

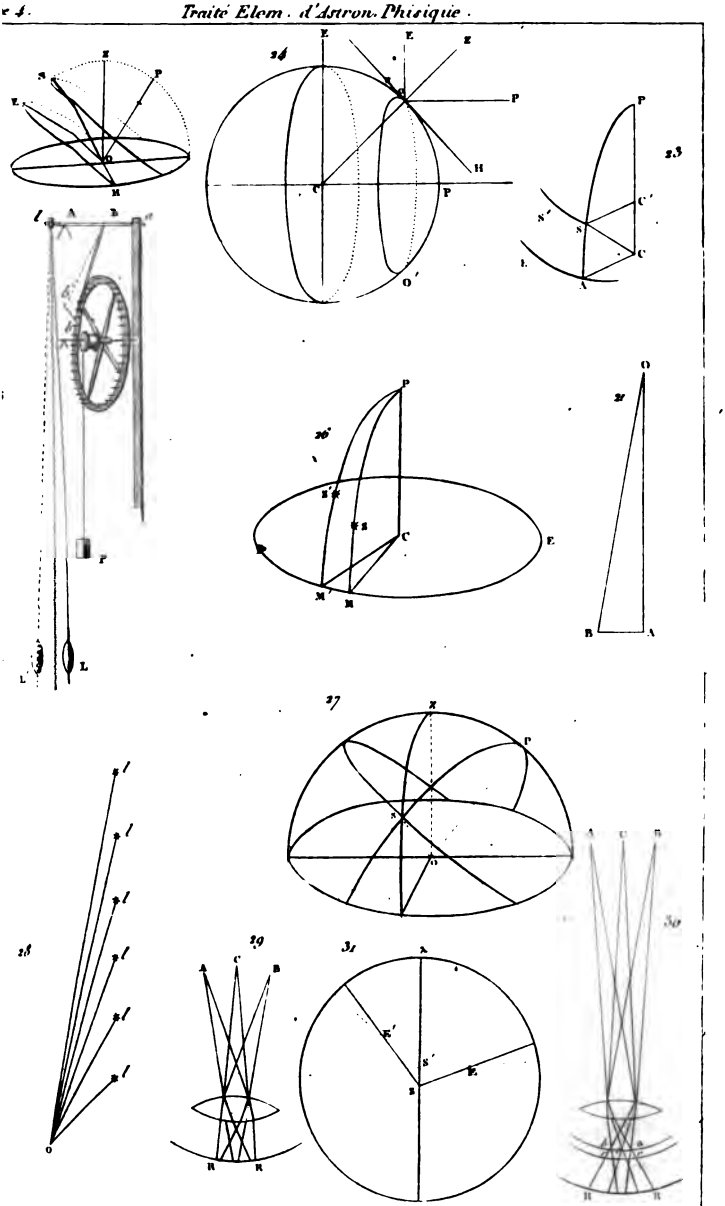


20.

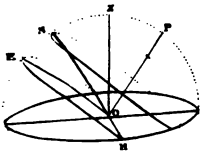


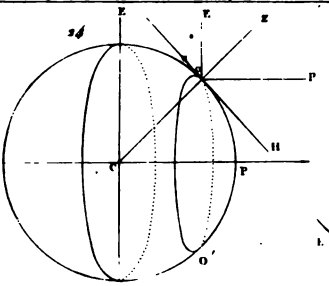
19.

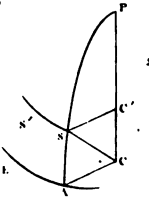


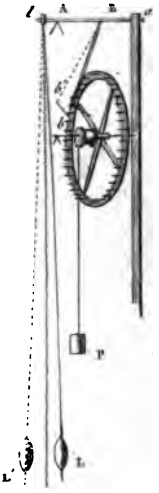


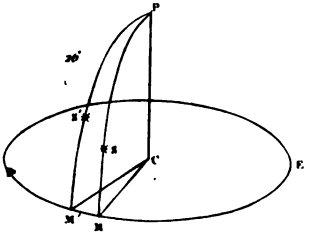
Brulard del. Jourdan S.

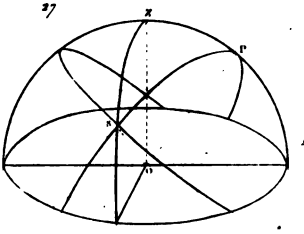


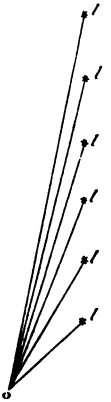


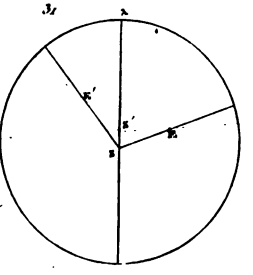


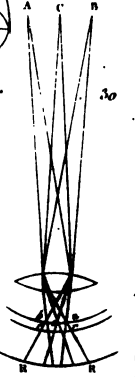




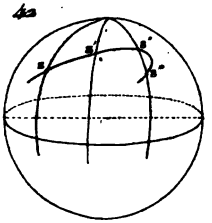




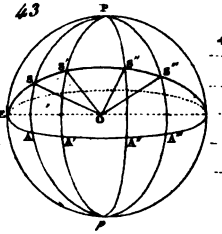




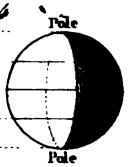
42



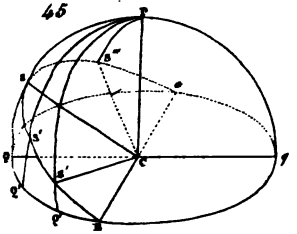
43



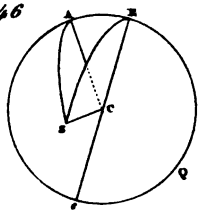
44



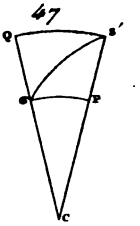
45



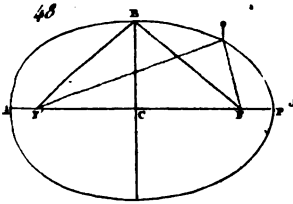
46



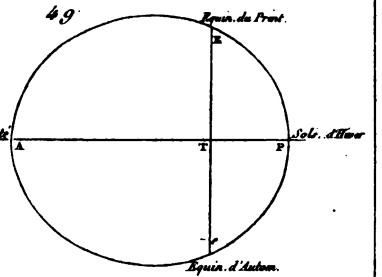
47



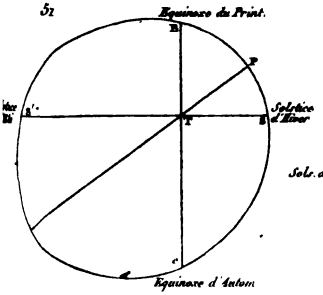
48



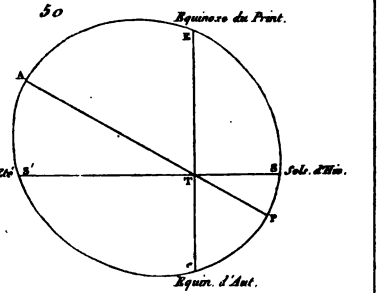
49

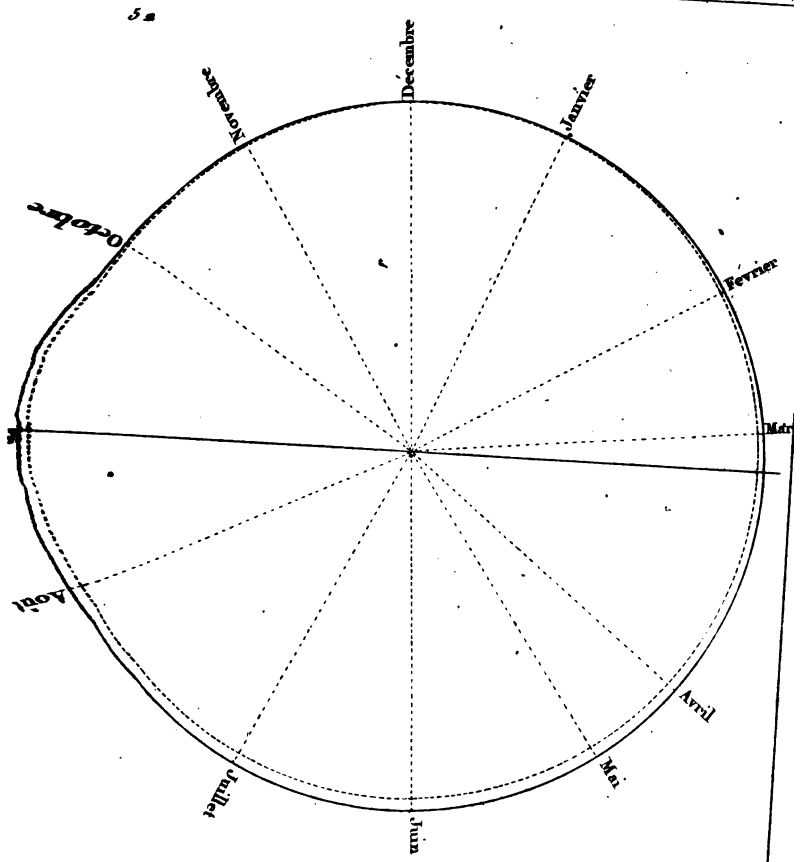


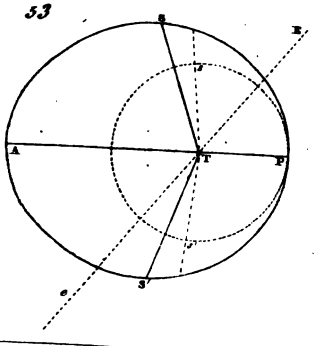
51

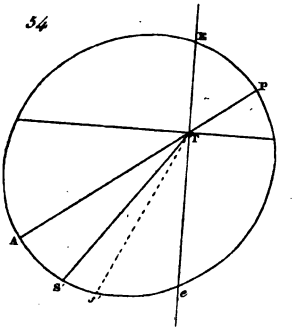


50



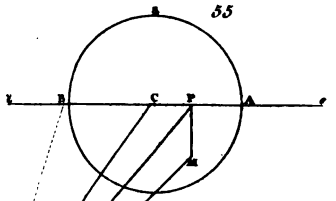


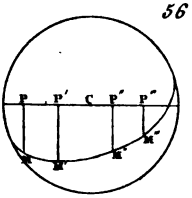


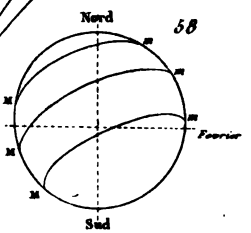


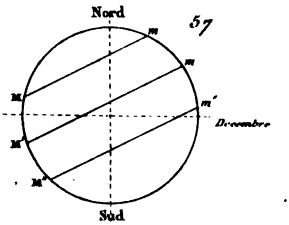
Bruland del.

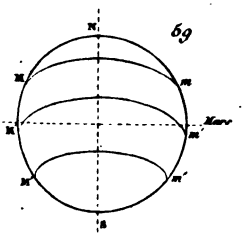
Jourdan

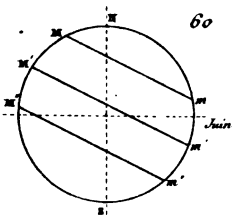

55
B
γ
B
C
P
A
e
M

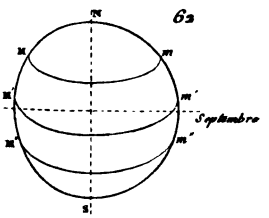

56
P
P'
C
P'
P''
M''
M'
M'
M''

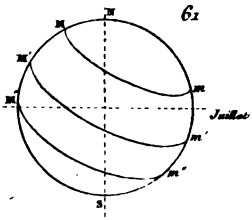

Nord
58
m
m
M
m
M
Février
M
Sud

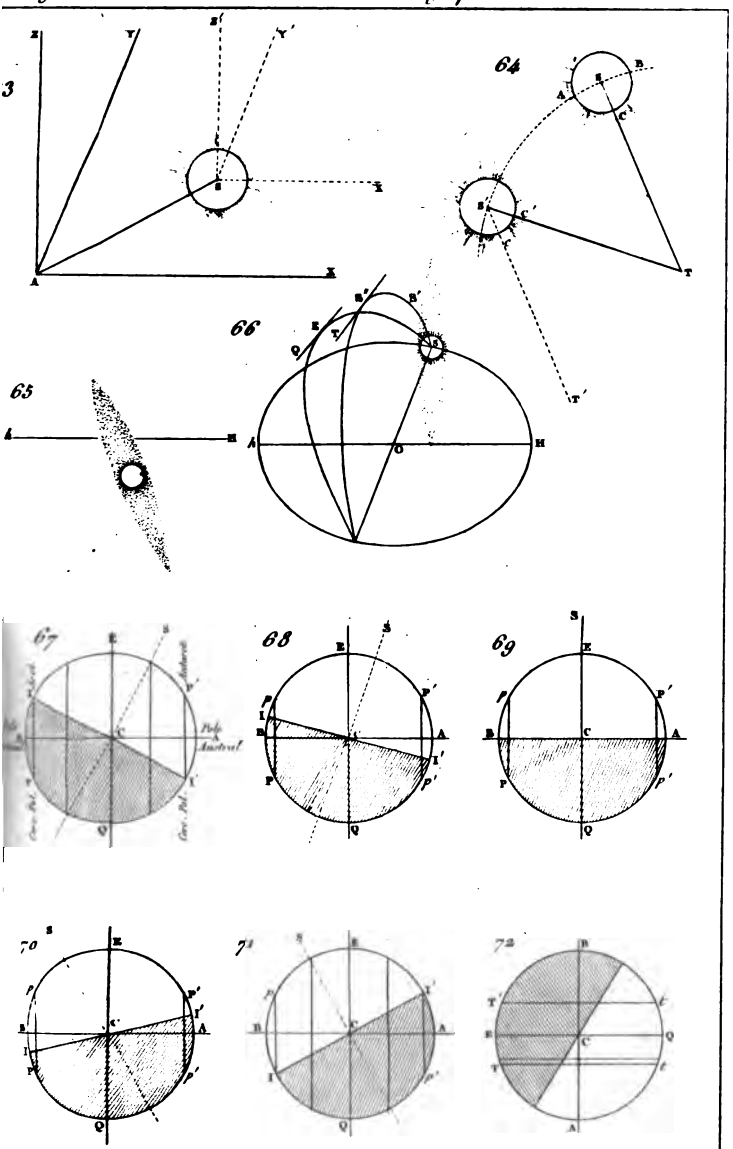

Nord
57
m
m
M
m'
M'
Décembre
M'
Sud

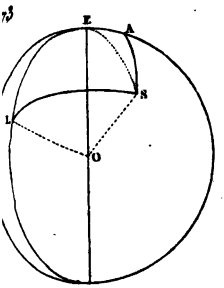

N
59
M
m
M
m'
Mars
M'
m'
S

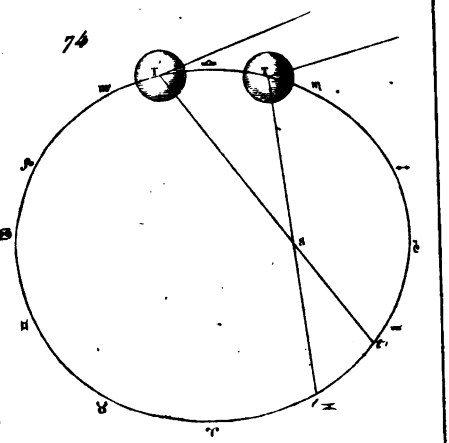

N
60
M
M'
m
M'
Juin
m'
m'
S

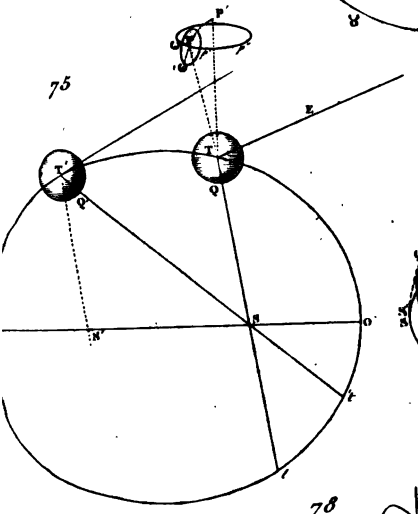

N
62
M
m
M'
m'
Septembre
M'
m'
S

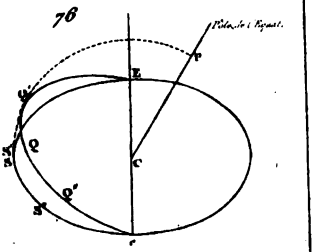

N
61
M
M'
m
M'
Juillet
m'
m'
S

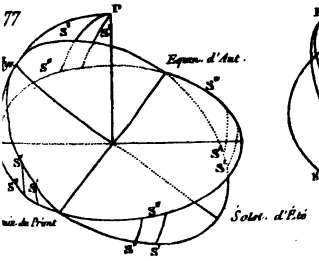

3
64
65
66
67
68
69
70
71
72

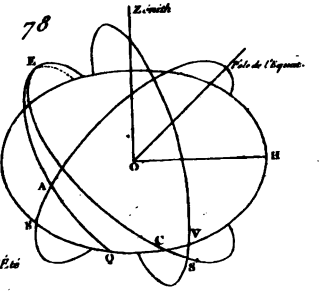


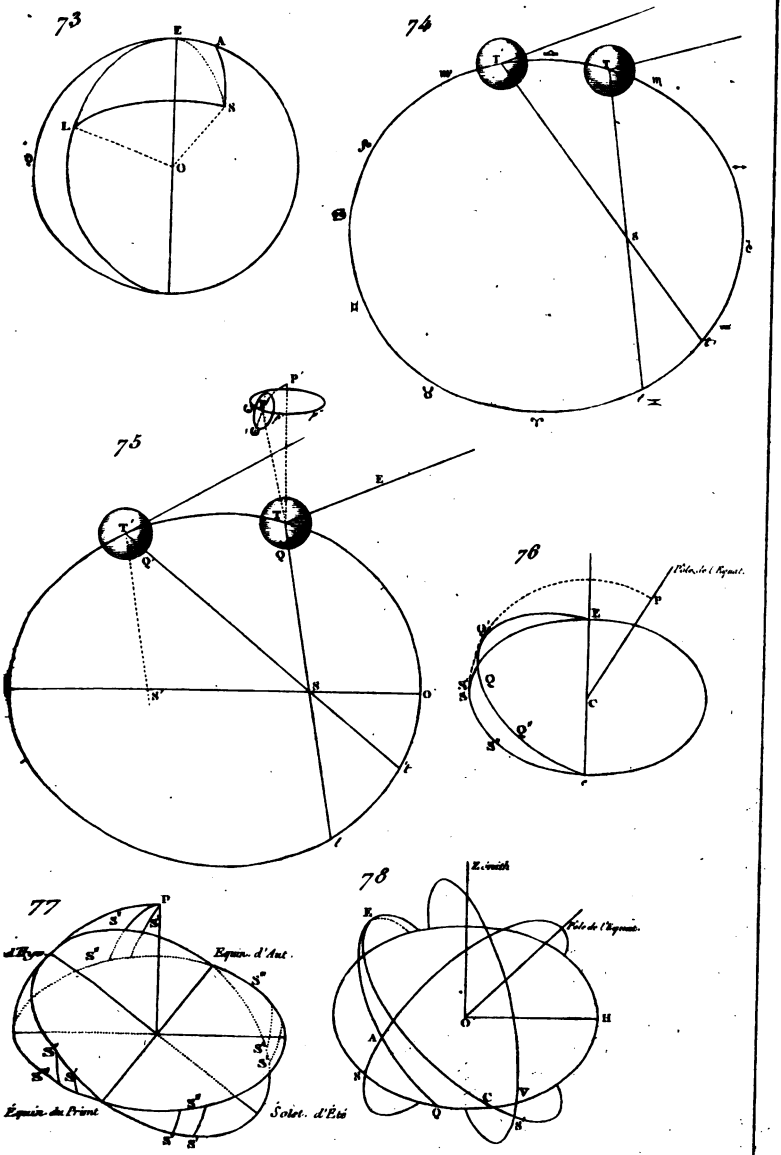





Pôle de l'Equat.

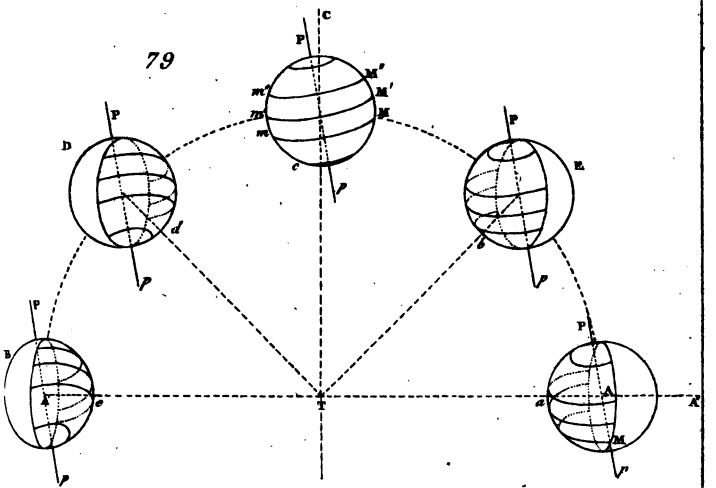

Equan. d'Aut.
Solst. d'Eté

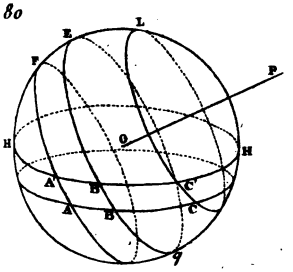

Pôle de l'Equat.

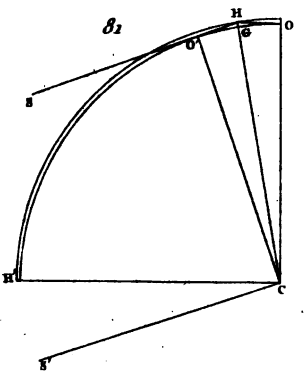


rulard del.

Jourdan Sc.

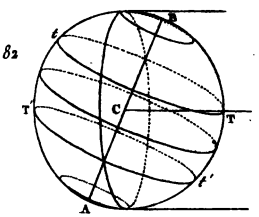


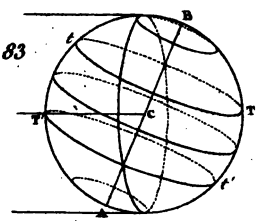




Position de la Terre au Solst. d'été.

Position de la Terre au Solstice d'hyver.





Bralard del.

Jourdan Sc.

TRAITÉ

ÉLÉMENTAIRE

D'ASTRONOMIE PHYSIQUE.

TRAITÉ

ÉLÉMENTAIRE

D'ASTRONOMIE PHYSIQUE,

PAR J. B. BIOT,

Membre de l'Institut National de France; Professeur au Collège de France; de l'Académie de Turin, et de la Société Philomatique de Paris;

DESTINÉ

A l'enseignement dans les Lycées nationaux et les Ecoles secondaires.

Omnium rerum principia parva sunt; Sed suis progressionibus usa augentur.
Cic. de Fin. lib. V.

TROISIÈME ET QUATRIÈME LIVRES.

A PARIS,

Chez BERNARD, libraire de l'École Polytechnique, et de celle des Ponts-et-Chaussées, Quai des Augustins, N°. 31.

AN XIII — 1805.

Ce Livre se trouve,

A Agen, *chez Noubel.*
A Angers, — *Fournier-Mame.*
A Amsterdam, — *Dufour.*
A Angoulême, — *Bargeas* et *chez Broquisse.*
A Aix-la-Chapelle, — *Houben.*
A Arras, — la veuve *Nicolas.*
A Bâle, — *Shoel* et Comp°.
A Bayonne, — *Cosse.*
A Beauvais, — *Desjardins.*
A Bordeaux, — *Melon* et *chez Bergeret.*
A Breslaw, — *Korn.*
A Brest, — *Lefournier.*
A Caën, — *Manoury*, jeune.
A Colmar, — *Fontaine.*
A Cologne, — *Edenkoven* et *Thiriart.*
A Bruxelles, — *chez Lecharlier.*
A Clermont-Ferrant, — *Rousset.*
A Dijon, — *Coquet.*
A Dôle, — *Joly.*
A Dunkerque, — *Fréméaux.*
A Evreux, — *Ancelle.*
A Francfort, — *Esslinger.*
A Florence, — *Molini.*
A Gand, — *Goessin-Verhaeghe.*
A Gênes, — *Gravier.*
A Genève, — *Paschoud*, et chez *Manget.*
A Grenoble, — Mm. *Giroud.*
A Hambourg, — *Perthes.*
A la Fère, — *Tronquet.*
A Lyon, — *Reymann* et C°.
A Laon, — *Merville d'Herbigni.*
A la Rochelle *chez Cappon.*
A Lille, — *Vanakere.*
A Leyde, — *Murray.*
A Leipsik, — *Besson.*
A Liége, — *Latour.*
A Lisbonne, — *Paul* et *Marlin.*
A la Haye, — *Vancleef.*
A Londres, — *Escher.*
A Livourne, — *Gamba.*
A Marseille, — *Sube* et *Laporte.*
A Madrid, — *Sancha* et chez *Barthélemy.*
A Metz, — Devilly.
A Manheim, — *Fontaine.*
A Montauban, — *Ballard.*
A Moscow, — *Sausset.*
A Nancy, — Mad°. *Montoux.*
A Naples, — *Nyon,*
A Orléans, — *Berthewin.*
A Reims, — *Lebastar.*
A Rennes, — *Blouet.*
A Rotterdam, — *Van Alphen.*
A Riom, — *Salles*, et *chez Landriot.*
A Rouen, — *Vallée, frères*, et chez *Renault.*
A St-Pétersbourg, — *Bouvat*, et chez *Klosterman.*
A Strasbourg, — *Levrault* et *Kœnig*; et chez *Treuttel* et *Würtz.*
A Toul, — *Caret.*
A Toulouse, — *Manavit.*
A Leipsik, = *Besson.*
A Tulle, — *Chirac.*
A Turin, — *Bocca.*
A Vienne, = *Degen.*

Avis au relieur.

Pour brocher cet ouvrage en un seul volume, il faut enlever les titres du premier et du second volume, et y substituer le titre et frontispice tirés à part, et joints à chaque exemplaire.

TRAITÉ ÉLÉMENTAIRE D'ASTRONOMIE PHYSIQUE.

LIVRE TROISIEME.

THÉORIE DE LA LUNE.

CHAPITRE PREMIER.

Phénomènes généraux du mouvement de la lune.

300. Nous venons d'exposer les phénomènes que présente la marche du soleil, nous en avons déduit les lois du mouvement de cet astre, et nous avons fait connaître les applications de ces lois aux usages de la société. Nous avons donc rempli à cet égard l'objet de l'astronomie. Nous allons suivre de la même manière les mouvemens des autres corps célestes, en nous élevant, par l'observation et le raisonnement, de leurs apparences les plus simples à leurs lois les plus compliquées. Mais la facilité de ces recherches deviendra beaucoup plus grande

par nos recherches antérieures; car, le but étant le même, les méthodes dont nous avons fait usage, pourront presque toujours servir; et si la diversité des circonstances nous force à les modifier, ces changemens seront indiqués par la nature des choses, aussitôt qu'ils deviendront nécessaires.

301. Commençons par la lune dont les apparences sont si remarquables, et suivons la série des phénomènes que cet astre nous présente. Sa lumière est plus pâle que celle du soleil; on n'en reçoit aucune chaleur sensible. Elle éprouve dans son étendue, et dans son éclat, des variations périodiques auxquelles on a donné le nom de *phases*. Si l'on observe la lune lorsqu'elle passe au méridien au milieu de la nuit, son disque paraît entièrement lumineux, sa forme est arrondie et brillante; alors elle se lève quand le soleil se couche, et réciproquement. Si on continue de l'observer pendant plusieurs jours, on la voit, peu à peu, perdre de sa lumière. La partie éclairée de son disque diminue de largeur; en même-tems elle se lève plus tard, et lorsque son disque est réduit à un demi cercle, elle ne paraît plus que pendant la dernière moitié de la nuit. Quelques jours après, ce n'est plus qu'un *croissant*, dont les pointes sont tournées vers l'occident, c'est-à-dire, vers le côté opposé au soleil. Alors, elle ne se lève que peu de tems avant cet astre; le croissant diminuant de jour en jour, la lune devient tout-à-fait obscure; elle se lève avec le soleil, et on cesse de l'apercevoir.

Après avoir été invisible pendant trois ou quatre jours, elle reparaît, le soir, à l'occident, peu de tems après le coucher du soleil; ce n'est d'abord qu'un filet de lumière, qui s'agrandissant peu-à-peu, prend en quelques jours la forme d'un croissant, dont les pointes sont tournées à

l'orient, c'est-à-dire, du côté opposé au soleil. Les jours suivans, la lune s'éloigne de plus en plus de cet astre; son disque s'agrandit, et elle reprend enfin cette forme arrondie et brillante que nous lui avons vue d'abord : la période de ces phases est d'environ 29 jours et demi.

Voici l'exposé des faits. Pour parvenir sûrement à la connaissance de leurs causes, il faut, avant tout, acquérir quelques notions précises sur le mouvement de la lune.

CHAPITRE II.

Première approximation des mouvemens de la lune. Théorie de son mouvement circulaire.

302. Les observations que nous venons de rapporter, prouvent que la lune, après avoir passé au méridien en même tems que le soleil, retarde sur lui de jour en jour, et s'en écarte ainsi, de plus en plus, en sens contraire du mouvement diurne. Elle a donc, comme cet astre, un mouvement propre, mais plus rapide, dirigé d'occident en orient : cela est tout-à-fait confirmé par la manière dont elle s'éloigne successivement des étoiles qui se rencontrent sur sa route.

Pour connaître la loi de ces mouvemens avec exactitude, on emploie la méthode générale que nous avons exposée dans le premier chapitre du second livre, et qui nous a déjà servi pour le soleil; on observe, jour par jour, la hauteur méridienne du centre de la lune et son ascension droite; on en déduit, par le calcul, sa longitude et sa latitude. La série de ces résultats détermine sa vitesse et la direction de son mouvement.

303. On a trouvé de cette manière que la lune décrit sur la sphère céleste, un grand cercle dont la terre est le centre; ce grand cercle est oblique à l'équateur et à l'écliptique. Son inclinaison sur ce dernier plan est d'environ $7°,7188$; mais elle ne reste pas constamment la même, comme nous le verrons bientôt. Sa valeur est

donnée immédiatement, à chaque révolution, par la plus grande latitude de la lune; de même que l'obliquité de l'écliptique est donnée par la plus grande déclinaison du soleil.

304. On trouve la trace de l'orbe lunaire sur l'écliptique, ou, selon le langage astronomique, *la position de ses nœuds*, en déterminant, par l'observation, l'instant où la latitude de la lune devient nulle; car il est sensible que cet astre traverse alors le plan de l'écliptique, et par conséquent, sa longitude à cette époque est la même que celle de ses nœuds.

305. On appelle *nœud ascendant* celui par lequel la lune passe lorsqu'elle s'élève au-dessus du plan de l'écliptique, vers le pôle boréal; et *nœud descendant*, celui par lequel elle descend au-dessous de l'écliptique, vers le pôle austral. La distance du nœud ascendant à l'équinoxe du printems, ou sa longitude, au premier janvier 1750, était 311°,4814; ce qui détermine, pour cette époque, la position de l'orbe lunaire (a).

306. Ces nœuds ne sont pas fixes dans le ciel; ils ont, sur l'écliptique, un mouvement rétrograde, c'est-à-dire, dirigé en sens contraire de celui du soleil. Ce mouvement

---

(a) Je rapporte ces valeurs telles qu'elles étaient en 1750, parce que c'est l'époque adoptée dans la Mécanique céleste; mais je donnerai les mouvemens pour 1800, parce qu'on les a déterminés à cette époque avec plus d'exactitude, d'après les tables de Burg et les recherches de Laplace. Au reste, la variation du mouvement lunaire est peu sensible dans l'intervalle de 50 ans. Il n'y a que les positions absolues qui éprouvent des changemens considérables.

se reconnaît par la suite des étoiles que la lune rencontre en traversant le plan de l'écliptique.

307. L'arc moyen que la lune décrit en un siècle, forme son *mouvement séculaire tropique*, qui se déduit immédiatement des observations de sa longitude ; il est maintenant de 534742°,088110 ou simplement 342°,088110, en omettant les 1336 circonférences entières qui ne peuvent occasionner aucun doute. Cet arc, divisé par 36525, donne le *mouvement diurne tropique* égal à 14°,6404, environ treize fois plus rapide que pour le soleil.

308. Avec ces données, on conclut par une simple proportion, le tems que la lune emploie à revenir à la même longitude ou sa *révolution périodique*, dont la valeur est $\frac{400°.365,25^j}{534742°,088110}$ ou $27^j,321582$; c'est ce que l'on nomme un *mois lunaire*.

309. Si, du mouvement séculaire tropique, on retranche la précession des équinoxes pour un siècle, c'est-à-dire, 15463″, on aura le *mouvement séculaire sydéral*, ou par rapport aux étoiles ; car la marche des étoiles et celle de la lune par rapport aux équinoxes, se faisant dans le même sens, leur mouvement relatif est égal à la différence des arcs qu'elles décrivent. On trouve ainsi 534740°,541810 ou simplement 340°,541810 pour le mouvement séculaire sydéral de la lune ; et par une simple proportion, on en déduit $27^j,321661$ pour sa révolution sydérale.

Ces deux révolutions de la lune sont donc liées entre elles, par la précession des équinoxes, et on peut les déduire l'une de l'autre. Elles n'ont pas toujours eu les valeurs précédentes ; elles diminuent peu-à-peu, de siècle en siècle, parce que le mouvement de la lune s'accélère ;

et

et ces changemens sont sensibles dans les observations, après d'assez courts intervalles de tems.

310. En général, les mouvemens de la lune se composent, comme ceux du soleil, d'un petit nombre d'élémens, dont la valeur moyenne reste sensiblement la même; de plusieurs inégalités à longues périodes ou *séculaires*, qui altèrent peu à peu ces valeurs; enfin, d'un grand nombre d'inégalités renfermées dans des périodes plus petites, qui se détruisent et se rétablissent successivement: celles-ci accélèrent, dans certains tems, le mouvement de la lune, et le retardent dans d'autres; au lieu que les inégalités séculaires suivent une marche constamment croissante ou décroissante, au moins depuis les plus anciennes observations jusqu'à nous; et ce ne sera qu'après un grand nombre de siècles, qu'on verra leurs périodes s'accomplir pour recommencer de nouveau.

Nous examinerons plus tard, avec détail, les effets de ces diverses causes: pour le moment, il suffit de les indiquer.

311. On n'a pas connu d'abord les résultats précédens avec toute l'exactitude que nous pouvons aujourd'hui leur supposer. On a dû commencer par les déterminer à-peu-près, et en former des tables qui étaient sans doute assez inexactes; en comparant ces tables avec plusieurs années d'observations, on a pu trouver l'erreur moyenne de leur époque; car, sur un très-grand nombre d'observations, les erreurs causées par les inégalités périodiques, ont dû se compenser et disparaître pour ne laisser que les résultats moyens. On a donc pu conclure alors la durée moyenne de la révolution de la lune, pour l'intervalle compris entre ces observations, et même l'employer, sans une grande erreur, pour quelques années avant et après;

mais ce n'est que par la connaissance précise de toutes les grandes inégalités que l'on a pu prévoir les changemens que les tables doivent subir, et les étendre aux siècles futurs, bien au-delà des observations qui les avaient données.

312. Le mouvement des nœuds de la lune se mesure de la même manière, par les différences de leurs longitudes à diverses époques; et le tems qu'ils employent à revenir à la même longitude, donne la *révolution tropique des nœud*: maintenant le mouvement séculaire et tropique des nœuds est 2149°,0972, ce qui donne 6798',203 pour leur révolution tropique, et 6793',465 pour leur révolution sydérale (a).

Si ce mouvement était uniforme, il suffirait de connaître, par l'observation, la longitude des nœuds de la lune, à une certaine époque, et l'on en déduirait, par une simple proportion, cette longitude pour une autre époque quelconque: mais leur mouvement est sujet à plusieurs inégalités, et d'ailleurs il se rallentit de siècle en siècle, comme nous le verrons plus loin.

(a) Ces périodes se déduisent du mouvement séculaire, comme on l'a vu dans l'article 307 et les suivans.

CHAPITRE III.

Explication des phases de la lune.

313. Ayant reconnu la marche circulaire de la lune sur la sphère céleste, cherchons quelle peut être la cause de ces variations périodiques que l'on observe dans sa lumière. On ne peut pas raisonnablement supposer que cet astre acquière et perde successivement la faculté de briller ; car alors à quelle cause probable pourrait-on attribuer les périodes si régulières de ces changemens. On ne peut pas dire non plus qu'il a une face lumineuse et une face obscure qu'il nous montre tour-à-tour ; car il est certain que la lune nous présente toujours la même face : en effet, lorsque son disque n'est qu'en partie lumineux, sa partie obscure n'est pas tout-à-fait invisible, elle est encore éclairée d'une faible lueur, que l'on nomme la *lumière cendrée*. A l'aide de cette lueur, on y remarque des sinuosités, des taches qui sont absolument les mêmes que dans le tems où la lune est entièrement lumineuse. Ces phénomènes ne peuvent raisonnablement s'expliquer qu'en supposant la lune un corps opaque, obscur par lui-même, et qui brille d'un éclat étranger : alors, les variations de ces phases seront l'effet très-simple de ses différentes positions.

Mais si la lune est un corps opaque, quel est le flambeau qui l'éclaire ? Pour le découvrir, observons la suite de ses phases ; nous les voyons liées de la manière la plus frappante à ses positions successives par rapport au so-

leil. Lorsque la lune est entièrement lumineuse et qu'elle passe à minuit au méridien, le soleil est sous l'horizon : la face qu'elle nous présente est donc éclairée par cet astre, et doit nous réfléchir sa lumière. Au contraire, lorsque la lune et le soleil paraissent sur l'horizon en même tems, la face éclairée de la lune étant toujours tournée vers cet astre, nous ne la voyons point, ou nous ne l'appercevons qu'en partie, et celle qui est tournée vers nous est dans l'ombre : généralement, lorsqu'une partie du disque de la lune nous paraît éclairée, cette partie est toujours opposée au soleil, et placée de manière à pouvoir nous réfléchir sa lumière. Il est prouvé d'ailleurs que la lune est un corps opaque. Il faut donc conclure de ces rapports, qu'en effet la lumière que ce corps nous renvoie, est celle qui lui vient du soleil.

Ce corps opaque doit paraître comme une tache noire quand il passe devant le disque du soleil entre cet astre et la terre. Il doit également s'obscurcir lorsqu'étant opposé au soleil, il entre dans le cône d'ombre que la terre projette au loin derrière elle dans l'espace : de là les phénomènes des éclipses.

Réciproquement, la terre doit faire l'effet d'une lune par rapport à ce corps opaque, lorsqu'elle est placée convenablement. Elle doit lui réfléchir les rayons solaires : de-là la cause de cette *lumière cendrée*, par laquelle on apperçoit encore la partie du disque lunaire qui est privée de la lumière du soleil.

314. Ces vérités reconnues nous en découvrent d'autres : la lune, dans ses phases, présente absolument les mêmes apparences que devrait offrir un corps arrondi

qui serait toujours vu du même point, et éclairé successivement de différens côtés : la lumière ne s'y répand pas d'une manière subite et instantanée, comme cela devrait être si son disque était plat et sans épaisseur ; elle s'y propage d'une manière lente et progressive. La convexité de la surface de la lune est donc rendue sensible par ces accroissemens toujours réglés, et l'on peut même en déduire, par le calcul, qu'elle est à fort peu près sphérique (a).

315. Cela acquiert un nouveau degré d'évidence, lorsqu'on suit, d'après ces idées, la marche des phases de la lune. La fignre 84 représente toutes les positions du sphéroïde lunaire, par rapport à la terre et au soleil. Ces positions sont projetées sur le plan de l'écliptique ; C est le centre de le terre, et C S la direction des rayons solaires, qui, pour plus de simplicité, sont supposés parallèles entr'eux. La face que la lune présente constamment à la terre est successivement obscure ou éclairée, en tout ou en partie ; et la courbe qui forme, sur cette face, la séparation de l'ombre et de la lumière, étant vue de la terre en perspective, prend tour-à-tour diverses formes analogues aux positions du sphéroïde. D'abord, on ne l'aperçoit pas, lorsque la lune est en L, du même côté que le soleil par rapport à la terre. On dit alors que la *lune est nouvelle*. Lorsqu'elle s'est dégagée des rayons du soleil, comme en L', la limite de l'ombre paraît sous la forme d'un croissant dont la convexité est tournée vers le soleil. En L'', c'est une ligne droite, et l'on dit que la lune est dans son *premier quartier*. En L''', c'est en-

(a) Voyez la note 9 à la fin du livre.

core un croissant, mais dont la concavité est tournée vers le soleil. Enfin en l, elle devient un cercle entier, et c'est le tems de la *pleine lune*. Les mêmes apparences se reproduisent pendaut le *décours*, c'est-à-dire, pendant le tems que la lune emploie à rejoindre le soleil. Elle reparaît en l'' sous la forme d'un demi-cercle dans son *dernier quartier*, et redevient enfin nouvelle en L, après avoir fait une révolution entière dans son orbite.

Dans la réalité, ces diverses positions n'ont pas lieu dans l'écliptique, mais sur l'orbite même de la lune qui est inclinée à ce plan. Pour plus de simplicité, nous avons d'abord fait abstraction de cette obliquité ; mais pour voir ces phénomènes tels qu'ils sont réellement, il faut considérer la figure 85, où C est le centre de la terre, L L' L'' L''' l'orbite de la lune, l l' l'' l''' la projection de cette orbite sur le plan de l'écliptique, et C S la direction d'un rayon vecteur, mené de la terre au soleil. Les différentes positions que peut prendre le sphéroïde lunaire, par rapport à ce rayon vecteur, au-dessous et au-dessus du plan de l'écliptique, donnent les différentes phases de la lune, dans l'ordre où nous les avons examiées.

316. Nous avons aussi, dans ces premières considérations, supposé le soleil immobile sur le plan de l'écliptique ; mais, en effet, cet astre et son rayon vecteur sont en mouvement sur ce plan. Cette circonstance, combinée avec le mouvement propre de la lune, détermine la période du retour des différentes phases. Si le mouvement de révolution de la lune était exactement le même que celui du soleil, en sorte que le même intervalle ramenât ces deux astres au même point de leurs orbites, les deux rayons qui leur seraient menés de la terre conserveraient

toujours entr'eux la même distance, la même position. Nous verrions donc la lune sous le même aspect, par rapport au soleil, et la partie éclairée de son disque, conserverait toujours la même grandeur. Par exemple, si elle eût été placée originairement, à 100° du soleil, nous la verrions toujours dans son premier quartier; et si elle lui eût été opposée, nous aurions toujours eu la pleine lune: du moins, en la supposant placée à une distance telle qu'elle ne pût être éclipsée. De-là résulte cette conséquence singulière: pour que la lune nous présente différentes phases, il est nécessaire que son mouvement de révolution ne soit pas exactement égal à celui du soleil.

317. Ceci nous conduit naturellement à chercher la période des différentes phases, ou l'intervalle qui s'écoule entre deux retours de la lune à la conjonction. Cette recherche est extrêmement simple : la lune ne s'éloigne du soleil que par l'excès de son mouvement; or, le mouvement séculaire du soleil est 40000°,848771 ; celui de la lune est maintenant 534742°,088110; leur différence 494741°,239339 est donc la quantité dont la lune s'éloigne du soleil en 100 années juliennes, d'où l'on voit, par une simple proportion qu'elle s'en écarte de 400° après un nombre de jours exprimé par $\frac{400°.365251}{494741,239339}$ ou $29^{j},530588$; c'est ce que l'on nomme la *révolution synodique* de la lune, de deux mots grecs qui signifient *marcher ensemble.*

318. Nous pouvons trouver, de même, le tems qui s'écoule entre deux retours consécutifs du soleil au nœud de l'orbe lunaire. En effet, le mouvement séculaire du nœud est 2149°0972; celui du soleil est 40000,848771.

CHAPITRE IV.

Du diamètre apparent de la lune et de sa parallaxe.

323. Jusqu'ici nous n'avons considéré le mouvement de la lune que relativement à sa révolution autour de la terre, et nous avons projeté ses positions successives sur la sphère céleste. Mais les distances de cet astre à la terre éprouvent aussi des changemens très-considérables, qu'il est nécessaire d'apprécier.

Ils sont indiqués par les observations de ses diamètres apparens. Le plus grand diamètre apparent de la lune est de 6207″, le plus petit, de 5438″; les valeurs analogues pour le soleil sont de 6035″,7 et 5836″,3. Il faut donc que les variations de la distance de la lune à la terre soient bien étendues, puisqu'elles peuvent rendre son diamètre apparent plus grand que le plus grand diamètre apparent du soleil, et moindre que le plus petit.

324. Les observations des parallaxes confirment ce résultat. Celle de la lune est assez sensible pour qu'on ait pu l'obtenir par les méthodes indiquées dans le chap. 17 du premier livre, méthodes auxquelles la parallaxe du soleil avait échappé, à cause de sa petitesse. En comparant les parallaxes de la lune, observées à différentes époques, on y trouve de très-grandes variations. La plus grande parallaxe horizontale de la lune, à Paris, est 1°,13714, la plus petite 0°,99567; elle prend successivement toutes les valeurs possibles entre ces deux extrêmes.

325. En calculant d'après ces données la plus grande

et la plus petite distance de la lune à la terre, on trouve les résultats suivans :

PARALLAXE.	DISTANCE.
0,99567.	63,94145.
1,13714.	55,98725.

La distance moyenne arithmétique entre ces extrêmes est 59,96435, c'est-à-dire, environ 60 fois le rayon de la terre, ou plus exactement 85970 lieues de 2280 toises. La distance du soleil est incomparablement plus grande comme on l'a vu dans l'article 154.

326. Si l'on divise la plus grande distance 63,94145 par la plus petite 55,98725, leur rapport 1,1420 fera connaître les plus grandes variations des distances de la lune à la terre. On parviendra au même résultat en divisant les parallaxes extrêmes l'une par l'autre, car ces parallaxes sont réciproques aux distances. Ce même rapport n'était que de 1,034 pour le soleil ; ainsi la réunion de ces résultats nous conduit à deux conséquences importantes. La lune est imcomparablement plus rapprochée de la terre que le soleil, et elle éprouve dans les rapports de ses distances des altérations qui sont, proportionnellement, beaucoup plus considérables.

327. Non-seulement la parallaxe lunaire varie pour les différentes époques, en vertu de ces inégalités, mais sa valeur n'est pas la même à la même époque, lorsqu'elle est observée dans des lieux différens de la surface terrestre. Les observations modernes donnent à cet égard des différences très-sensibles. Pour expliquer ce phénomène, ou plutôt pour en sentir les conséquences, il faut se rappeler que la parallaxe horizontale d'un astre est l'angle

sous leqnel on verrait, de cet astre, un rayon mené du centre de la terre à l'observateur. Puisque cette parallaxe est différente dans les divers lieux lorsque les diamètres apparens de la lune sont les mêmes, il en résulte que tous les rayons de la terre ne sont pas égaux entre eux, et qu'ainsi la surface de la terre n'est pas parfaitement sphérique. La lune nous indique donc par les variations de sa parallaxe, les inégalités de la surface terrestre, comme elle nous avait indiqué la rondeur de la terre par ses éclipses.

L'inégalité des rayons terrestres influent donc sur les positions apparentes de la lune, observées à différentes latitudes. Elle y influe encore dans le même lieu, selon les plans verticaux dans lesqnels la lune se trouve au moment de l'observation. Il est très-nécessaire d'avoir égard à ces différences quand on veut calculer avec exactitude les positions apparentes de la lune; car la supposition de la sphéricité de la terre entraînerait souvent des erreurs considérables, sur l'époque d'une conjonction, ou de tel autre, phénomène qu'il serait important de déterminer. Aussi a-t-on construit des tables qui donnent ces résultats tout calculés pour diverses latitudes. Pour les obtenir, on est obligé de faire une hypothèse sur la figure de la terre, et on la suppose ordinairement elliptique, ce qui donne une suffisante exactitude (a).

328. En divisant le demi-diamètre apparent de la lune par sa parallaxe horizontale, on trouve entre ces quantités un rapport constant, qui est celui des rayons de la lune

(a) Lalande, troisième Mémoire sur la parallaxe de la lune. Acad. des Sciences, 1756, page 364.

et de la terre. Ce rapport est à fort peu près égal à $\frac{1}{60}$, comme on peut s'en assurer par les valeurs précédentes. Ce résultat une fois connu, on s'en sert pour calculer la parallaxe horizontale de la lune, d'après les observations de son diamètre apparent.

329. La lune décrivant son cercle diurne autour de la terre; chaque observateur placé sur la surface terrestre, la voit plus près, lorsqu'elle est au zénith, que lorsqu'elle est à l'horizon. Cette différence produit un effet sensible sur son diamètre apparent, qui augmente à mesure qu'elle s'élève. Cet accroissement est facile à calculer, et sa valeur totale depuis l'horizon jusqu'au zénith est d'environ $\frac{1}{17}$, parce que dans l'intervalle, la distance de la lune à l'observateur se trouve diminuée d'une quantité égale au rayon de la terre, qui en est à-peu-près la soixantième partie (a).

(a) Voyez la note 2 à la fin du livre.

CHAPITRE V.

Seconde approximation du mouvement de la lune. Théorie de son mouvement elliptique.

330. On vient de voir que les distances de la lune à la terre éprouvent des variations très-grandes. Le mouvement de cet astre n'est donc pas circulaire comme il le paraît lorsqu'on le projette sur la sphère céleste. En mesurant ainsi un grand nombre de ces distances, et les comparant au mouvement angulaire, on connaîtra la nature de l'orbite. La méthode est la même que pour le soleil. On a obtenu de cette manière les résultats suivans, qui doivent être regardés comme certains.

La lune se meut dans un orbe elliptique, dont le centre de la terre occupe un des foyers. Son rayon vecteur trace autour de ce point des aires proportionnelles aux tems. La moyenne distance de cet astre étant prise pour unité, l'excentricité de son orbite en 1750 était 0,0550368, ce qui donne la plus grande équation du centre égale à 7°,0099 (a).

331. Le périgée lunaire a un mouvement direct, c'est-à-dire, dirigé dans le même sens que celui du soleil. Ce mouvement se mesure en prenant les longitudes du périgée à différentes époques. Il est actuellement de 4521°,3194, par rapport aux équinoxes, en 100 années juliennes, ce qui donne pour la révolution tropique du

(a) Voyez la note de la page 227.

périgée, 3231,j357, et 3232j579 pour sa révolution sydérale. Ces périodes doivent varier avec le tems, mais d'une manière extrêmement lente, comme nous le verrons bientôt.

332. Avec ces données, on peut aisément calculer la révolution anomalistique de la lune par rapport à ses absides; car son mouvement propre se faisant dans le même sens que celui du périgée, elle ne rejoint ce point de son orbite que par son excès de vîtesse. Cet excès est de 530220°,768710 en 100 années juliennes, comme on peut aisément le conclure de ce qui précède, et l'on en déduit pour la révolution anomalistique, $\frac{400°.365251}{530220°,768710}$ ou 27j,5544.

333. La distance du périgée lunaire à l'équinoxe moyen du printems était 32°,3168 au commencement de 1750, c'est-à-dire, le 31 décembre 1749 à midi moyen. La distance de la lune au même équinoxe, ou sa longitude moyenne à la même époque était 209°,204256.

334. Ces élémens suffiraient pour retrouver la position de la lune à un instant quelconque, s'ils restaient toujours les mêmes, et si la marche de cet astre dans son ellipse n'éprouvait aucune altération. Mais comme elle en subit au contraire qui sont très-considérables, il est indispensable d'y avoir égard. Je vais donc les exposer aussi simplement qu'il me sera possible; après avoir toutefois remarqué, que les résultats précédens n'ont pas été trouvés dans l'ordre où nous les avons placés, et indépendamment de ceux qui vont suivre, mais qu'ils n'ont été fixés et souvent même soupçonnés, que lorsque les suivans ont été reconnus et mesurés à peu près par l'observation; ou lorsque le tems, en développant les erreurs des premiers aperçus, a indiqué la manière de les corriger.

CHAPITRE VI.

Sur l'équation séculaire du moyen mouvement de la lune.

335. Le mouvement de la lune et les élémens de son orbite, ne restent pas constamment les mêmes ; ils éprouvent des altérations progressives, auxquelles il est nécessaire d'avoir égard, car elles rendraient bientôt les tables fautives, et l'on serait obligé d'y retoucher sans cesse, en les comparant à de nouvelles observations. Le seul moyen d'éviter cet inconvénient est de calculer les élémens du mouvement lunaire, pour diverses époques éloignées, d'en déduire les variations qu'ils ont subies, et de chercher ensuite les lois les plus propres à y satisfaire.

Appliquons ces considérations au mouvement moyen et séculaire de la lune, que l'on a déterminé avec beaucoup d'exactitude par les observations modernes, et qui est comme la base de tous les autres résultats ; comparons-le à des observations anciennes, et cherchons à reconnaître s'il a toujours été le même, ou s'il a changé.

Le procédé que l'on emploie pour y parvenir est le même dont on fait usage pour corriger les tables du soleil, §. 184. Il consiste à regarder les anciennes observations de la lune comme autant de longitudes observées : on calcule le lieu de cet astre par les tables pour la même époque, et l'on voit si les résultats s'accordent, ou s'ils diffèrent.

336. Choisissons, par exemple, l'ancienne éclipse de lune

lune, observée par les Chaldéens 721 ans avant l'ère chrétienne, et rapportée par Ptolémée (a). Au milieu de l'éclipse, la longitude de la lune était la même que celle du soleil. Celle-ci est facile à calculer par les tables du soleil, puisque Ptolémée rapporte le jour et l'heure de l'observation; on a donc ainsi la longitude de la lune à l'instant de l'éclipse.

Or, si l'on calcule par les tables actuelles le vrai lieu de la lune pour la même époque, on la trouve beaucoup moins avancée dans son orbite, qu'elle ne l'était réellement, d'après cette observation; la différence est de plus de $1^{\circ},6$; et comme on ne peut pas attribuer une pareille erreur à l'inexactitude des tables, il faut bien en conclure que le mouvement de la lune est maintenant plus rapide qu'autrefois; de sorte qu'en le reportant en arrière, on recule trop la lune dans son orbite, ce qui diminue sa longitude.

Mais ce résultat acquiert une nouvelle évidence, lorsque l'on emploie d'autres éclipses observées entre la précédente et nous; car si le mouvement de la lune s'est réellement accéléré dans l'intervalle, nous devons encore trouver, d'après les tables, une longitude trop petite; mais l'époque de l'observation étant plus rapprochée, l'erreur doit être moindre que dans le cas précédent. Cela est tout-à-fait confirmé lorsque l'on calcule les éclipses

(a) Elle fut observée à Babylone le 19 mars, 721 ans avant l'ère chrétienne. La lune commença à être éclipsée une heure environ après son lever. Lalande a calculé cette éclipse dans son Mémoire sur l'équation séculaire de la lune. Acad. des Sciences, 1757, page 429.

observées au Caire, par Ibn-junis, astronome arabe du dixième siècle (a).

Un pareil accord ne peut laisser aucun doute sur la réalité du phénomène; et il en résulte incontestablement que le mouvement de la lune s'est accéléré depuis les Chaldéens jusqu'aux Arabes, et des Arabes jusqu'à nous.

337. Pour représenter cette accélération, il faut ajouter au mouvement séculaire de la lune un terme proportionnel au carré du tems, et un autre plus petit proportionnel à son cube (b); c'est ce qu'on nomme *l'équation séculaire* de la lune. Avec cette correction, les tables actuelles satisfont aux observations les plus anciennes, et on peut les étendre à mille ou douze cents ans au-delà de l'époque présente.

Mais il ne faut pas croire que cette accélération sera constamment croissante, et que la formule précédente pourra toujours suffire pour les représenter: la théorie de l'attraction, qui a fait connaître sa cause, a montré qu'elle est périodique et liée aux variations qu'éprouve l'excentricité de l'orbe terrestre; ensorte qu'après avoir augmenté jusqu'à un certain terme, elle se changera en un retardement; mais l'étendue de cette période est très-considérable, et l'intervalle qui nous sépare des observa-

---

(a) Le manuscrit qui renferme ces observations a été traduit par Caussin, et inséré dans les Mémoires de l'Institut, au quatrième volume des manuscrits.

(b) En nommant i le nombre des siècles écoulés depuis 1750, la formule de cette correction est

$$31'',424757 \cdot i^2 + 0'',0572174_2 \cdot i^3$$

Mécanique céleste, tome III, p. 273.

tions les plus anciennes n'a développé qu'une très-petite partie de sa révolution. Les inégalités qui en résulteront dans le mouvement de la lune, s'éleveront au moins au quarantième de la circonférence. La postérité, qui observera ces grands phénomènes, remarquera sans doute avec quelque reconnaissance, que les géomètres de ce siècle les ont prévus, calculés, et ont préparé à leurs successeurs les moyens de juger des états passés et futurs du système du monde, avec autant de certitude que de son état présent.

Ce fut le célèbre astronome Halley qui découvrit le premier les effets de cette accélération ; c'est Laplace qui, par une analyse très-profonde, en a fait connaître la cause et la loi. On ne sait ici lequel admirer le plus de l'observateur et du géomètre Sans doute le dernier résultat est plus satisfaisant, et sur-tout plus utile pour la science ; mais il fallait aussi quelque force de tête pour douter de l'uniformité des moyens mouvemens, admise depuis deux mille ans comme principe.

338. La variation du mouvement de la lune influe sur la durée de ses révolutions tropiques, synodiques et sydérales, qui sont différentes dans différens siècles. Il sera donc à jamais impossible de trouver des périodes qui accordent pendant long-tems les mouvemens de la lune et du soleil par un nombre exact de révolutions. De semblables périodes ne pourront tout au plus servir que pendant un petit nombre de siècles, et les efforts que l'on tenterait pour leur conserver plus long-tems leur exactitude, seraient toujours inutiles.

CHAPITRE VII.

Des équations séculaires qui affectent les élémens de l'orbe de la lune.

339 Le mouvement du périgée lunaire n'est pas uniforme; il est assujetti à une équation séculaire analogue à celle du moyen mouvement, et dépendante de la même cause. La comparaison des observations anciennes avec les modernes, met ce résultat hors de doute; mais c'est à la théorie de l'attraction que sa découverte est due. Cette inégalité est égale à celle du moyen mouvement multiplié par le coefficient — 3,00052 de (a).

340. Le mouvement des nœuds est aussi assujetti à une inégalité semblable, et de même signe que celle du périgée; elle est égale à celle du moyen mouvement multiplié par — 0,735452 (b); ces résultats sont confirmés par les observations.

341. On voit, par ce rapprochement, que l'équation séculaire diminue la longitude du périgée et des nœuds, orsqu'elle augmente le moyen mouvement de la lune, et

(a) C'est-à-dire qu'en représentant par k l'équation séculaire du moyen mouvement, il faut ajouter le terme — 3,00052. k à la longitude moyenne du périgée, calculé d'après la durée de la révolution tropique. Mécanique céleste, tome III, page 247.

(b) C'est-à-dire qu'il faut ajouter — 0,735452. k à la longitude moyenne du nœud.

réciproquement ; d'où il suit que le mouvement du périgée et des nœuds se ralentit quand celui de la lune s'accélère, et qu'au contraire il s'accélère quand celui de la lune se ralentit. De plus, ces inégalités sont liées entre elles par des rapports très-simples, puisqu'elles sont représentées par les nombres 1 ; — 3,00052 ; —0,735452.

342. La révolution anomalistique dépendant, à-la-fois, du mouvement de la lune et de celui du périgée, est également modifiée par l'équation séculaire. Il en est de même de toutes les quantités qui dépendent du périgée et des nœuds.

343. La théorie de l'attraction a fait voir que la distance de la lune à la terre, l'excentricité et l'inclinaison de son orbite, sont pareillement assujetties à des équations séculaires liées à celles du moyen mouvement. Mais leur effet jusqu'à présent a été très-peu sensible. Cependant, par la suite des siècles, il deviendra nécessaire d'y avoir égard, et on les a calculées d'avance. L'expression du grand axe de l'orbite ne renferme aucune inégalité de ce genre ; c'est encore un résultat de la théorie.

C'est Laplace qui a dévoilé tous ces rapports ; il y a été conduit par la connaissance de la cause qui produit l'équation séculaire du moyen mouvement. Il est rare qu'une grande découverte n'ait pas des applications importantes et multipliées.

sous lequel on verrait, de cet astre, un rayon mené du centre de la terre à l'observateur. Puisque cette parallaxe est différente dans les divers lieux lorsque les diamètres apparens de la lune sont les mêmes, il en résulte que tous les rayons de la terre ne sont pas égaux entre eux, et qu'ainsi la surface de la terre n'est pas parfaitement sphérique. La lune nous indique donc par les variations de sa parallaxe, les inégalités de la surface terrestre, comme elle nous avait indiqué la rondeur de la terre par ses éclipses.

L'inégalité des rayons terrestres influent donc sur les positions apparentes de la lune, observées à différentes latitudes. Elle y influe encore dans le même lieu, selon les plans verticaux dans lesquels la lune se trouve au moment de l'observation. Il est très-nécessaire d'avoir égard à ces différences quand on veut calculer avec exactitude les positions apparentes de la lune ; car la supposition de la sphéricité de la terre entraînerait souvent des erreurs considérables, sur l'époque d'une conjonction, ou de tel autre, phénomène qu'il serait important de déterminer. Aussi a-t-on construit des tables qui donnent ces résultats tout calculés pour diverses latitudes. Pour les obtenir, on est obligé de faire une hypothèse sur la figure de la terre, et on la suppose ordinairement elliptique, ce qui donne une suffisante exactitude (a).

328. En divisant le demi-diamètre apparent de la lune par sa parallaxe horizontale, on trouve entre ces quantités un rapport constant, qui est celui des rayons de la lune

(a) Lalande, troisième Mémoire sur la parallaxe de la lune. Acad. des Sciences, 1756, page 364.

et de la terre. Ce rapport est à fort peu près égal à $\frac{1}{60}$, comme on peut s'en assurer par les valeurs précédentes. Ce résultat une fois connu, on s'en sert pour calculer la parallaxe horizontale de la lune, d'après les observations de son diamètre apparent.

329. La lune décrivant son cercle diurne autour de la terre; chaque observateur placé sur la surface terrestre, la voit plus près, lorsqu'elle est au zénith, que lorsqu'elle est à l'horizon. Cette différence produit un effet sensible sur son diamètre apparent, qui augmente à mesure qu'elle s'élève. Cet accroissement est facile à calculer, et sa valeur totale depuis l'horizon jusqu'au zénith est d'environ $\frac{1}{15}$, parce que dans l'intervalle, la distance de la lune à l'observateur se trouve diminuée d'une quantité égale au rayon de la terre, qui en est à-peu-près la soixantième partie (a).

(a) Voyez la note 2 à la fin du livre.

positions redeviennent exactement les mêmes, et repassent ensuite par les mêmes périodes d'accroissement et de diminution : or, ces positions sont elles-mêmes déterminées par des angles connus, et dont les variations peuvent être sans cesse observées ou calculées. En comparant la marche de ces variations avec celle des diverses inégalités, pendant de longs intervalles, on parvient enfin à découvrir celles qui se correspondent. On connaît ainsi les angles d'où dépend chaque inégalité, et d'après les variations que les angles éprouvent, on peut suivre ou prévoir les changemens que cette inégalité subit.

348. Pour représenter d'une manière commode les lois de ces changemens; on a cherché des quantités qui eussent aussi la propriété de croître et de décroître d'une manière périodique, et qui fussent liées par des rapports très-simples avec les angles observés. C'était en effet une hypothèse très-naturelle que de comparer à ces fonctions la marche des inégalités périodiques. Les sinus des angles sont très-propre à remplir cet objet, comme on l'a vu dans la théorie du soleil; c'est pourquoi on les a fait servir à cet usage (a).

(a) Pour représenter ainsi une inégalité lorsqu'on a déterminé par l'observation les angles dont elle dépend, on cherche les valeurs de ces angles, pour lesquelles elle est la plus petite ou la plus grande. On conclut de ces remarques le sinus qui est propre à la représenter, et auquel on la suppose proportionnelle. Cette hypothèse donne des termes de la forme k . sin. E, dans lesquels E est l'angle ou l'*argument* de l'inégalité, et k un nombre constant que l'on nomme *coefficient*, et par lequel il faut multiplier sin. E pour

349. Lorsqu'on a ainsi l'expression d'une inégalité, il est facile de calculer la durée de sa période, c'est-à-dire, le tems nécessaire pour qu'elle passe successivement par toutes ses valeurs. Ce tems doit être tel que l'argument varie dans l'intervalle de 400°, ou d'une circonférence entière, puisque c'est seulement alors que les sinus reprennent leurs premières valeurs. Ainsi, pour que la période soit terminée, il faut que cette condition soit remplie. On obtient ainsi sa durée par une simple proportion, quand on connaît la variation de l'argument pour un tems donné, et cela est toujours facile, puisque l'on connaît les angles dont cet argument se compose.

L'expérience a fait voir que toutes les inégalités périodiques des mouvemens célestes peuvent être représentées de cette manière, soit par un seul terme, soit par plusieurs, mais toujours en assez petit nombre. La théorie, en soumettant immédiatement ces mouvemens au calcul, a confirmé cette remarque et a fourni des moyens directs pour découvrir le rapport des angles et des inégalités.

350. En réunissant tous ces résultats, on conçoit qu'il

---

avoir la valeur absolue de l'inégalité correspondante à l'angle E. On suppose pour plus de simplicité que les sinus dont on fait usage sont pris dans un cercle dont le rayon est égal à l'unité, et comme la plus grande valeur que puisse prendre un sinus est d'être égal au rayon du cercle, la plus grande valeur de sin. E sera de devenir égale à l'unité; alors k, sin. E, se réduira à k : c'est la plus grande valeur de l'inégalité; dans tout autre cas, sin. E sera moindre que le rayon, ou au-dessous de l'unité. Il sera donc exprimé par une fraction, et k. sin. E, sera plus petit que k.

doit être possible de calculer d'avance le *lieu vrai* de la lune, pour un instant quelconque.

En effet, cet instant étant connu, on cherche d'abord le lieu du nœud et l'inclinaison de l'orbite.

On calcule ensuite l'expression de la longitude de la lune pour la même époque, en employant toutes les inégalités reconnues par la théorie et l'observation. On a ainsi le vrai lieu de la lune, projeté sur l'écliptique, et d'après la connaissance que l'on a de l'inclinaison de l'orbite et de la position du nœud, on peut calculer la direction du rayon vecteur. Après quoi la parallaxe donne la longueur du rayon vecteur ou la distance, et l'on connaît par ces résultats la position réelle de la lune sur son orbite et dans l'espace.

Si on effectue les mêmes calculs pour un grand nombre d'instans très-rapprochés les uns des autres, on peut d'après cette réunion de résultats, prédire le lieu de la lune pour tous les instans; et en les réduisant en tables faciles à consulter, on aura des *tables de la lune*, parfaitement exactes.

On trouve dans la troisième édition de l'Astronomie de Lalande, des tables toutes calculées, avec la manière de s'en servir. On pourra donc les consulter au besoin. Mon objet, dans ce chapitre, était seulement de faire comprendre comment on a pu les former. On verra plus tard que les recherches isolées et minutieuses qui ont donné, après tant d'efforts, les valeurs des inégalités lunaires, peuvent être réunies sous un point de vue général, et déduites d'un seul principe qui s'applique également à tous les mouvemens célestes, celui de *l'attraction universelle*.

351. Mais comme je ne puis pas exposer ici l'analyse profonde qui sert à découvrir ces rapports, je vais du moins indiquer la méthode en quelque sorte expérimentale que l'on a d'abord employée pour les trouver. Je le ferai d'autant plus volontiers que cette méthode est très-propre à faire concevoir la loi des diverses inégalités, et qu'elle est encore d'un grand secours pour découvrir les angles dont elles dépendent. Mais, pour ne pas arrêter les commençans, j'ai rassemblé ces considérations dans les trois chapitres suivans, qu'ils peuvent passer à la première lecture, parce qu'ils ne sont pas exempts de quelques difficultés.

CHAPITRE IX.

Des inégalités périodiques qui affectent la longitude de la lune.

352. Les inégalités périodiques du mouvement lunaire sont de trois sortes, qui se rapportent aux trois coordonnées par lesquelles on détermine la position de la lune dans son orbite. Les unes affectent la longitude de cet astre, d'autres sa latitude, d'autres son rayon vecteur. Nous les considérerons successivement.

Les inégalités qui affectent la longitude elliptique de la lune augmentent ou diminuent l'équation du centre. Leur effet devient sensible, parce que la lune s'éloigne de son lieu moyen, tantôt plus, tantôt moins qu'elle ne devrait faire d'après les seules lois du mouvement elliptique.

353. La plus considérable de ces inégalités, et celle que l'on a reconnue la première se nomme l'*évection*. Elle fut découverte par Ptolémée. Son effet général et constant est de diminuer l'équation du centre dans les sygigies, et de l'augmenter dans les quadratures. Si cette diminution et cet accroisement étaient toujours les mêmes, l'évection ne dépendrait que de la distance angulaire de la lune au soleil ; mais sa valeur absolue varie aussi avec la distance de la lune au périgée de son orbite. Après de longues suites d'essais et d'observations, on est parvenu à représenter très-exactement cette inégalité, en la supposant proportionnelle au sinus du double de la dis-

tance angulaire de la lune au soleil, moins l'anomalie moyenne de la lune. Le coefficient de cette proportionnalité est 1°,4902. La période de l'évection diffère peu d'une révolution périodique de la lune, elle est de $27^j,178533$ (a).

354. On observe encore dans le mouvement lunaire une grande inégalité qui disparaît dans les sygigies et dans les quadratures, et qui atteint sa plus grande valeur lorsque la lune est dans les octants. Cette inégalité dépend donc de la distance angulaire de la lune au soleil, et comme elle parcourt toute sa période pendant que cette distance augmente de 100°, on en a conclu qu'elle est proportionnelle au sinus du double de cette distance angulaire. On la nomme *variation ;* sa durée est d'une demi-révolution synodique ; elle a été découverte par Tycho Brahé, astronome célèbre, et maître de Képler (b).

355. Enfin, le mouvement de la lune s'accélère annuellement quand le soleil se rapproche de la terre, et se ralentit quand cet astre s'éloigne, d'où résulte une troisième inégalité connue sous le nom d'*équation annuelle.* La période est une année solaire anomalistique. On s'aperçoit de son existence en calculant plusieurs lieux de la lune pour diverses saisons de l'année, et les comparant aux observations ; car, quoiqu'on emploie dans le calcul l'évection et la variation, pour corriger le mouvement elliptique, les résultats s'écartent de la vérité d'une manière fort sensible ; et ces écarts suivent, dans leur étendue et leur signe, des périodes régulières. Par

(a) Voyez la note 3 à la fin du livre.

(b) Voyez la note 4, à la fin du livre.

exemple, si la première observation qui sert d'époque, est faite dans le mois de janvier, vers le tems où le soleil est périgée, et qu'on veuille ensuite calculer le lieu de la lune pour un jour du mois de mars, d'après le tems écoulé entre ces deux époques, on la trouve moins avancée, suivant le calcul, que ne l'indique l'observation. La différence augmente jusqu'à ce que le soleil ait atteint sa moyenne distance ; alors elle diminue peu à peu, et devient nulle quand le soleil est à l'apogée de son orbite. A cet instant, les observations et le calcul s'accordent. De-là jusqu'au retour du soleil au périgée, les mêmes erreurs se reproduisent dans un ordre inverse, c'est-à-dire, que les lieux de la lune donnés par le calcul, sont plus avancés que ne l'indique l'observation : la différence augmente ainsi jusqu'à ce que le soleil ait atteint sa moyenne distance ; l'erreur diminue depuis cette époque jusqu'au périgée, où elle est nulle de nouveau. Ces écarts réglés et périodiques indiquent évidemment l'existence d'une inégalité qui dépend de la distance du soleil au périgée de son orbite, ou de son anomalie moyenne. Tel est en effet l'argument de *l'équation annuelle*. Il est visible que sa période est une année solaire anomalistique (a).

356. On suppléerait à cette inégalité, et on pourrait même la supprimer entièrement, dans la théorie de la lune, si l'on modifiait en conséquence l'équation du tems, ce qui reviendrait à supposer le lieu de cet astre plus ou moins avancé dans son orbite qu'il ne l'est réellement. En effet, par suite de cette altération, on pourrait combiner l'erreur

(a) Voyez la note 5 à la fin du livre.

de l'époque de manière à compenser la variation de la vîtesse. Si l'on calculait, par exemple, le lieu de la lune pour le 21 mars, lorsque son mouvement s'accélère, et que le tems moyen correspondant à cette époque, fût plus grand que le véritable, de toute la quantité correspondante à cette accélération, il est évident qu'en calculant d'après ce tems fictif, on trouverait la lune dans sa position véritable. Aussi Tycho Brahé, qui découvrit sa variation annuelle, la présenta sous cette forme, en employant pour calculer les lieux de la lune, une équation du tems différente de la véritable; en quoi il fut suivi depuis par plusieurs observateurs; mais maintenant qu'on connaît la véritable loi de l'équation annuelle, on a abandonné cette manière imparfaite et compliquée d'en faire usage, et on l'introduit immédiatement dans la théorie de la lune, sous la forme que nous avons indiquée.

357. Les trois inégalités dont nous venons de parler, l'*évection*, la *variation* et l'*équation annuelle*, sont les plus sensibles de celles qui affectent la longitude elliptique de la lune pendant de courts intervalles, mais elles sont loin d'être les seules; les recherches profondes de l'analyse, comparées avec de longues séries d'observations, en ont fait connaître beaucoup d'autres qui, par leur complication et leur petitesse, seraient restées toujours insensibles aux observateurs. Ces petites inégalités doivent donc être considérées comme autant de corrections à faire aux trois inégalités précédentes, de même que celles-ci servent de corrections au mouvement elliptique: on les trouve toutes calculées dans les tables.

Mais parmi les diverses inégalités de la longitude de la lune que la théorie a fait connaître, il en est une que je ne dois pas omettre. Non seulement sa connaissance est

très-importante pour la formation des tables de la lune, mais sa découverte qui est moderne, offre un exemple frappant de la manière dont les inégalités se développent, et montre en même tems l'usage que l'on doit faire et qu'on fait des observations pour rectifier le moyen mouvement par des corrections successives. Voici, en peu de mots, le détail de cette découverte, qui a porté la connaissance des mouvemens de la lune, au dernier degré de précision.

358. Les tables lunaires insérées dans la troisième édition de l'astronomie de Lalande, supposent un mouvement séculaire tropique égal à 534742°,096290. L'époque de 1750, c'est-à-dire, la longitude moyenne de la lune, le 31 décembre 1749 à midi moyen, est, suivant ces tables, égale à 209°,20820. Avec ces données, on peut calculer toute autre époque antérieure ou postérieure à 1750. Il suffit d'ajouter ou d'ôter le mouvement de la lune dans l'intervalle.

Par exemple, pour avoir l'époque de 1756, on prendra

l'époque de 1750, qui est.	209°,20820
On y joindra le mouvement pour six années communes, en rejetant les circonférences entières, ce sera.	62°,56508
Plus, le mouvement pour deux jours, à cause des deux bissextiles.	29°,28088
Enfin, l'équation séculaire, qui donne en 6 années	0°,00001
Ajoutant ces résultats, on trouve . .	301°,05417

C'est la longitude moyenne de la lune, ou l'époque pour l'année 1756.

Il est clair que cette époque pourrait s'obtenir également

ment par les observations, si l'on en avait qui fussent faites vers 1756.

C'est ce qu'ont exécuté Mason et Bouvard, au moyen des observations de Bradley, et ils ont trouvé un résultat exactement égal au précédent.

Mais en déterminant de même l'époque de 1691, par plus de deux cents observations de Lahire, on la trouve moindre que par les tables : l'erreur de celles-ci est - 13″,58, c'est-à-dire, qu'à cette époque, la lune était moins avancée de 13″,58 que les tables ne l'indiquent. Ainsi, depuis 1691 jusqu'à 1756, elle a décrit un plus grand arc que ces tables ne le supposent. Son mouvement, dans cet intervalle, était donc plus fort que celui des tables ; car sans cela, se trouvant en arrière en 1691, elle n'aurait pas pu en 1756, s'accorder précisément avec elles.

Au contraire, depuis 1756, le mouvement donné par les tables est devenu plus fort que le mouvement réel ; car en calculant les époques des années suivantes, on les trouve toujours moindres que par les observations. La série des erreurs est même croissante, comme on le voit par le tableau suivant.

ANNÉES.	ERREURS DES TABLES.
1766	9″,26
1779	28″,09
1789	54″,32
1801	87″,96

359. Ces résultats indiquaient évidemment qu'en calculant d'après les observations le mouvement moyen des tables, on avait enveloppé dans sa valeur les résultats de quelque inégalité à longue période, dont on ignorait

ment corrigé, les véritables époques des années suivantes. Mais ces corrections étant toutes liées entre elles, ne pouvaient pas s'obtenir isolément. Quand les observations donnent l'erreur des tables, elles ne font connaître que le résultat général de toutes les causes d'erreur dont ces tables sont affectées ; elles ne distinguent pas séparement ce qui appartient à chacune d'elles. Il faut donc regarder toutes ces corrections comme autant d'inconnues liées entre elles par certains rapports, et que l'on doit représenter par autant de quantités indéterminées. On calcule d'après ces rapports l'expression analytique de l'influence que chaque erreur doit avoir sur le résultat définitif, et l'ensemble de ces erreurs hypothétiques doit égaler l'erreur totale réellement indiquée par l'observation. En un mot, il faut employer la *méthode des équations de condition*, dont nous avons déjà apprécié l'utilité dans la théorie du soleil, et dont cet exemple nous offre une nouvelle application.

362. Laplace a trouvé de cette manière 47″,51 pour le coefficient de cette inégalité, 39″,44 pour la correction de l'époque des tables en 1750, et 98″,654 pour la diminution séculaire du moyen mouvement, diminution qui doit être multipliée par le nombre des siècles écoulés après 1750, et qui devient par conséquent additive avant cette époque (a).

(a) Voyez la note 6 à la fin du livre.

CHAPITRE X.

Des inégalités périodiques qui affectent la latitude de la lune.

363. Jusqu'ici nous n'avons considéré que les inégalités qui affectent la longitude elliptique de la lune ; il en est d'autres qui changent sa distance au plan de l'éclipfique, ou sa latitude. La plus remarquable est celle qui fait varier l'inclinaison de l'orbe lunaire ; elle s'élève à $0^{\circ},1631$ dans son maximun, et a pour argument le double de la distance du soleil au nœud ascendant de l'orbe lunaire. Elle est proportionnelle au cosinus de cet angle, c'est-à-dire, au sinus de son complément. Sa période est, par conséquent, égale à une demi révolution des nœuds de la lune, puisque dans cet intervalle, son argument varie de 400°.

Ticho découvrit le premier cette inégalité, en comparant entre elles les plus grandes latitudes de la lune, observées à des époques différentes, et dans différentes positions de cet astre, par rapport aux nœuds de son orbite : il vit que ces latitudes ne sont pas toujours les mêmes. Elles s'écartaient, tantôt en plus, tantôt en moins, de la valeur moyenne, que nons avons dit être égale à $5^{\circ},7188$; et comme les plus grandes latitudes de la lune donnent immédiatement l'inclinaison de son orbite sur le plan de l'écliptique, il s'ensuivait nécessairement que cette inclinaison varie. Ticho alla plus loin, et par une longue suite d'observations, il détermina la

loi de cette inégalité, qu'il présenta sous une forme différente de celle que nous lui donnons ici, mais qui revient au même pour les résultats.

Il y a plusieurs autres inégalités qui affectent la latitude de la lune et l'inclinaison de son orbite, et on les a jointes aux tables avec les précédentes; mais elles n'ont été bien déterminées que par la théorie, c'est pourquoi je n'en parlerai point ici. Mon but, dans cet exposé, est seulement de donner une idée des secours que l'observation et la théorie ont pu se fournir réciproquement.

CHAPITRE XI.

Des inégalités périodiques qui affectent le rayon vecteur lunaire.

364. Il nous reste à considérer les inégalités périodiques qui affectent la distance de la lune à la terre, ou son rayon vecteur, dernière donnée nécessaire pour déterminer sa position dans l'espace.

Les variations du rayon vecteur lunaire, ne suivent pas exactement les lois du mouvement elliptique; elles s'en écartent d'une manière très-sensible, quelquefois en plus, et quelquefois en moins. On s'apperçoit de ces écarts en comparant entre elles les distances de la lune à la terre, observées dans le même point de son ellipse à des époques différentes, ou, ce qui revient au même en comparant les parallaxes d'après lesquelles ces distances sont calculées; car on découvre que ces parallaxes ne sont pas toujours les mêmes, et leurs changemens ont des rapports marqués avec les positions de la lune à l'égard du soleil. On trouve ainsi que la plus petite parallaxe $0°,99567$, a lieu lorsque la lune est apogée et en conjonction, la plus grande $1°,13714$, lorsqu'elle est périgée et en opposition. Mais la réunion de ces circonstances est nécessaire, pour obtenir les valeurs extrêmes. Souvent la parallaxe périgée est moindre que $1°,13714$, et souvent la parallaxe apogée surpasse $0°,99567$.

365. Ces résultats nous montrent que l'ellipse lunaire ne conserve pas toujours les mêmes dimensions ; elle se dilate et se resserre successivement : ces phénomènes sont donc produits par des inégalités périodiques, qui affectent le rayon vecteur de la lune. Leur effet consiste à éloigner et à rapprocher tour-à-tour la lune de la terre, en la faisant ainsi osciller dans des limites peu étendues autour d'une distance moyenne qu'il s'agit de déterminer, et à laquelle toutes les inégalités périodiques doivent s'appliquer alternativement en plus ou en moins.

La théorie de l'attraction ayant fait connaître les forces qui agissent sur la sphéroïde lunaire, a donné le moyen de déterminer cette distance moyenne et la nature des inégalités qui l'affectent ; mais comme les observations astronomiques donnent immédiatement la valeur de la parallaxe, et qu'on peut en déduire celle du rayon vecteur par une simple proportion, on a trouvé plus commode et plus exact de chercher directement par la théorie les inégalités de la parallaxe, pour être plus à portée de les suivre et de les vérifier par l'observation. Mais alors il faut de même déterminer une parallaxe moyenne dont toutes les autres s'écartent également en plus et en moins, par l'effet des inégalités : c'est ce que l'on nomme la *constante de la parallaxe.*

Pour la déterminer, on a d'abord fait usage des observations ; en appliquant aux parallaxes observées toutes les inégalités que la théorie avait fait connaître, le reste était la constante de la parallaxe ; mais par une étude plus approfondie, Laplace est parvenu à déduire de la théorie elle-même cet élément important. Sa valeur est 1°,056841 (a); Elle donne une distance moyenne égale à 60,237990

rayons terrestres, environ 86261 lieues. Le diamètre apparent qui y corresponde est $\frac{c}{11}$. 1°,056841, ou 0°,57646.

Il serait impossible de faire entendre, sans le secours du calcul, la manière dont on a pu conclure la valeur de cette constante par la seule théorie. On trouvera ces beaux résultats exposés avec détail dans la Mécanique Céleste. Je me borne ici à remarquer que la valeur 1°,0568 n'est pas moyenne arithmétique entre les valeurs 1°,13714 ; et 0°,99567 des parallaxes extrêmes ; elle se rapproche un peu plus de la seconde que de la première.

(a) Mécanique Céleste, tome III, page 248.

CHAPITRE XII.

De la libration de la lune, et de la situation de son équateur.

366. L'OBSERVATION suivie des taches de la lune prouve que cet astre nous présente toujours à-peu-près la même face. Ainsi pendant qu'il fait une révolution autour de la terre, son hémisphère opposé répond successivement à tous les points du ciel qui se trouvent dans le plan de son orbite. Il a donc réellement un mouvement de rotation sur lui-même.

On reconnaît l'existence de ce mouvement d'une manière encore plus frappante, en rapportant les positions successives de la lune à un point très-éloigné comme le soleil; car la face qu'elle nous présente est tantôt tournée vers cet astre, et tantôt lui est opposé. Un observateur placé dans le soleil, verrait donc la lune tourner sur elle-même dans le cours d'une révolution synodique. Vue des étoiles, le tems de cette rotation serait le même que la révolution sidérale de la lune : par rapport aux points équinoxiaux, supposés fixes dans le ciel, ce serait la révolution tropique.

Le désir de déterminer l'axe de rotation et le plan de l'équateur lunaire, a fait observer les taches de la lune avec beaucoup de soin. Deux circonstances facilitaient cette recherche : ces taches sont permanentes, et

on peut, en général, les observer pendant la durée entière d'une même révolution.

Ces taches offrent quelques variétés dans leurs positions apparentes sur le disque lunaire; on les voit s'approcher et s'éloigner alternativement de ses bords. Celles qui en sont voisines disparaissent et reparaissent successivement en faisant ainsi des oscillations périodiques. Cependant comme les taches elles-mêmes ne paraissent pas éprouver de changemens sensibles dans leurs positions respectives, et qu'on finit ordinairement par les revoir sous la même grandeur et sous la même forme, lorsqu'elles sont revenues à la même position, on en a conclu qu'elles sont fixes sur la surface de la lune. Leurs oscillations semblent donc indiquer dans le globe lunaire, une sorte de balancement auquel on a donné le nom de *libration*, d'un mot latin, qui signifie *balancer*.

Mais en adoptant cette expression, qui peint bien les apparences observées, il ne faut pas lui donner un sens positif, car le phénomène lui-même n'a rien de réel; ce n'est qu'un résultat composé de plusieurs illusions optiques.

367. Pour concevoir et démêler ces illusions, ramenons-nous à des termes précis. Imaginons un rayon visuel mené du centre de la terre au centre de la lune. Le plan mené par ce centre perpendiculairement à ce rayon, coupe le globe lunaire suivant une circonférence de cercle qui est pour nous le disque apparent. Si la lune n'avait point de mouvement de rotation réel, son seul mouvement de révolution nous découvrirait successivement tous les points de sa surface : le rayon visuel rencontrerait donc successivement cette surface en différens points, que nous verrions passer les uns après les autres au

centre apparent du disque lunaire. Le mouvement réel de rotation contrarie les effets de cette rotation apparente, et ramène constamment vers nous la même face du globe lunaire : voilà pourquoi nous ne découvrons jamais la face opposée.

Supposons maintenant que la rotation de la lune soit sensiblement uniforme ; c'est-à-dire, qu'elle ne participe pas aux inégalités périodiques : cette supposition est au moins la plus naturelle que l'on puisse faire, et la théorie a prouvé qu'elle est rigoureuse. Alors une des causes qui produisent la libration devient évidente ; car le mouvement de révolution participant aux inégalités périodiques, est tantôt plus lent, tantôt plus rapide. La rotation apparente qu'il occasionne ne peut donc pas toujours contrebalancer exactement la rotation réelle, qui reste constamment la même, et ces deux effets se surpassent tour-à-tour. Les points du globe lunaire doivent donc paraître tourner tantôt dans un sens, tantôt dans un autre, autour de son centre, et l'apparence qui en résulte est la même que si la lune avait un petit balancement de part et d'autre du rayon vecteur mené de son centre à la terre. C'est ce que l'on nomme la *libration en longitude*.

Plusieurs causes accessoires, mais sensibles, modifient ce premier résultat.

Les taches de la lune ne conservent pas toujours la même élévation au-dessus du plan de son orbite ; quelques-unes même, par l'effet de la rotation, passent d'un côté de ce plan au côté opposé. Ces circonstances indiquent un axe de rotation qui n'est pas exactement perpendiculaire au plan de l'orbe lunaire ; or, selon que cet axe nous présente sa plus grande ou sa plus petite

obliquité, il doit nous découvrir successivement les deux pôles de rotation du sphéroïde lunaire : nous devons donc apercevoir dans certains tems quelques-uns des points situés vers ces pôles, et les perdre de vue ensuite, lorsqu'ils se rapprochent du bord apparent ; c'est ce que l'on nomme la *libration en latitude*. Elle est peu considérable, ce qui indique que l'équateur de la lune diffère très-peu du plan de son orbite.

Enfin, une troisième illusion provient de ce que l'observateur est placé à la surface de la terre, et non à son centre. C'est vers ce centre que la lune tourne toujours la même face, et le rayon visuel, mené de là au centre de la lune, rencontrerait toujours sa surface au même point, abstraction faite des inégalités précédentes. Il n'en est pas de même du rayon visuel mené de la surface de la terre ; ce rayon fait un angle sensible avec le précédent, à raison de la proximité de la lune ; cet angle, à l'horizon, égale la parallaxe horizontale ; par suite de cette différence, le contour apparent du sphéroïde lunaire n'est pas le même pour le centre de la terre et pour l'observateur placé à sa superficie. Celui-ci, lorsque la lune se lève, découvre vers son bord supérieur, quelques points que l'on n'aperçoit pas du centre de la terre. A mesure que la lune s'élève sur l'horizon, ces points s'approchent du bord supérieur du disque, et enfin disparaissent, tandis que d'autres se découvrent vers son bord inférieur : le même effet se continue pendant tout le tems que la lune est visible, et comme la partie de son disque qui paraît en haut à son lever, se trouve en bas à son coucher ; c'est à ces deux instans que la différence est sur-tout sensible. Ainsi, dans son mouvement diurne, le globe lunaire paraît osciller autour du rayon vecteur, mené de

Si, par le centre de la lune, on mène trois droites perpendiculaires à ces trois plans, et qu'on prolonge indéfiniment ces droites jusqu'à la sphère céleste, elles y marqueront trois points que nous nommerons les *pôles* de l'écliptique, de l'orbe et de l'équateur lunaire. A cause de l'immense éloignement de la sphère céleste, ces pôles seront les mêmes que pour des droites parallèles menées du centre de la terre. Ainsi pendant le mouvement des nœuds, les pôles de l'équateur et de l'orbe lunaire décriront sur la sphère céleste de petits cercles parallèles à l'écliptique, en comprenant toujours entre eux le pôle de l'écliptique supposé immobile dans le ciel.

Ces résultats, qui forment une des plus belles découvertes de l'astronomie moderne, sont dus à Dominique Cassini.

373. Nous avons vu qu'il existe dans le moyen mouvement de la lune, des variations séculaires qui doivent y produire à la longue des changemens très-considérables. Si le mouvement de rotation de la lune restait toujours le même et ne participait point à ces inégalités, il cesserait bientôt de contre-balancer exactement le mouvement de révolution, et la lune se détournant peu-à-peu pour nous, on devrait, par la suite des siècles, découvrir successivement tous les points de sa surface; mais la théorie a prévu d'avance que cela ne doit point arriver. Le mouvement de rotation de la lune, indépendant de ses inégalités périodiques qui affectent le mouvement de révolution, est assujetti aux mêmes inégalités séculaires. Ces mouvemens s'altéreront donc peu-à peu par les mêmes périodes en se contre-balançant toujours, et la face de la lune opposée à celle qu'elle nous présente, nous sera éternellement cachée.

CHAPITRE

CHAPITRE XIII.

Sur la forme et la constitution physique du sphéroïde lunaire.

374. Nous avons vu dans l'article 328, que le rapport des rayons de la lune et de la terre est à fort peu près égal à $\frac{1}{11}$. Si nous supposons ces deux corps sphériques, le rapport de leur volume sera égal au cube du rapport de leurs rayons, c'est-à-dire, à $\frac{1}{1331}$ ou $\frac{1}{49}$, d'où il résulte que *le volume de la lune est environ la quarante-neuvième partie du volume de la terre.*

On a trouvé par la théorie de l'attraction que la masse de la lune est $\frac{1}{68,5}$, celle de la terre étant prise pour unité. Ce rapport est beaucoup au-dessous de $\frac{1}{49}$. La masse de la lune, comparée à celle de la terre, n'est donc pas dans la proportion de son volume, et par conséquent sa densité est moindre que celle du globe terrestre.

On a encore trouvé par la théorie de l'attraction, que la lune n'est pas tout à fait sphérique. Elle doit être, comme le sphéroïde terrestre, un peu aplatie à ses pôles de rotation, et renflée à son équateur.

375. En observant avec soin le disque de la lune lorsqu'il n'est pas entièrement éclairé par le soleil, on remarque sur sa partie obscure des points brillans, dont la lumière s'agrandit et s'étale peu à peu par le progrès des phases. Ces points ne paraissent jamais qu'à peu de distance de la partie éclairée, et lorsqu'ils sont atteints

par la lumière générale, ils sont constamment accompagnés d'une ombre plus ou moins intense, qui tourne avec le soleil, comme ferait une ombre portée, c'est-à-dire, de manière à être toujours opposée à cet astre.

On a conclu de ces phénomènes que les points dont il s'agit, sont des montagnes qui s'élèvent sur la surface de la lune, et dont le soleil frappe le sommet avant d'éclairer la base. Lorsque ces montagnes se trouvent sur le bord du disque de la lune, elles y forment des dentelures sensibles, d'après le diamètre desquelles on a pu mesurer leur hauteur. Elle est pour quelques-unes d'entre elles de plus de 3000 mètres (1500 toises). Les inégalités qui hérissent la surface de cet astre, sont proportionnellement beaucoup plus sensibles que celles de notre globe.

376. On observe aussi sur le disque lunaire des portions assez étendues, qui ne sont jamais autant éclairées que les autres. Elles restent toujours plus ou moins obscures. Il paraît assez naturel de penser que ce sont des vallées ou des cavités profondes. On les avait d'abord prises pour des mers; mais comme il n'existe autour de la lune aucune atmosphère sensible, il s'ensuit qu'il ne saurait y avoir de liquide à sa surface; car on démontre en physique que, sans le poids de l'atmosphère terrestre et des vapeurs qui s'y trouvent, tous les liquides qui sont à la surface de la terre se réduiraient en vapeurs.

Ces circonstances physiques s'opposent à ce que la lune puisse être habitée par des êtres animés, semblables à ceux qui peuplent la surface de la terre, car ils ne pourraient y respirer, ni par conséquent y vivre. Tout doit être calme à la surface de cet astre, et il y règne sans doute un froid excessif; mais peut-être cet état n'a pas toujours

existé : il est possible que la lune ait eu autrefois une atmosphère, qu'alors elle ait été habitée. Voilà ce qui la fait regarder, par quelques philosophes, comme un monde glacé et fini.

377. Enfin, on a quelquefois aperçu sur le disque de la lune des points lumineux qui ont brillé pendant un tems plus ou moins considérable, indépendamment du progrès des phases. On en a vu de semblables, même pendant des éclipses du soleil, lorsque la face que la lune nous présente, est directement opposée à cet astre. L'éclat de ces points s'accroît jusqu'à un certain terme, après quoi ils disparaissent entièrement, et brillent quelquefois de nouveau, après des intervalles irréguliers. Ces circonstances ne permettent pas de douter que les points dont il s'agit ne soient lumineux par eux-mêmes. Il est très-probable que ce sont des volcans qui ont des intermissions, comme l'Etna et le Vésuve. L'extrême rareté de l'atmosphère lunaire, si toutefois elle existe, n'est pas un obstacle à ces combustions, parce qu'on connaît des substances qui développent dans leur ignition le gaz oxigène nécessaire pour que les corps puissent brûler.

CHAPITRE XIV.

Des éclipses.

378. Nous voici arrivés à des phénomènes qui ont été pendant long-tems l'objet de la frayeur des hommes, et qui, par le progrès des lumières, n'excite plus que leur intérêt et leur curiosité.

Je décrirai d'abord les phénomènes généraux que les éclipses présentent; nous déterminerons ensuite les circonstances dans lesquelles elles peuvent arriver; enfin, je donnerai les moyens de les prédire.

Considérons d'abord les éclipses de lune. La terre étant un corps opaque éclairé par le soleil, projette au loin derrière elle une ombre dans l'espace. Quand la lune entre dans cette ombre, elle ne reçoit plus la lumière du soleil, et doit par conséquent s'éclipser.

379. Si, par les bords opposés du disque du soleil, on conçoit des lignes droites qui rasent la surface terrestre, comme A B, A′ B′, voyez fig. 86, ces lignes représenteraient la limite de l'ombre, et comme le soleil est beaucoup plus gros que la terre, elles se croiseront derrière la terre, de sorte que l'ombre aura la figure d'un cône circulaire.

Ainsi lorsque la lune entre dans cette ombre, et qu'une partie de son disque est encore éclairée par le soleil, cette partie n'est pas terminée par une ligne droite, elle a la forme d'un croissant lumineux dont la concavité est tournée vers l'ombre. La même chose arrive quand la lune commence à sortir de l'obscurité.

380. Lorsque la lune approche de l'ombre terrestre, elle ne s'éclipse pas subitement, mais sa lumière s'affaiblit peu à peu, et ce n'est qu'après avoir passé par ces dégradations successives que l'obscurité est la plus intense. Pour concevoir ce phénomène, il faut faire attention qu'un corps opaque placé entre un objet et le soleil, peut ne le lui cacher qu'en partie ; alors l'objet est moins éclairé que s'il recevait toute la lumière de cet astre ; il l'est plus que s'il en était totalement privé ; il existe donc une teinte intermédiaire entre la lumière et l'*ombre pure*. C'est ce qu'on nomme la *pénombre*. Tel est l'effet que la lune éprouve en approchant de l'ombre terrestre.

Pour trouver les limites de la pénombre, concevez deux droites A′B, AB′, qui rasent aussi la surface de la terre et du soleil, mais qui les touchent de dehors en dedans, de manière à se croiser entre ces deux corps, ainsi que le représente la fig. 87. Les angles EBC, E′B′C détermineront l'espace compris par la pénombre, car d'un point situé au-delà de ces limites, on apercevrait le soleil tout entier ; mais d'un point L qui leur serait intérieur, on ne verrait que la partie AL′ du disque de cet astre. Cette portion visible diminue depuis la ligne EB jusqu'à la ligne CB, où elle devient tout à fait nulle, et par conséquent l'intensité de la pénombre va en croissant depuis la première limite où elle commence, jusqu'à la seconde, où elle se confond avec l'ombre pure.

381. Lorsque la lune est éclipsée dans l'ombre de la terre, on ne la perd pas tout à fait de vue. Sa surface est encore faiblement éclairée d'une lumière rougeâtre, à peu près pareille à celle que renvoient les nuages après le coucher du soleil. Cette lumière est produite par les rayons solaires réfractés dans l'atmosphère, et infléchis

Distances du centre de la terre au sommet du cône d'ombre exprimées en rayons terrestres.

Soleil perigée	212,873
Soleil dans la moyenne distance.	216,237
Soleil apogée	220,207

283. La marche de ces valeurs montre que l'ombre s'allonge à mesure que le soleil s'éloigne. On a vu d'ailleurs que la plus grande distance de la lune à la terre n'est que de 63,941145 rayons terrestres, c'est-à-dire beaucoup moindre que les longueurs précédentes; aussi l'ombre projetée par la terre dans l'espace, s'étend bien au-delà de l'orbe de la lune; par conséquent si cet astre se trouvait sur le plan même de l'écliptique, il traverserait cette ombre à chacune de ses révolutions, et il y aurait tous les mois une éclipse de lune.

284. Pour calculer la grandeur des éclipses et leur durée, il est nécessaire de connaître le diamètre de l'ombre terrestre à l'endroit où elle est traversée par l'orbe de la lune. C'est ce qui est très facile; car soit L L', cet orbite supposé circulaire, le demi diamètre apparent de l'ombre vue de la terre à cette distance a pour mesure l'angle L T C qui est lui-même égal à la différence des angles T L F, T C L. Le premier de ces angles est la parallaxe horizontale de la lune; le second, comme on vient

---

en employant toujours la parallaxe moyenne 24″,6, dont les variations sont insensibles, on aura les longueurs du cône d'ombre telles qu'elles se trouvent rapportées dans le texte.

de levoir, est égal au demi diamètre du soleil, diminué de la parallaxe. Ces deux angles étant connus, l'angle LTC, ou le demi diamètre de l'ombre, le sera également. Pour le trouver, il s'agit d'ajouter la parallaxe du soleil à la parallaxe de la lune, et de retrancher de la somme le diamètre apparent du soleil (a).

En calculant sa valeur d'après celle que nous avons trouvée précédemment pour la plus grande parallaxe de la lune, pour la moyenne et la plus petite, on aura le tableau suivant:

Diamètre de l'ombre terrestre à la distance de la lune.

Soleil périgée.	lune apogée.	13932″,2
	lune dans sa moyenne distance.	15062″,8
	lune périgée	16761″,6
Soleil dans sa distance moyenne.	lune apogée.	14033″,6
	lune dans sa moyenne distance.	15164″,2
	lune périgée.	16863″,0
Soleil apogée.	lune apogée	14131″,6
	lune dans sa moyenne distance.	15262″,2
	lune périgée	17961″,0

Le plus grand diamètre apparent de la lune n'étant que de 6207″, on voit qu'il peut toujours être compris et enveloppé dans l'ombre terrestre, qui l'excède même de beaucoup. Ainsi toutes les fois que la lune traverse le centre de cette même ombre, elle doit être entièrement éclipsée

Le tems de sa demeure dans l'ombre dépend de la dif-

(a) D'après cette règle, en nommant p la parallaxe du soleil, P celle de la lune, et D le diamètre apparent du soleil, on aura

Demi-diamètre de l'ombre pure $P + p - \frac{D}{2}$

férence de son diamètre à celui de l'ombre. Pour l'obtenir il suffit de calculer cette différence, et de chercher, d'après le mouvement horaire de la lune, combien cet astre doit mettre de tems à la décrire.

386. Jusqu'ici nous n'avons considéré que l'ombre pure; déterminons maintenant la limite de la pénombre. Soit AB, fig. 91, une droite tangente aux bords opposés de la lune et du soleil, L L' représentant l'orbe de la lune, l'angle L' T C sera la distance de la pénombre à l'axe C T. Or cet angle étant extérieur au triangle C' T L', est égal à la somme des deux intérieurs T L' C', L' C' T qui lui sont opposés. Le premier de ceux-ci est la parallaxe horizontale de la lune; le second est égal à C' A T + C' T A, c'est-à-dire à la parallaxe du soleil plus au demi diamètre de cet astre vu de la terre; par conséquent l'angle C T L' est égal à la somme des parallaxes du soleil et de la lune, augmentées du demi diamètre apparent du soleil,

En retranchant de ce résultat le demi diamètre de l'ombre pure, on aura la largeur de la pénombre. Ce demi diamètre est égal à la somme des parallaxes du soleil et de la lune diminuée du diamètre apparent du soleil; par conséquent, le diamètre de la pénombre est exactement égal au diamètre apparent du soleil.

387. Dans ce qui précède, nous n'avons point eu égard aux réfractions que les rayons du soleil exercent en traversant l'atmosphère de la terre. Il faut maintenant déterminer les changemens que cet atmosphère apporte dans les résultats que nous venons d'obtenir.

Lorsqu'on fait abstraction de l'atmosphère, la limite de l'ombre pure est déterminée par le rayon A B qui touchent les bords correspondans de la terre et du soleil. C est alors le sommet de l'ombre. Mais si l'on a égard à l'at-

mosphère de la terre, le rayon lumineux AB doit être réfracté au point B, et poursuivant sa route, il se repliera derrière la terre, de manière que le sommet de l'ombre pure sera moins éloigné qu'il ne serait sans cette circonstance. Au-delà de cette limite, on commencera à apercevoir, par l'effet de la réfraction, non seulement le bord du soleil, mais une zone de son disque; en s'éloignant de plus en plus de la terre, le disque de cet astre transmis à travers l'atmosphère sera tout entier visible sous la forme d'un anneau lumineux; en s'éloignant encore davantage, les rayons partis du centre de cet astre ne raseront plus la surface de la terre; ils passeront plus haut dans l'atmosphère; et enfin, en s'éloignant encore davantage, le limbe extérieur du soleil commencerait à sortir de l'atmosphère terrestre directement et sans réfraction.

388. Il est très-facile de déterminer exactement ces diverses limites. Pour cela considérons fig. 89, un rayon SB parti du bord du soleil, et rasant la surface terrestre. La courbe décrite par ce rayon autour de la terre, supposée sphérique, sera symétrique de part et d'autre; et si la direction est SO lorsqu'il entre dans l'atmosphère, et O′L lorsqu'il en sort, les angles BTI, BT′I formés avec la tangente TT′, seront égaux entre eux. Or l'angle BTI, ou DTS, est à fort peu près égal à DBS, ou à la réfraction horizontale, parce que le point I est fort peu élevé au-dessus du point B. Ainsi l'angle BT′I est aussi à fort peu près égal à la réfraction horizontale; par conséquent l'angle SIA, qui exprime l'inflexion du rayon, est égal à BTI, plus BT′I, ou au double de cette même réfraction.

389. On peut donc regarder l'effet de l'atmosphère

comme augmentant de cette quantité le demi diamètre apparent du soleil, d'où il suit que, pour trouver la distance du sommet de l'ombre pure au centre de la terre, il suffit d'augmenter le demi diamètre du soleil du double de la réfraction horizontale, et l'on pourra, avec cette seule correction, employer les formules que nous avons trouvées plus haut. Si, aulieu de considérer le rayon SB comme venant du bord extérieur du soleil, on le suppose parti d'un point quelconque du disque de cet astre, situé à une distance connue de son centre ; en substituant cette distance au demi diamètre du soleil, on aura l'éloignement de la terre auquel cette partie du soleil commence à paraître. On connaîtra aussi successivement les zones qui deviennent visibles pour chaque éloignement (a).

390. C'est peut-être un effet de ce genre que Saussure observa sur le col du Géant, lorsqu'il vit, pendant plusieurs nuits d'été, l'horizon environné d'une sorte d'anneau lumineux. Le peu d'abaissement du soleil à cette époque et à cette latitude, pouvait compenser le peu de distance à laquelle l'observateur était placé. Cette considération s'accorde fort bien avec ce que nous avons déjà dit sur ce phénomène en traitant du crépuscule, dans l'article 271.

391. Jusqu'ici nous avons supposé la lune placée exactement dans l'axe de l'ombre terrestre. Elle se trouverait effectivement sur cet axe dans chaque opposition, si elle se mouvait sur l'écliptique ; mais comme elle s'élève tantôt au-dessus de ce plan, et tantôt s'abaisse au-dessous à cause de la déclinaison de son orbite, il peut arriver

(a) Voyez la note 7 à la fin du livre.

qu'elle n'entre qu'en partie dans l'ombre de la terre, ou qu'elle l'effleure seulement par son bord, ou enfin qu'elle passe tout à-fait au-dehors sans l'atteindre. Dans le premier cas, l'éclipse est *partielle ;* dans le second, elle prend le nom d'*appulse.* On appelle éclipses *totales* celles où la lune se plonge toute entière dans l'ombre, et *centrales* celles où son centre coïncide avec l'axe même du cône.

Les éclipses centrales ne peuvent arriver que lorsque la lune se trouve au moment de l'opposition dans le plan de l'écliptique, et par conséquent dans un de ses nœuds.

Pour qu'il y ait éclipse totale, il suffit que le demi diamètre de l'ombre terrestre excède la latitude de la lune augmentée de son diamètre apparent.

Pour qu'il y ait éclipse partielle, il suffit que le demi-diamètre de l'ombre terrestre excède la latitude de la lune diminuée de son demi-diamètre apparent.

Si ces deux quantités sont égales, la lune ne fait que toucher l'ombre terrestre, et il n'y a qu'un appulse. Si la seconde surpasse la première, il n'y a pas d'éclipse.

393. La latitude de la lune dépend de sa distance aux nœuds de son orbite ; elle augmente à mesure que la lune s'éloigne de ces points. On a profité de cette circonstance pour calculer la distance du nœud à laquelle les éclipses cessent d'être possibles, par l'accroissement de la latitude : c'est ce qu'on nomme les *termes écliptiques.*

Pour les trouver, il faut choisir les circonstances les plus favorables, c'est-à-dire, celles qui donnent au diamètre apparent de la lune et à celui de l'ombre terrestre les plus grandes valeurs. La somme de ces deux quan-

rière elle dans l'espace. Si ces diamètres sont égaux, la pointe du cône se terminera à la surface de la terre; mais si, par l'effet de l'éloignement, le diamètre apparent de la lune est moindre, l'observateur verra une zone du soleil qui environnera la lune comme un anneau lumineux. L'éclipse sera *centrale et annulaire*. Enfin, si la terre ne se trouve pas exactement sur la droite qui joint l'œil de l'observateur et le centre du soleil, il pourra arriver qu'une portion du disque éclairé, soit visible, et que l'autre soit cachée; alors l'éclipse sera *partielle*.

395. Les éclipses totales sont extrêmement remarquables par les ténèbres qui les accompagnent, et qu'elles portent successivement sur tous les points de la terre où l'ombre de la lune peut atteindre, précisément comme on voit l'ombre d'un nuage, emporté par les vents, parcourir les montagnes et les plaines, et leur dérober, pour quelques instans, la lumière du soleil.

L'obscurité qui accompagne les éclipses, est très-profonde; elle le paraît encore plus à des yeux qui sortent de la clarté du jour; aussi remplit-elle les animaux de frayeur. Le ciel paraît comme dans une nuit profonde; les étoiles se montrent dans tout leur éclat, et l'on aperçoit autour de la lune une sorte d'auréole pâle et blanchâtre que l'on croit être la lumière zodiacale, ou l'atmosphère du soleil. Cette obscurité doit durer cinq minutes dans les circonstances les plus favorables. Le premier rayon du soleil qui s'échappe, la dissipe, en s'élançant comme un trait de lumière.

On a vu précédemment que le plus petit diamètre apparent du soleil est de 5836″,3. Le diamètre apparent de la lune dans sa moyenne distance, est de 5797″. Il est donc plus petit que celui du soleil: ainsi il ne saurait

y avoir d'éclipse totale sur la terre, lorsque la lune est au-delà de sa moyenne distance.

396. Les éclipses de soleil sont encore modifiées par l'élévation de la lune sur l'horizon ; élévation qui augmente son diamètre apparent. Ce changement combiné avec l'effet de la parallaxe, peut augmenter ou diminuer la distance apparente des centres de la lune et du soleil ; de manière que de deux observateurs éloignés, l'un peut voir une éclipse qui n'a point lieu pour l'autre, à raison de cette seule différence. Si, par exemple, le diamètre horizontal de la lune est peu différent du diamètre apparent du soleil, il peut arriver que l'éclipse soit annulaire pour les pays où on l'observe le matin et le soir, et qu'elle soit totale pour ceux qui la voient à midi. En cela les éclipses de soleil diffèrent des éclipses de lune, qui sont les mêmes pour tous les points de la terre situés dans l'hémisphère opposé au soleil ; et ces phénomènes ainsi modifiés par la position des observateurs, par la différence des distances du soleil et de la lune à la terre, et par la distance de la lune aux nœuds, doivent éprouver de très-grandes variations. Aussi, à raison de ce grand nombre d'élémens, les circonstances qui les accompagnent sont-elles fort difficiles à calculer. On peut voir dans le Traité des Mouvemens Célestes de Dionis du Séjour, les méthodes analytiques qui servent à résoudre ce problème. Elles servent également à calculer les occultations des étoiles et des planètes par la lune.

397. Le diamètre apparent de la lune paraît un peu plus petit dans les éclipses de soleil, que lorsqu'on l'observe dans l'azur du ciel. C'est un effet de l'irradiation. Dans le premier cas, l'anneau lumineux qui environne

le disque obscur diminue un peu sa grandeur apparente; dans le second cas, où le disque lunaire est lumineux et vu sur l'azur du ciel comme sur un fond obscur, il doit paraître un peu augmenté; mais on ne connaît pas assez les lois de l'irradiation pour mesurer exactement ces effets.

398. Il arrive quelquefois dans les occultations d'étoiles par la lune, que l'étoile paraît sur le disque lunaire pendant trois ou quatre secondes de tems. On ne connaît pas bien la raison de ce singulier phénomène, qui est peut-être un effet de l'irradiation, ou d'une inflexion produite dans les rayons lumineux par une atmosphère extrêmement rare dont la lune est peut-être environnée. Au reste on est certain, d'après les observations, que cette réfraction, si elle est réelle, est au moins mille fois plus faible que celle qui est produite par l'atmosphère terrestre; et comme, toutes choses égales d'ailleurs, elle est proportionnelle à la densité de l'air, il en résulte que l'atmosphère lunaire, si elle existe, est plus rare même que le vide que nous formons dans nos meilleures machines pneumatiques.

399. Il ne nous reste plus qu'à trouver le moyen de prédire les éclipses de soleil et de lune. Cette tentative qui paraît en quelque sorte téméraire et impraticable, est cependant très-facile, et la solution du problème extrêmement simple. Il suffit de trouver une période de tems après laquelle le soleil et la lune se trouvent exactement, ou à fort peu près, dans les mêmes positions par rapport au nœud de l'orbe lunaire; car après cet intervalle, les mouvemens de ces astres recommençant de la même manière, les éclipses qui en dépendent devront aussi se reproduire à-peu-près dans le même ordre et successivement. Il ne peut s'y trouver de différences que celles

qui proviennent des inégalités auxquelles les mouvemens du soleil et de la lune sont assujettis. Tout se réduit donc à chercher une semblable période, et pour la trouver il suffit d'accorder la révolution synodique de la lune et la révolution synodique de ces nœuds.

Or on a vu précédemment que la révolution synodique de la lune est de $29^j,530588$, et la révolution synodique des nœuds de $346^j,61963$. Ces deux quantités sont entre elles, à fort peu près, comme 19 est à 223, c'est-à-dire qu'après 223 mois lunaires, le nœud de la lune est revenu dix-neuf fois à la même position par rapport au soleil. La différence est $0°,45183$, comme on peut s'en assurer très-facilement. Or 223 mois lunaires représentent $6585^j,321124$, ou 18 années tropiques et 11 jours : ainsi, après cet intervalle, toutes les éclipses, soit de soleil, soit de lune, doivent apparaître aussi dans le même ordre ; ce qui donne un moyen simple de les prédire, lorsqu'on connaît celles qui ont eu lieu dans la période précédente.

Mais les rapports dont il s'agit n'étant pas rigoureusement exacts, cette loi ne peut être regardée que comme une approximation, et l'ordre observé dans chaque période, doit s'alterer à la longue, ce que l'expérience confirme. Cependant on s'en sert pour trouver à-peu-près les époques des éclipses, et l'on calcule ensuite, par les tables astronomiques, l'instant précis auquel elles doivent arriver.

Une autre cause d'altération provient des grandes inégalités séculaires, dont nous avons, plus haut, développé l'existence, et qui, dans l'immense durée de leurs cours, changent sensiblement les valeurs des petites pé-

Pour observer la direction, on se sert de l'*aiguille aimantée*, que l'on nomme *boussole* ou *compas de mer*. On sait par expérience qu'un barreau de fer aimanté et librement suspendu, se dirige de lui-même du nord au sud, si non exactement, du moins à fort peu près. En comparant cette direction, qui est presque constante, avec celle du navire, qui est variable, on détermine l'angle que celle-ci fait avec la première. On connaît ainsi le sens dans lequel le vaisseau a marché, ou, dans le langage des marins, le *rumb de vent* qu'il a suivi (a).

402. Pour connaître l'étendue qu'il a parcourue, on jette à la mer un morceau de bois attaché à une longue corde; c'est ce qu'on appelle un *loc*. On lâche cette corde à mesure que le navire avance; et après un certain tems, qui est ordinairement d'une demi minute, on mesure la longueur que l'on a *filée*. En supposant le flotteur immobile, cette longueur indique le chemin fait par le navire, dans l'intervalle, et l'on en conclut proportionnellement le chemin qu'il doit faire pendant un tems plus considérable.

Pour faciliter cette opération et pouvoir mesurer la

(a) La marche du vaisseau ne se fait pas toujours suivant la direction de sa quille; cela n'est ainsi que quand on a le vent arrière; mais le plus souvent, le vent n'étant pas directement favorable à la route que l'on veut suivre, on se trouve obligé d'orienter les voiles obliquement, et le vaisseau s'avance ainsi dans une direction oblique; mais comme il fend la mer avec force, il laisse toujours derrière lui une trace qui subsiste fort long-tems, et qui indique sa véritable direction: c'est cette trace qu'on relève avec la boussole.

longueur de la corde, même dans l'obscurité de la nuit, on la partage en intervalles égaux par des nœuds dont la distance est la 360eme partie d'une lieue marine, ou environ 15^{m},23 (47 pieds). On estime le temps par le moyen d'un sablier qui se vuide précisément dans une demi minute.

Cette méthode suppose que le flotteur reste fixe et immobile sur la surface de la mer, au lieu où on l'a jeté. Cela n'est jamais vrai à la rigueur, et quelque soin que l'on prenne à filer le cable, on ne peut éviter de produire une faible résistance qui rapproche un peu le flotteur. De plus, les courans qui se rencontrent souvent dans la mer, doivent lui communiquer toute leur vitesse, et, suivant les circonstances, l'éloigner du navire, ou l'en rapprocher. Aussi, entre les tropiques, où les vents alisés produisent des courans constans, a-t-on vu quelquefois des pilotes, trompés par leur *estime*, altérer la durée de leur sablier, ou la distance de leurs nœuds.

On voit donc que ces méthodes sont extrêmement imparfaites; cependant, en les employant avec défiance, on peut encore les regarder comme une approximation utile. Connaissant la vîtesse du navire, on trouve le chemin qu'il a fait sur chaque rumb de vent qu'il a parcouru, et en portant ces résultats sur une carte, depuis le point de départ, on voit le lieu où le navire doit se trouver. Mais si les navigateurs ne rectifiaient ce procédé par toutes les ressources que leur donne l'expérience, ils s'exposeraient à de grandes erreurs, et courraient les plus grands dangers.

403. Les montres marines offrent une comparaison beau-

coup plus sûre : on peut à chaque instant trouver l'heure par la hauteur du soleil, ou par celle des étoiles, dont l'ascension droite et la déclinaison sont connues. La différence des heures comptées au même instant à bord du navire, et sur le premier méridien, donne la différence des longitudes ; et comme la latitude peut être facilement observée, on a toutes les données nécessaires pour trouver le lieu du navire sur le globe terrestre.

Mais les montres marines sont encore trop rares pour pouvoir être généralement employées. D'ailleurs, quelque soin qu'on ait mis à les construire, il serait imprudent de s'y abandonner, puisqu'une infinité de causes imprévues peuvent déranger leur marche. Il faut donc chercher encore quelque moyen plus sûr et plus invariable, qui puisse servir à les vérifier et à les remplacer. On obtient tous ces avantages par les observations astronomiques.

404. On peut d'abord employer pour cet objet les observations des éclipses : celles du soleil sont préférables à cet égard à celles de la lune, parce que l'instant où elles commencent et celui où elles finissent, peuvent être observés avec beaucoup de précision. Les occultations des planètes et des étoiles offrent le même avantage ; mais les éclipses de lune laissent plus d'incertitude, parce qu'il est impossible de déterminer bien exactement l'instant où la lune entre dans l'ombre de la terre, et celui où elle en sort.

Lorsqu'on a observé le commencement et la fin d'une éclipse, l'immersion et l'émersion d'une étoile ou d'une planète derrière le disque de la lune, on en déduit l'heure de la conjonction vraie en tems solaire. Quand on connaît cette heure pour deux pays, comme elle doit cor-

répondre au même instant physique, la différence des tems donne la différence des longitudes (a). En mer, où l'on n'a d'observation que celles qui sont faites à bord, on a recours aux tables de la lune.

Ces tables donnent d'avance, avec une grande précision, l'heure que l'on compte au moment de l'éclipse sur le premier méridien. Il ne s'agit donc que de trouver, par l'observation, l'heure que l'on compte au même instant sur le navire, ce qui n'a aucune difficulté.

On a soin d'indiquer ces phénomènes dans la connaissance des tems et dans les almanachs nautiques ; mais ils ne suffisent pas encore aux besoins de la navigation. Il importe d'avoir des méthodes que l'on puisse appliquer tous les jours, et dont on puisse multiplier et vérifier les applications.

405. Pour remplir toutes ces conditions, on a eu l'idée, extrêmement heureuse, de comparer les positions successives de la lune aux étoiles, non pas seulement à celles qu'elle éclipse, mais à celles près desquelles elle passe.

En effet, le mouvement de la lune étant très-rapide, les positions de cet astre, par rapport aux étoiles qui se rencontrent sur sa route, ne restent pas long-tems les mêmes ; chacune de ces positions répond donc à un instant déterminé, et forme dans le ciel comme une espèce de phénomène subit. On peut prévoir les positions par les tables, pour le premier méridien. On peut les observer à bord du navire, et la différence des heures donnera celle des longitudes.

(a) On trouvera dans l'ouvrage de Dionis-du-Séjour, sur les mouvemens célestes, toutes les méthodes analytiques nécessaires sur cet objet.

compte au même instant sur le premier méridien, devra être augmentée ou diminuée de tout le tems que la lune emploie à décrire un degré dans le ciel ; mais si l'on employait le soleil, dont le mouvement est environ treize fois moins rapide, la même erreur d'un degré donnerait sur le tems, une erreur treize fois plus considérable.

C'est, sans doute, une des plus belles opérations de l'homme, d'avoir réussi à connaître sa position et sa route, au milieu de l'immensité des mers, lorsqu'il n'apperçoit plus autour de lui que l'eau et le ciel. Les moyens assurés qu'il a pour y parvenir, lui ont été donnés par l'astronomie.

CHAPITRE XVI.

De l'influence de la lune sur le flux et le reflux de la mer.

407. Puisque j'ai commencé à rapporter les applications qui peuvent intéresser les navigateurs, je ne dois pas omettre un phénomène extrêmement remarquable sur lequel la lune paraît avoir une très-grande influence. Je veux parler du flux et du reflux de la mer.

Deux fois par jour l'océan se soulève et s'abaisse par un mouvement d'oscillation régulier. Les eaux montent d'abord pendant environ un quart de jour ; elles inondent ainsi les rivages, et se précipitent dans l'intérieur des fleuves, jusqu'à de grandes distances de leur embouchure : ce mouvement se nomme le *flux*. Lorsque les eaux sont parvenues à leur plus grande hauteur, elles ne restent dans cet état que quelques instans : c'est le moment de la *haute mer*. Peu à peu elles commencent à descendre par les mêmes périodes qu'elles avaient suivis dans leur accroissement. Elles se retirent et abandonnent les lieux qu'elles avaient inondés. Ce mouvement se nomme le *reflux* : il dure à-peu-près un quart de jour ; les eaux arrivent ainsi à leur plus grande dépression, et y restent pendant quelques instans. C'est le moment de la *basse mer*. Bientôt le flux recommence par les mêmes périodes, en suivant exactement les mêmes lois.

408. Ces mouvemens de la mer peuvent être augmentés par l'action des vents, mais ils ne leur doivent pas leur

existence ; car on les observe également par le tems le plus calme et le plus serein. D'ailleurs leurs périodes sont si réglées et si constantes, que l'on s'en sert pour prévoir le retour du flux et du reflux. Cette constance indique évidemment une cause régulière et durable qui exerce périodiquement ses effets. Pour la découvrir, il faut observer long-tems les phénomènes, en suivre tous les développemens, et trouver les périodes auxquelles leurs moindres variétés sont assujetties. On peut chercher ensuite à reconnaître dans leur marche, la nature des causes qui les produisent. Or, en examinant ainsi les phénomènes du flux et du reflux de la mer, on trouve, jusques dans leurs plus petits détails, des rapports marqués avec les conjonctions de la lune et du soleil ; l'influence de la lune y est sur-tout sensible.

Cela se voit d'abord par les intervalles de leurs retours. Ces intervalles ne sont pas toujours exactement les mêmes, mais ils ont cependant une durée moyenne dont ils s'écartent peu ; et qui est $1^j,035050$. Pendant ce tems, il y a deux basses mers et deux pleines mers. Or c'est précisément le tems que la lune emploie pour revenir au méridien par l'effet de son moyen mouvement, et cette période du flux et du reflux peut s'appeler un jour lunaire.

On voit donc que, si la pleine mer a eu lieu aujourd'hui dans un port, à 0^h, demain elle arrivera à $0^h,35050$, après demain à $0^h,70100$, et ainsi successivement en retardant de $0^h,35050$; mais dans l'intervalle, il y aura une autre pleine mer, que l'on pourra nommer la pleine mer du matin, et qui arrive le premier jour à $5^h,17525$; le second jour à $5^h,17525 + 0^h,35050$, et ainsi suite.

409. Cependant cette marche ne s'observe pas exac-

tement. Le retard journalier d'une marée sur l'autre est quelquefois un peu plus grand que $0^h,3505$; et quelquefois il est moindre; mais cela ne fait que montrer encore mieux l'influence de la lune sur ces phénomènes; car cet astre n'a pas non plus une marche régulière; il est assujetti à plusieurs inégalités, qui sont dans un accord admirable avec les retards et les variétés que les marées éprouvent. On peut donc regarder cette action de la lune, quelle que soit sa nature, comme une vérité incontestable.

410. Mais la lune n'agit pas seule sur les marées : le soleil a aussi sur elles une influence sensible. On remarque constamment que les plus grandes marées ont lieu dans les sysigies, et les petites dans les plus quadratures; ensorte que la seule observation des phases de la lune peut faire prévoir leur retour.

411. Ces phénomènes augmentent d'intensité quand la lune et le soleil sont plus près de la terre; ils diminuent quand ces astres s'éloignent : mais même dans cet effet secondaire, l'action de la lune conservera sa supériorité, et les variations de ses distances y seront sur-tout sensibles. Enfin les déclinaisons des deux astres y produisent aussi des modifications.

412. Tout ceci doit s'entendre d'une mer très-étendue et libre de toutes parts, comme l'océan. Dans de petites mers et près des rivages, les mouvemens des eaux peuvent être gênés et contrariés par les obstacles qu'ils rencontrent, et les instans des marées varient suivant les tems nécessaires pour que les ondulations se propagent. C'est ce qui arrive dans nos ports, quoiqu'ils soient situés sur le même océan. L'heure de la haute mer est fort différente de l'un à l'autre, quoique constante dans chaque port,

A Dunkerque, par exemple, la pleine mer a lieu un demi jour après le passage de la lune au méridien ; à Saint-Malo, c'est un quart de jour ; au Cap de Bonne-Espérance, c'est 0j,0625. L'heure de ce phénomène arrive le jour de la nouvelle lune ; s'appelle l'*établissement du port*. C'est de cette époque qu'il faut partir pour calculer les retards successifs des marées d'un jour à l'autre, et les instans auxquels elles doivent arriver.

413. On voit donc que les influences de la lune et du soleil sur les marées, sont modifiées par les positions respectives de ces deux astres, par les variations de leurs distances à la terre, par leurs déclinaisons, et enfin par les objets de tous genres que les circonstances locales opposent au mouvement des eaux. C'est l'ensemble de de toutes ces causes qui détermine la hauteur totale des marées dans chaque port. Je ne parle pas de l'effet passager des vents, qui, en soulevant la mer au-dessus de son véritable niveau, peuvent produire des inondations, et causer de grands ravages.

414. Plus la mer s'élève lorsqu'elle est pleine, plus elle descend dans la basse mer suivante. On appelle *marée totale* la demi somme de deux pleines mers consécutives au-dessus du niveau de la basse mer intermédiaire. La plus grande valeur de cette marée totale à Brest, est $5^m,888$. Elle a lieu dans le sysigies. La plus petite est $2^m,789$. Elle a lieu dans les quadratures.

415. Il serait très-important d'avoir des observations aussi exactes pour tous les autres ports ; mais par malheur, elles manquent encore, et l'Institut national a cru devoir appeler sur cet objet l'attention des hommes éclairés qui habitent les villes maritimes. Il suffit d'établir une colonne verticale portant une division métrique, et d'observer

server chaque jour, ou du moins assez souvent, l'heure précise de la haute et de la basse mer; et le point de la plus grande élévation et du plus grand abaissement des eaux; mais comme la hauteur de la mer varie très-lentement en approchant de ces termes extrêmes, il faut pour la déterminer avec exactitude, employer des observations correspondantes faites avant et après, lorsque la mer a atteint la même hauteur. Si ces observations sont peu éloignées du maximum ou du minimum, la haute ou la basse mer répondra au milieu de l'intervalle qui les sépare, mais il faudra pour cela qu'elles ne soient pas trop distantes; car on tomberait ainsi dans des erreurs très-graves, parce que la mer emploie un peu plus de tems à descendre qu'à monter. A Brest, cette différence s'élève à neuf ou dix minutes.

416. La théorie de l'attraction a fait connaître la cause du flux et du reflux de la mer. Elle a donné le moyen de calculer toutes les variations qui doivent s'y produire; elle a appris comment on peut les prévoir. Les oscillations de la mer se sont ainsi trouvées liées aux mouvemens célestes, et ils ont servi à en faire mieux connaître plusieurs points importans. Je donnerai plus tard une idée de ces rapports, que l'on ne saurait approfondir sans le secours de l'analyse. Je me bornerai à engager de nouveau les personnes éclairées qui habitent les côtes, à multiplier les observations sur ce sujet important (a).

(a) Voyez le rapport fait par Levêque à l'Institut national, pour déterminer les observations qu'il importe de faire sur les marées dans les différens ports. Paris, prairial, an 11.

CHAPITRE XVII.

De quelques périodes astronomiques usités dans la chronologie.

417. Les mouvemens de la lune, combinés avec ceux du soleil, servent, dans la chronologie, pour fixer les époques des événemens historiques. On a imaginé à cet effet diverses périodes astronomiques, que l'on nomme *cycles*. Comme il est utile de les connaître, je vais donner une idée de leur formation et de leur usage.

La première se nomme le *cycle solaire*. C'est une période de vingt-huit années juliennes, après lesquelles les jours de la semaine reviennent dans le même ordre aux mêmes jours du mois. En effet, la semaine étant composée de sept jours, chaque année commune, de 365 jours, contient 52 semaines et un jour de reste. Si toutes les années étaient de cette durée, les restes formeraient une semaine en sept ans; mais les bissextiles qui reviennent, de quatre en quatre ans, interrompent cet ordre, parce qu'elles sont un jour de plus; ce n'est qu'après sept bissextiles, ou quatre fois sept ans, que le cercle entier de ces inégalités se trouve révolu, et il en résulte une période de 28 ans pour la durée du cycle solaire. En cela l'on n'a point d'égard à la suppression séculaire de la bissextile prescrite par la réforme grégorienne.

418. La seconde période se nomme le *cycle lunaire*. C'est un intervalle de dix-neuf années juliennes, après lequel

les nouvelles lunes, et les différentes phases qui les suivent, reviennent aux mêmes jours de l'année. En effet, la durée de la révolution synodique de la lune est $29^j,530588$. Ainsi 335 révolutions de ce genre font $6939^j,688180$; c'est-à-dire, à fort peu près, la même somme que les dix-neuf années juliennes de $365^j,25$; car celle-ci donnera $6939^j,75$. La différence est de $0^j,06182$. Cette période a été autrefois en usage dans la Grèce. Maintenant que l'astronomie est perfectionnée, nous trouvons, avec raison, plus commode et plus simple de n'employer pour la mesure du tems que le mouvement du soleil. Mais les anciens peuples, dont les connaissances étaient encore très-imparfaites, trouvaient, dans le retour fréquent des phases de la lune, une période naturelle et commode pour leurs fêtes et leurs jeux. Cependant, comme leur année était réglée sur le mouvement du soleil, ils ont dû chercher des périodes plus longues, qui pussent accorder les mouvemens de ces astres, en embrassant, pour chacun d'eux, un nombre exact de révolutions. Le cycle lunaire de dix-neuf ans est la plus exacte de ces périodes, parmi celles qui ne sont pas d'une très-longue durée. Aussi Méton, qui en fit la découverte, l'ayant présenté aux Grecs assemblés pour les jeux olympiques, il fut aussitôt généralement adopté.

419. Enfin, on se sert encore, dans la chronologie, d'une troisième espèce de cycle, que l'on nomme le *cycle d'indiction*, et qui comprend quinze années juliennes. Cette période, qui n'est point astronomique, a été introduite à Rome, sous les empereurs. Elle est relative à certains actes judiciaires qui se faisaient à des époques réglées.

420. Non seulement les trois périodes dont je viens de

parler, se nomment des cycles, mais on donne aussi ce nom à chacune des années qui le composent, en raison du rang qu'elles occupent. Par exemple, le cycle 1, 2, 3, 4 de la lune, est la première, la deuxième, la troisième ou la quatrième année du cycle lunaire de dix-neuf ans, et il en est ainsi des autres.

421. Si l'on eût commencé à compter les cycles dès l'origine de l'ère, en comptant 1 pour la première année, 2 pour la deuxième, et ainsi de suite, on aurait eu un cycle d'indiction complet, après 15 ans; un cycle lunaire complet, après 19 ans, et un cycle solaire complet, après 28 ans. On aurait donc pu continuer ainsi dans le même ordre, en recommençant à compter 1 à la fin de chaque cycle. Alors, en divisant la somme des années écoulées par les nombres 28, 19, 15, les restes auraient indiqué les cycles propres à chaque année. Par exemple, l'année 1800 aurait eu pour cycle solaire 8, pour cycle lunaire 14, et 0, ou 15, pour cycle d'indication. Mais cette manière, très-simple, n'est pas celle que l'usage a introduit. Chaque année a bien son cycle; mais il diffère des précédens. Ainsi l'année 1800 a 17 de cycle solaire, 15 de cycle lunaire, et 3 de cycle d'indication; ce qui revient à supposer que la première année de l'ère chrétienne avait pour cycle solaire 10, pour cycle lunaire 2, et pour cycle d'indiction 4; d'où il suit que pour avoir les cycles de chaque année, il faut ajouter au nombre qui l'exprime successivement 9, 1, 3, et diviser chaque somme par celui des nombres 28, 19 et 15 qui répond à chaque cycle.

422 En multipliant ces trois nombres l'un par l'autre, on a formé une période de 7980 ans, après laquelle les mêmes cycles reviennent ensemble dans le même ordre pour chaque année; mais dans toute l'étendue d'une même

période, chaque année a ses cycles qui lui appartiennent en propre ; et qui la caractérisent ; en sorte qu'aucune autre qu'elle. ne les réunit. Cette propriété a fait employer ce cycle de 7980 ans, dans la chronologie, pour désigner les années, et on le nomme *la période julienne.*

423. Cette méthode a le très-grand avantage de donner aux chronologistes un langage uniforme. Elle est sur-tout extrêmement utile pour les années qui ont précédé l'ère chrétienne, et que plusieurs historiens comptent à partir de la création du monde. La diversité de leurs opinions, sur ce point, est si varié, que l'on en trouverait à peine deux qui fussent tout-à-fait d'accord. Ainsi, lorsque nous lisons dans un historien qu'un événement a dû arriver dans telle année, à partir de la création du monde, nous ne savons encore rien sur sa véritable époque, si nous n'avons cherché préalablement combien cet auteur compte d'années depuis cette origine jusqu'à la première année de l'ère chrétienne, ce qu'il faudra faire de nouveau pour chaque écrivain. De plus, les années usitées chez les différens peuples et chez les historiens qui en ont parlé, n'ont pas leur origine dans la même saison ; les uns commençaient au printems, comme les années romaines, d'autres au solstice d'été, comme les olympiades chez les Grecs, d'autres en automne, comme les années judaïques; d'autres enfin en hiver, comme les années Juliennes.

Si, dans le récit des événemens, on n'emploie pas les années juliennes, qui sont, aujourd'hui, les plus généralement adoptées, il faudra encore indiquer la saison dans laquelle les événemens ont eu lieu, et si c'est au commencement de l'année, ou à la fin. On évite tous ces inconvéniens, lorsqu'on se sert de la période julienne ; car chaque année devant être fixée à sa place dans cette pé-

riode, au moyen des cycles qui lui conviennent, elle en reçoit un caractère distinctif, qui la sépare de toutes les autres. Tous les événemens historiques auxquels on fixe l'origine des ères, y trouvent pareillement leur place, par les mêmes procédés, et lorsqu'ils sont rapportés de cette manière, il n'y a plus aucune diversité, aucune confusion à craindre, relativement à leur époque véritable.

424. La première année de la période julienne est supposée avoir eu 1 de cycle solaire, 1 de cycle lunaire, et 1 de cycle d'indiction; elle est la seule à qui ces nombres conviennent. Les années suivantes doivent être rapportées, après la précédente, chacune au rang que leurs cycles leur assignent. Pour cela il suffit de trouver un nombre d'années moindre que 7980, et tel qu'en le divisant successivement par 28, 19 et 15, on ait pour reste les cycles désignés. C'est à quoi l'on peut toujours parvenir, par un calcul très-simple.

Ainsi, pour la première année de l'ère chrétienne, les cycles étoient 10, 2, 4, comme on vient de le voir, et il s'en suit qu'elle répond à l'an 4714 de la période Julienne; car depuis 1 jusqu'à 7980, il n'y a que le nombre 4714 qui, étant successivement divisé par 28, 19, 15, donne pour reste 10, 2 et 4.

425. On voit par ce résultat que, depuis la première année de la période julienne jusqu'au commencement de l'ère chrétienne, il s'est écoulé 4713 ans complets. Or, on n'a pas de monumens historiques certains qui remontent à plus de 4000 ans avant cette ère, et par conséquent la période julienne, qui s'étend au-delà de ce terme, peut comprendre tous les événemens qui se sont transmis dans la mémoire des hommes.

426. Réciproquement, lorsque que l'on connaît l'année de la période Julienne, dans laquelle un événement a dû arriver, on peut aisément le rapporter à l'ère chrétienne, il suffit de retrancher de sa date 4714 ans; l'événement sera antérieur ou postérieur à l'ère chérienne, suivant que le nombre auquel il répond, dans la période julienne, sera moindre, ou plus grand que 4714.

On sait, par exemple, que la mort de César arriva l'an 4670 de la période julienne, retranchant 4714 de ce nombre, il reste 44, c'est-à-dire, que César est mort 44 ans avant l'époque à laquelle on rapporte l'origine de l'ère chrétienne.

427. Comme ces détails sont nécessaires pour lire l'histoire, j'ai cru devoir les rapporter. Ce n'est pas s'écarter de l'enseignement des sciences, que de faire connaître les services qu'elles rendent aux hommes.

NOTES
DU TROISIÈME LIVRE.

NOTE 1.ere

Sur la sphéricité de la lune prouvée par le progrès de ses phases.

Pour plus de simplicité, supposons la lune dans le plan de l'écliptique, et regardons comme parallèles les rayons lumineux menés du soleil à cet astre, aussi bien que les rayons visuels menés de la terre. Cela est sensiblement vrai à cause de la distance, et il sera facile de faire aux résultats les petites corrections que ces suppositions comportent. Soit donc T, fig. 90, le centre de la terre, C le centre de la lune supposée sphérique, et menons CS, TS', parallèles entre elles et dirigées vers le soleil. La partie éclairée de la lune sera séparée de la partie obscure par un plan mené par son centre perpendiculairement aux rayons solaires, et figuré par AB. De même la partie visible de la terre sera limitée par le plan LL' perpendiculaire à la distance CT. Ainsi la seule partie du disque lunaire qui paraîtra éclairée, sera AL, qui projetée sur le plan LL' par la perpendiculaire AP, aura pour largeur PL, ou le sinus verse de l'angle LCA. Telle est donc la mesure de la phase visible. Or l'angle LCA est complément de ACT, par conséquent égal à CTS', qui est la distance angulaire de lune au soleil vue de la terre; d'où il résulte que si la lune est sphérique, et éclairée par le soleil, la longueur de ses phases doit croître proportionnellement au sinus verse de cette distance. Ce résultat étant à fort peu près conforme aux observations, la sphéricité de la lune en est une conséqnence nécessaire. Il est d'ailleurs facile de s'assurer que les suppositions que nous avons faites pour simplifier le calcul, ne l'altèrent pas sensiblement. Voyez l'Astronomie de Lalande, t. II, page 251.

NOTE II.

Sur l'augmentation du diamètre apparent de la lune à mesure qu'elle s'élève.

Soit C, fig. 41, le centre de la terre, L' la lune, O l'observateur, nommons D le diamètre apparent de la lune, tel qu'on l'observe du centre de la terre, et D' ce diamètre pour l'observateur placé en O. Ces quantités devant être réciproques aux distances, on aura

$$D' = D.\frac{L'C}{L'O}$$

Or dans le triangle L'OC on aura

$$\frac{L'C}{L'O} = \frac{\text{sin. } L'OC}{\text{sin. } L'CO}$$

L'angle L'OC est supplément de L'OZ, ou de la distance apparente de la lune au zénith, nous l'appellerons δ; et si nous désignons par p la parallaxe de hauteur qui convient à cette distance apparente, l'angle L'OC sera sa distance vraie au zénith, ou $\delta - p$; ensorte qu'on aura

$$D' = D\frac{\text{sin. } \delta}{\text{sin. } (\delta - p)}$$

Ce qui donne

$$D' - D = D\left\{\frac{\text{sin. } \delta - \text{sin. } (\delta - p)}{\text{sin. } (\delta - p)}\right\}$$

On connaîtra donc ainsi l'accroissement D' — D du diamètre apparent de la lune pour chaque distance apparente au zénith. Mais il faut pour cela déduire la valeur de D des observations. Or cela est très-facile; car en nommant D'' le diamètre apparent de la lune, observé à l'horizon, où $\delta = 100$, et $p = P$, P étant la parallaxe

horizontale, on aura

$$D'' = D \frac{\text{sin. } (100^\circ - P)}{\text{sin. } 100}$$

Ou $D'' = D \text{ cos. } P$

Cette équation ayant fait connaître D, on substituera sa valeur dans la formule précédente, et tout s'y trouvera déterminé.

NOTE III.

Sur l'évection.

En désignant la lune par le signe ☾, et le soleil par ☉, l'évection a pour expression $1^c,4902$, sin. $\{2$ dist. ☾☉—anomalie moyenne☾$\}$ C'est sous cette forme qu'on la présente aujourd'hui dans les tables.

D'après cela, il est très-facile de suivre les variations successives de cette inégalité; car il n'y a qu'à considérer les diverses valeurs que peut prendre son argument. Si l'on veut, par exemple, connaître les cas où elle atteint son maximum, il n'y a qu'à chercher les cas dans lesquels l'angle 2 dist. ☾☉ — anom. moyenne ☾, devient égal à 100^g ou à 300^g; car alors le sinus de cet angle étant égal à l'unité prise en plus ou en moins, l'évection deviendra $\pm 1^c,4902$. La première valeur arrivera, par exemple, dans la quadrature, lorsque l'anomalie moyenne sera égale à 100°; car on aura alors 2 dist. ☾☉ $= 200^\circ$; et 2 dist. ☾☉ — an. moyenne ☾ $= 200^\circ - 100^\circ = 100^\circ$. Au contraire, l'évection disparaîtra, lorsque l'argument sera nul ou égal à 200°, ce qui arrivera par exemple, dans les sysigies, lorsque la lune sera périgée ou apogée, parce qu'alors la distance de la lune au soleil est égale à 0°, ou à 200°, et qu'il en est de même de l'anomalie moyenne. Mais par les diverses combinaisons des deux angles qui forment l'argument de l'évection, les plus grandes et les plus petites valeurs arriveront encore, selon les valeurs de cet argument, dans plusieurs autres points de l'orbite. En général, dans les conjonctions, l'évection

aura un signe contraire à l'équation du centre ; car son argument se réduit à : — anom. moyenne ☾, ce qui donnera alors un sinus négatif, si l'anomalie est moindre que 200°, et un sinus positif, si elle est plus grande; mais dans le premier cas, l'équation du centre est additive ; dans le second elle est négative.

Il en sera de même des oppositions, comme on peut s'en assurer facilement ; d'où l'on voit qu'en général dans les sysigies, l'évection est soustractive de l'équation du centre ; au contraire, elle devient additive dans les quadratures. Ainsi les premiers observateurs qui ne déterminaient les élémens de la théorie lunaire qu'au moyen des éclipses, et dans la seule vue de prédire ce phénomène, trouvaient l'équation du centre trop petite de toute la quantité de l'évection dans les sysigies.

On peut aisément trouver la période de l'évection d'après les variations de l'angle dont elle dépend ; il suffit de calculer les changemens que cet angle éprouve dans un tems donné, et d'en conclure par une simple proportion le nombre de jours nécessaires pour qu'il varie de 400°.

Le mouvement synodique de la lune en un siècle, est 494741°,239339. En le multipliant par 2 on aura 989482°,478678 : c'est le double de la distance de la lune au soleil après 100 années juliennes. Si l'on en retranche le mouvement anomalistique de la lune dans le même intervalle, ou 530220°,768710, la différence 459261°,709968 fera la valeur de l'argument de l'évection après 100 années juliennes, d'où l'on voit que cet argument croît de 400° dans un nombre de jours exprimé par

$$\frac{400^\circ \,.\, 36525}{459261^\circ,709968} \text{ ou } 27^j,178533$$

c'est la période de l'évection ; après cet intervalle, elle reprend successivement les mêmes valeurs.

On voit aussi par cet exemple, qu'en mettant, au lieu des angles, leurs valeurs calculées comme nous venons de le faire, l'argument peut être mis sous la forme d'une quantité proportionnelle au tems ; car si l'on nomme, par exemple, t le nombre de jours écoulés depuis une époque convenue, qui sera, par exemple, celle des tables : l'angle 2 dist. ☾ ☉ — an. m. ☾ deviendra

$$\frac{t \,.\, 400^\circ}{27^j,178533}$$

et l'évection pourra être représentée par un terme de la forme $1°,4902.\ \text{sin.}\left\{\frac{400°\ t.}{27j,178533}\right\}$

ou simplement par $1°.4902\ .\ \text{sin.}\ mt.$ en faisant

$$m.=\frac{400°}{27j,178533}$$

NOTE IV.

Sur la variation.

L'expression de cette inégalité est K. sin. 2 dist. ☾ ☉; il est visible, en effet, que cette formule remplit les conditions indiquées par l'observation ; car elle est nulle quand la distance angulaire de la lune au soleil est nulle ; elle atteint son maximum, quand cette distance est égale à 50°, et redevient nulle dans les quadratures où la distance est égale à 100°. Le coefficient K, déterminé de manière à satisfaire aux observations, s'est trouvé égal à 0°,6608, ce qui donne $0°,6608.\ \text{sin.}\left\{2\ \text{dist.}\ ☾\ ☉\right\}$ La distance angulaire de la lune au soleil dépend de son mouvement synodique; elle varie en un jour de $\frac{400°}{29,530588}$ et le double de cette distance devient $\frac{2\ .\ 400°}{29,530588}$ L'argument de la variation étant proportionnelle à cette quantité, le tems nécessaire pour qu'il augmente de 400°, sera $\frac{29j,530588}{2} = 14j,765294$. La période de la variation lunaire, est donc égale à une demi révolution synodique, et l'on voit qu'elle diffère beaucoup de celle de l'évection, qui dépend en même tems de la révolution synodique et de la révolution anomalistique.

On voit aussi que cette seconde inégalité peut être mise sous la forme $0°,6608\ \text{sin.}\ \frac{400°}{29j,530588}t$, ou simplement $0°,6608\ .\ \text{sin.}\ mt$, m étant le mouvement synodique pour un jour, et t le tems écoulé depuis cette époque.

NOTE V.

Sur l'équation annuelle.

La plns grande valeur de cette inégalité est $0^{\circ},2064$; son expression générale est $0^{\circ},2064$. sin. an. moy. ☉. C'est ainsi qu'on la trouve dans les tables.

NOTE VI.

Sur l'usage dcs équations de condition pour déterminer les coefficiens des inégalités.

Pour comprendre comment on peut déterminer ces coefficiens, il suffit de savoir comparer les résultats de l'observation aux résultats des tables.

Supposons qu'à une certaine époque connue, que je suppose répondre à un nombre i d'années après 1750, on ait trouvé un lieu de la lune. De la longitude vraie observée, que je nomme L, on retranchera la somme des inégalités que je représente par S; la différence L — S sera sa longitude moyenne. Or, on peut trouver cette longitude par les tables; car si, à l'époque de 1750, que je suppose égale à l, on ajoute le moyen mouvement seculaire, que je nommerai m, on aura $l + mi$, qui sera la longitude moyenne et devra égaler L — S.

Cette égalité n'a pas lieu d'après les tables de Lalande, et la longitude calculée est trop forte de $87'',96$ pour 1801. Soit en général r l'erreur observée.

Soit donc ε la correction qu'il faut faire à l'époque de 1750, $-x$ la correction séculaire du moyen mouvement, c le nombre de siècles écoulés depuis 1750, E l'argument de la nouvelle inégalité, $-y$ son coefficient. La longitude moyenne, déduite des

La plus petite distance de la lune à la terre est 57,660, la plus grande est 63,664 ; ainsi dans les circonstances les plus défavorables, même au centre de l'ombre, un observateur placé à la surface de la lune, verrait encore la moitié du disque du soleil à travers l'atmosphère de la terre.

On ne doit donc pas s'étonner si la lune, dans ses éclipses paraît éclairée d'une faible lumière. On doit plutôt chercher dans l'épaisseur de notre atmosphère et dans les vapeurs qui y sont suspendues, la cause qui affaiblit autant cette lumière, et qui peut même quelquefois la faire disparaître.

TRAITE

TRAITÉ ÉLÉMENTAIRE D'ASTRONOMIE PHYSIQUE.

LIVRE QUATRIEME.

Théorie des Planètes, des comètes et des satellites.

CHAPITRE PREMIER.

Des mouvemens des Planètes autour du soleil.

428. Nous venons de reconnaître et de déterminer les mouvemens du soleil et de la lune. Ces deux astres semblent devoir nous intéresser plus que tous les autres; le premier comme étant pour la terre le principe de la vie et de la fécondité; le second, à cause de sa proximité, de son éclat, de ses phases; tous deux enfin par les indications qu'ils fournissent pour la mesure du tems.

Cependant les autres corps qui composent notre système planétaire vont offrir à nos recherches des résultats qui ne

sont ni moins curieux, ni moins utiles. En les étudiant, nous acquerrons une connaissance plus parfaite du système du monde, et cette connaissance rejaillira sur nos premiers résultats, soit pour les corriger par des déterminations plus précises, soit pour nous les faire envisager sous un point de vue plus général, soit enfin pour y découvrir des rapports qui nous seraient échappés; car la comparaison d'un grand nombre de phénomènes semblables développe néanmoins leurs analogies, et c'est ainsi que l'on apprend à voir, à mesure que l'on voit davantage.

Encouragés par ces motifs, entrons avec zèle dans cette étude des mouvemens des planètes; cherchons à en découvrir les lois, en les laisant sortir de la comparaison des phénomènes, conformément à la marche que nous avons toujours suivie jusqu'à présent.

429. Commençons par *Vénus*, qui est la plus apparente. Il n'est presque personne qui n'ait remarqué une belle étoile qui brille quelquefois le soir à l'occident, un peu après le coucher du soleil, et que l'on nomme pour cette raison l'*étoile du soir*. C'est Vénus. En l'observant de suite pendant quelques jours, on s'aperçoit qu'elle ne reste pas constamment à la même distance du soleil; elle s'en écarte jusqu'à un certain terme qui est d'environ 50°, ou $\frac{1}{7}$ de l'hémisphère céleste, après quoi elle semble retourner vers lui; et comme on ne peut ordinairement la voir à la vue simple, que lorsque le soleil est sous l'horizon, elle n'est visible que quelques instans immédiatement après le coucher de cet astre. Bientôt elle se couche en même tems que lui, et alors l'éclat de la lumière du soleil empêchant de l'apercevoir, on la perd tout à fait de vue.

Mais au bout de quelques jours, on découvre, le matin, vers l'orient, une belle étoile qui ne paraissait pas auparavant. Elle ne se montre d'abord que peu d'instans avant le lever du soleil, et on la nomme, pour cette raison, l'*étoile du matin;* elle s'éloigne de jour en jour du soleil, et reste aussi plus long-temps visible; mais après s'en être écartée jusqu'à un certain terme, qui est d'environ 50°, elle retourne vers lui, et se lève tous les jours plus tard; enfin, elle le rejoint de nouveau, se lève avec lui, et on cesse de l'apercevoir.

C'est alors, ou du moins c'est quelques jours après, que l'on revoit à l'occident l'étoile du soir, à peu de distance du soleil. En se dégageant de ses rayons, elle s'en éloigne de nouveau, et s'en rapproche ensuite, toujours suivant les mêmes lois.

Ces mouvemens alternatifs, observés depuis plus de deux cents ans sans interruption, nous indiquent évidemment que l'étoile du soir et l'étoile du matin ne sont qu'un seul et même astre. Ils nous apprennent aussi que cet astre a un mouvement propre, en vertu duquel il oscille autour du soleil, et se montre dans le ciel, tantôt avant, tantôt après lui.

Voilà ce que l'on peut apercevoir à la vue simple; mais l'admirable invention du télescope permet de pousser beaucoup plus loin ces observations.

430. En observant Vénus au télescope, on voit qu'elle a des phases comme la lune. Le soir, lorsqu'elle se rapproche du soleil, elle présente un croissant lumineux, dont les pointes sont opposées à cet astre. La largeur apparente de ce croissant diminue de jour en jour, à mesure que Vénus se rapproche du soleil. Lorsqu'elle reparaît de l'autre côté de cet astre, le croissant est tourné du côté

opposé. Il augmente peu à peu de largeur, et prend la la forme d'un demi cercle. Vénus est alors dans son *premier quartier*. A mesure qu'elle se rapproche du soleil, la partie éclairée de son disque augmente ; et lorsqu'elle revient à cet astre, elle nous paraît pleine ; après qu'elle l'a dépassé, et lorqu'elle reparaît le soir à l'occident, son disque commence à s'échancrer, et sa partie lumineuse diminue progressivement en passant par les mêmes périodes qu'elle avait suivies dans son augmentation.

431. Ces phénomènes nous montrent donc Vénus comme une sorte de lune tournant autour du soleil, et éclairée par sa lumière. Toutes les observations confirment cette vérité.

Lorsque Vénus paraît pleine, elle est au-delà du soleil par rapport à la terre ; aussi son diamètre apparent est alors fort petit, et ne va quelquefois qu'à 30″. Au contraire, lorsque ses phases diminuent et que sa face éclairée se trouve de plus en plus opposée à nous, son diamètre apparent augmente. Aussi est-elle alors beaucoup plus près de la terre ; enfin, dans l'intervalle qui sépare sa disparition le soir et sa réapparition le matin, on la voit quelquefois se mouvoir sur le disque du soleil, avec l'apparence d'une tache ronde et noire ; elle est alors entre la terre et le soleil, et son diamètre apparent est le plus grand de ceux qu'on observe dans une même révolution ; il s'élève quelquefois jusqu'à 184″.

Ces diminutions et ces accroissemens ne sont pas sensibles à la vue simple, à cause de l'irradiation qui dilate un peu les diamètres apparens des objets, et d'autant plus qu'ils sont plus éclairés ; les phases de Vénus augmentant d'étendue, lorsque cet astre se trouve placé au-delà du soleil, l'accroissement de la lumière compense, pour nos

yeux, l'augmentation de sa distance; mais le télescope détruit ces illusions, et nous indique les variations réelles de la distance, par celles du diamètre apparent.

432. L'orbite de Vénus n'embrasse pas la terre; car si cela était, cette planète viendrait quelquefois en opposition avec le soleil, et la terre se trouverait alors entre elle et cet astre; ce qui n'arrive jamais. Cet orbe n'est pas non plus tout entier au-delà du soleil par rapport à la terre; puique si cela était, Vénus ne se trouverait jamais entre la terre et le soleil, au lieu qu'elle l'éclipse quelquefois; enfin, tandis qne le soleil se meut, ou semble se mouvoir sur l'écliptique, Vénus ne s'en éloigne jamais au-delà de ses limites accontumées, et ses ocillations autour de cet astre, ou ses *élongations*, sont toujours à peu près de même étendue. Ces faits réunis prouvent évidemment que Vénus se meut autour du soleil dans une orbite rentrante, que cet astre emporte avec lui sur l'écliptique dans son mouvement annuel. La marche progressive des phases de cette planète, indique de plus qu'elle est opaque, nonlumineuse par elle-même et à peu près sphérique.

433. L'orbe de Venus s'offrant à nous sous des points de vue différens dans ses positions successives, il en doit résulter une foule d'irrégularités et de bizarreries apparentes, lorsqu'on veut rapporter ces mouvemens au centre de la terre; mais cette complication doit disparaître, lorsqu'on les considére par rapport au soleil, qui en est le centre veritable. C'est ce que l'expérience confirme, comme on le verra bientôt.

434. Vénus n'est pas la seule planète qui offre les phénomènes que nous venons d'examiner. *Mercure* en présente aussi qui sont absolument semblables; mais renfermés dans des limites plus étroites. Cet astre tourne donc

sant guider par l'analogie, il est beaucoup plus naturel de penser que cette planète se meut autour du soleil, ainsi que Mercure et Vénus; alors cet astre emportera aussi l'orbe de Mars, sur l'écliptique, dans son mouvement annuel; les plus grandes et les plus petites distances de Mars à la terre devront avoir lieu, lorsque le soleil se trouvera à l'apogée; ce sera donc alors que l'on devra observer les plus grands ou les plus petits diamètres apparens de cette planète. C'est aussi ce que l'expérience confirme, et l'on doit en conclure que Mars tourne autour du soleil.

438. La marche des phénomènes que présentent les autres planètes, est absolument la même; elle nous conduira donc aux mêmes conclusions; seulement les variations que la forme apparente de leur disque éprouve sont beaucoup moins sensibles, et cette forme s'écarte moins du cercle; ce qui prouve que leur distance au soleil est beaucoup plus considéable que celle de Mars; car s'il existait une planète assez éloignée du soleil pour que l'orbe solaire put être regardée comme un point par rapport à cette distance, et que cependant la planète pût être aperçue de la terre, les apparences qu'elle nous offrirait seraient sensiblement les mêmes que si nous étions placés au centre du soleil; et si elle tournait autour de cet astre en recevant de lui sa lumière, son disque nous paraîtrait toujours sous la forme d'un cercle; les variations de forme apparente étant trop peu sensibles pour qu'on pût les apprécier.

439. Afin de rendre plus sensibles les variations qu'éprouvent les distances des planètes à la terre, j'ai réuni dans le tableau suivant leurs plus grands et leurs plus petits diamètres apparens, tels qu'ils sont donnés par

l'observation. Il faut remarquer que les planètes *Cérès* et *Pallas* sont trop petites pour qu'on ait pu jusqu'à présent déterminer leurs diamètres.

TABLEAU

DES DIAMÈTRES APPARENS DES PLANÈTES.

	LE PLUS GRAND.	LE PLUS PETIT.
Mercure.	34″,8	15″,4
Vénus.	184″,7	29″,7
Mars.	52,7	11,0
Jupiter.	137,3	93,0
Saturne.	62,1	50,3
Uranus.	12,7.	11,4

440. Nous sommes donc conduits par ces réflexions à considérer le soleil comme placé à-peu-près au centre de toutes les orbes planétaires, en les entraînant avec lui sur l'écliptique dans son mouvement annuel.

Mais supposerons-nous maintenant que cet astre emporte réellement ces orbites? ou regarderons-nous ce mouvement comme une apparenee produite par le mouvement réel de la terre, qui, nous transportant successivement dans les différens points de l'écliptique, nous montre le soleil et les orbites des planètes, dont il est le centre, comme tournant avec lui autour de nous.

Assurément si nous nous laissons guider par l'analogie, toujours si évidente dans l'ouvrage de la nature, nous

serons portés puissamment à embrasser cette dernière opinion ; car alors le soleil devenant le centre commun de notre système planétaire, la symétrie est rétablie complètement.

Mais comme toutes les preuves de cette analogie ne sont pas encore rassemblées, et qu'elles se multiplieront à mesure que nous étudierons le système du monde, contentons-nous d'avoir envisagé cet état de choses comme possible. Oublions la terre ; et nous plaçant, par la pensée, au centre du soleil, essayons d'y transporter nos observations.

CHAPITRE II.

Manière de déterminer la position des orbes planétaires.

441. Ce qui se présente d'abord de plus simple, c'est de regarder les orbes des planètes comme des lignes planes dont le plan passe par le centre du soleil. Cette supposition est indiquée par l'analogie qu'ont les mouvemens de ces astres autour du soleil, avec ceux de la lune autour de la terre. Elle est très-exactement confirmée par l'expérience, et les résultats calculés dans cette hypothèse sont tout à-fait conformes aux observations.

Pour fixer la position de l'orbite dans le ciel, il suffit de connaître son intersection et son inclinaison, par rapport à un plan fixe ou considéré comme tel. On choisit à cet effet le plan de l'écliptique, et on cherche, par les observations, le *lieu du nœud et l'inclinaison de l'orbite* sur ce plan. La méthode est très-simple et sert pour toutes les planètes.

442. Pour connaître le lieu du nœud, on attend que la planète soit près de sa conjonction; alors on observe chaque jour sa hauteur méridienne et son ascension droite, d'où l'on déduit sa longitude et sa latitude. La marche des résultats indique l'instant où la latitude est nulle, et on obtient cet instant par une simple proportion, d'après la loi du mouvement observé. On voit aussi qu'elle était la longitude de la planète à la même époque;

c'est évidemment la longitude du nœud; on l'appelle *ascendant*, si la planète, après y avoir passé, s'éloigne de l'écliptique vers le pôle boréal; *descendant*, si elle s'éloigne vers le pôle austral.

443. Dans l'état actuel de l'astronomie, le mouvement des planètes peut être regardé comme très-exactement connu, et les observations n'ont pour objet que de le déterminer avec une exactitude encore plus grande. Alors, en adoptant le mouvement donné par les tables, qui peut-être regardé comme exact dans l'intervalle de quelques jours, on peut réduire à l'écliptique toutes les observations faites aux environs du nœud, c'est-à-dire, trouver d'après la position et l'époque observée, l'instant où la planète devrait entrer dans le plan de l'écliptique. Chaque observation donnera ainsi une valeur de la longitude du nœud.

Si les observations et les tables étaient parfaitement exactes, toutes ces longitudes seraient égales entr'elles; mais à cause des petites imperfections qui restent encore, il y a en général une différence sur la longitude du nœud et sur l'époque à laquelle la planète doit y arriver. On prendra donc une moyenne entre toutes les longitudes, entre toutes les époques, et l'on aura ainsi les résultats véritables avec beaucoup d'exactitude.

On peut voir dans les volumes de la Connaissance des tems, un grand nombre d'observations des planètes, calculées de cette manière. Voyez aussi l'Astronomie de Lalande. En général, cette méthode est fondée sur ce que les erreurs des tables ne peuvent porter que sur les positions absolues des planètes observées, et non pas sur la marche de leurs mouvemens, qui, ayant été déterminée avec soin et corrigée à plusieurs reprises

par des observations très-éloignées, ne peut pas, dans l'intervalle de quelques jours, s'écarter de la vérité d'une quantité sensible.

444. Le lieu du nœud étant connu, on s'en sert pour déterminer l'inclinaison. Ponr cela, on attend que le soleil *soit dans le nœud* de la planète, c'est-à-dire, que sa longitude soit la même que celle du nœud ; alors on calcule d'après les observations, la latitude de l'astre, et un simple calcul trigonométrique donne ensuite l'inclinaison du plan de l'orbite.

Il est difficile, et pour ainsi dire impossible, de saisir exactement l'instant où le soleil est dans le nœud de la planète ; mais une petite incertitude à cet égard influe très-peu sur la valeur totale de l'inclinaison (a).

(a) Soit fig. 92, T le centre de la terre, S le soleil, T S N le rayon visuel mené de la terre à cet astre, quand il est dans le nœud de la planète P ; si l'on mène P M perpendiculaire au plan A T M, qui sera celui de l'écliptique, et que l'on tire A P perpendiculaire à la ligne TS ; A M sera perpendiculaire à la ligne T S, l'angle P A M sera l'inclinaison de l'orbite, nous le représenterons par I. Nommons toujours les coordonnées A T = x, A M = y, M P = z, on connaît l'angle A T M, c'est la différence de longitude entre la planète et le soleil : nous le représenteront par φ. On connaît aussi l'angle P T M ; c'est la latitude géocentrique de la planète que nous supposons égale à θ. Si, de plus, on représente MT par r, on aura $x = r \cos. \varphi$; $y = r \sin. \varphi$, $z = r \text{ tang. } \theta$. Il est visible que le rapport de P M à AM, ou de z à x, exprime la tangente trigonométrique de l'angle P A M ; qui est l'inclinaison de l'orbite. On aura donc, d'après les valeurs précédentes,

$$\text{tang. I} = \frac{\text{tang. } \theta}{\sin. \varphi}$$

Si l'on s'était trompé d'une petite quantité sur le lieu du nœud ; et que le soleil n'y fût pas tout-à-fait arrivé, l'erreur serait insensible sur l'inclinaison de l'orbite, à cause de la petitesse de cette

445. En comparant les longitudes des nœuds des planètes observées à des époques différentes, on a reconnu qu'ils ne sont pas fixes dans le ciel. Ils ont tous, sur l'écliptique, des mouvemens rétrogrades, c'est-à-dire, dirigés en sens contraire des mouvemens propres. Ces

---

même inclinaison. En effet, soit N' le lieu du nœud, S le lieu du soleil, l'angle ϕ, ou S T M dont nous avons fait usage, n'est plus celui qu'il faut employer; il faut lui substituer l'angle N' T M, qui, par hypothèse, n'en diffère que d'une petite quantité. Le sinus de cet angle différera donc aussi de sin. ϕ; mais l'erreur sera très-petite. Représentons-là par ω; alors, en recommençant le calcul des triangles A'T M, A' P M, on aura

$$\text{Tang. I} = \frac{\text{tang. } \theta}{\text{sin. } \phi + \omega}$$

ou

$$\text{Tang. I} = \frac{\text{Tang. } \theta}{\text{sin. } \phi} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\omega}{\text{sin } \phi}}$$

or on développant la quantité $1 \frac{1}{+ \frac{\omega}{\text{sin. } \phi}}$ par la division, elle devient $1 - \frac{\omega}{\text{sin. } \phi} + \frac{\omega^2}{\text{sin.}^2 \phi} - \text{etc.}$

ce qui donne

$$\text{tang. I} = \frac{\text{tang. } \theta}{\text{sin. } \phi} \left\{ 1 - \frac{\omega}{\text{sin. } \phi} + \frac{\omega^2}{\text{sin.}^2 \phi} - \text{etc.} \right\}$$

Tang θ est déjà une quantité très-petite, ainsi que ω : tous les termes de ce produit seront donc très-petits du second ordre, excepté le premier. Ainsi, en les négligeant, on aura encore à fort peu près

$$\text{tang. I} = \frac{\text{tang. } \theta}{\text{sin. } \phi}$$

c'est-à-dire, le même résultat que si on ne s'était pas trompé sur le lieu du nœud.

variations sont très-lentes, et de la nature de celles que nous avons nommées séculaires. Les inclinaisons des orbites éprouvent aussi, entr'elles et sur l'écliptique, quelques variations.

La rétrogradation des nœuds des planètes est analogue à celle des nœuds de la lune : c'est une conséquence nécessaire de l'attraction universelle, comme on le verra plus loin. Il en est de même des changemens d'inclinaison. L'analyse, en faisant connaître cette dépendance, a donné le moyen d'en calculer les effets.

446. On trouvera à la fin du chapitre suivant le tablean des inclinaisons de tous les orbes planétaires sur l'écliptique, avec la position de leurs nœuds. On y a joint les variations séculaires de ces élémens.

CHAPITRE III.

De la nature des orbites planétaires. Lois de Kepler.

447. La position du plan de l'orbite étant déterminée, il reste à trouver la loi du mouvement de la planète et la figure de la courbe qu'elle décrit.

Toutes ces choses seraient connues si l'on parvenait à assigner pour chaque instant la longueur du rayon vecteur mené de la planète au soleil, et l'angle formé par ce rayon avec une droite fixe menée dans le plan de l'orbite, et passant par le centre du soleil. C'est ainsi, par exemple, que dans l'article 196 nous avons tracé, d'après les observations, la figure de l'orbe solaire.

Le premier élément à déterminer, est le tems d'une révolution complète de la planète autour du soleil. Pour le connaître, il suffit d'observer l'intervalle de tems qui s'écoule entre deux retours consécutifs de la planète au même nœud ; car il est visible qu'elle n'y revient qu'une seule fois dans chaque révolution ; et l'on peut, dans une première approximation, supposer les nœuds fixes sur le plan de l'orbite.

Il faut maintenant déduire de l'observation le mouvement angulaire de la planète autour du soleil, et les variations de sa distance à cet astre. Les conjonctions et les oppositions sont très-favorables pour cet objet.

En effet, dans ces circonstances le rayon vecteur mené

de la terre à la planète, et celui qui lui est mené du centre du soleil, se projettent sur le plan de l'écliptique dans la même ligne droite TSM, fig. 93. Ainsi le point de l'écliptique auquel nous rapportons la planète, est le même que celui auquel on la rapporterait du centre du soleil, ou bien il lui est directement opposé. Dans ces deux cas, la longitude de la planète, vue du soleil ou *héliocentrique*, est donnée par l'observation de sa longitude vue de la terre ou *géocentrique*; car elle lui est égale ou elle en diffère de deux angles droits, et comme la position de l'orbite sur le plan de l'écliptique est connue, ainsi que son mouvement, par des opérations précédentes, un simple calcul trigonométrique détermine l'angle NSP, ou la distance de la planète au nœud, et le rapport de SP à TS, c'est à-dire, la distance de la planète au soleil exprimée en partie de la distance du soleil à la terre (a). Celle-ci est connue, parce qui précéde

---

(a) Soit T la terre, S le soleil, P la planète supposée en opposition, S P son rayon vecteur, S N la ligne des nœuds; la longitude géocentrique de la planète étant égale à sa longitude héliocentrique, si l'on en retranche la longitude du nœud de l'orbite qui est connue, on aura l'angle N S M que je nomme φ. Si, de plus, on mène P A perpendiculaire à S N, P M étant perpendiculaire sur le plan A S M, l'angle P A M sera l'inclinaison de l'orbite qui est connue, et que je désigne par I: cela posé, en nommant comme à l'ordinaire

$$SA = x \qquad AM = y \qquad PM = z \qquad SM = r \qquad SP = R$$

et l'angle $ASP = v$ l'angle $PSM = \theta$

On aura

$$x = r\cos.\varphi \qquad y = r\sin.\varphi \qquad z = r\,\text{tang.}\,\theta \qquad R = \frac{r}{\cos.\theta}$$

en parties du grand axe de l'orbe solaire, la longueur du rayon vecteur sera donc aussi connue en parties de ce même grand axe.

Les oppositions et les conjonctions des planètes arrivent successivement dans divers points du ciel; elles ne répondent pas non plus toujours aux mêmes points

---

De plus, le triangle P A M donne tang. $I = \frac{z}{y}$

Le triangle A S P donne $x = R \cos. v.$

Substituant pour x y z R leurs valeurs, on trouve

$$\text{tang. } I = \frac{\text{tang. } \theta}{\sin. \phi} \qquad \cos. \phi = \frac{\cos. v}{\cos. \theta}$$

ou $\text{tang. } \theta = \text{tang. } I \cdot \sin. \phi \qquad \cos. v = \cos. \phi \cdot \cos. \theta$

La première équation donnera la valeur de θ, qui est la latitude héliocentrique; la seconde fera connaître ensuite l'angle v, qui est la distance de la planète au nœud.

Alors, en prenant le supplément de l'angle θ, on aura l'angle T S P. On connaît de plus l'angle P T S par les observations, puisque c'est la latitude géocentrique de la planète, nous la nommerons θ'; alors, dans le triangle P S T, on connaîtra les deux angles T et S, et le côté S T, ou la distance du soleil à la terre, qui est connue en parties de l'axe de l'orbe terrestre. Si on la représente par D, on aura les autres côtés S P, T S par les formules.

$$SP = ST. \frac{\sin. PTS}{\sin. TPS}$$

$$\text{ou} \qquad R = \frac{D \cdot \sin. \theta'}{\sin. (\theta - \theta')}$$

$$PT = ST \frac{\sin. PST}{\sin. TPS}$$

$$\text{ou} \qquad PT = \frac{D \sin. \delta}{\sin. (\theta - \theta')}$$

On aura donc la distance de la planète à la terre et au soleil, exprimée en parties du grand axe de l'orbe lunaire.

de leurs orbites. Ainsi, en faisant plusieurs observations semblables, on verra successivement différens angles et différens rayons vecteurs; on pourra donc mesurer ces rayons en parties du grand axe de l'orbe solaire, les placer autour du soleil dans leurs directions véritables, et tracer ainsi la figure de la courbe que la planète décrit.

Il n'est pas même nécessaire pour obtenir ces résultats, que les planètes soient observées au tems de leurs oppositions ou de leurs conjonctions. Une longitude et une latitude géocentriques, observées à une époque quelconque, suffiront, à l'aide du calcul trigonométrique, pour trouver le rayon vecteur et la distance au nœud (a).

447. La courbe, tracée de cette manière pour toutes les planètes, est fort ressemblante à une ellipse dont le soleil occupe un des foyers. Ici l'analogie nous porte à essayer si le mouvement elliptique ne satisferait pas aux observations.

L'épreuve en est facile. Trois points donnés de position sur un plan suffisent pour déterminer complètement une ellipse dont on connaît un des foyers. Ainsi, en calculant l'ellipse qui satisfait à trois observations de la planète, on verra si elle comprend toutes les autres : c'est ce qui arrive très-exactement.

448. On a reconnu de cette manière que les *orbes des planètes sont des ellipses dont le soleil occupe un des foyers.*

Leur rayon vecteur décrit autour de ce point des aires proportionnelles aux tems.

(a) Lemonnier, institutions astronomiques, page 542.

Ces résultats se nomment *les lois de Képler*, parce qu'ils ont été découverts par ce célèbre astronome.

449. Les dimensions des ellipses planétaires, c'est-à-dire, les grandeurs de leurs axes et leurs excentricités sont données, comme on vient de le voir, en parties d'une échelle commune qui est la moyenne distance du soleil à la terre.

Ces excentricités éprouvent des variations très-lentes dont la théorie a déterminé l'étendue et les lois. Actuellement celles de Mercure, de Mars et de Jupiter augmentent; celles des autres planètes diminuent.

Les *périhélies* des orbites ne sont pas fixes dans le ciel; ils ont sur les plans de ces mêmes orbites des mouvemens directs, c'est-à-dire, dirigés dans le même sens que celui du soleil. Les bonnes observations sont encore trop récentes pour déterminer cet élément. La théorie de l'attraction le donne avec beaucoup plus d'exactitude.

Le mouvement propre des étoiles qui se fait dans le même sens, est de 154″,63 par année, comme on l'a vu dans l'article 283. Pour rapporter le mouvement des périhélies aux étoiles, selon l'usage ordinaire en astronomie, il faut retrancher 154″,63 de leur mouvement en longitude, rapporté à l'écliptique et aux équinoxes. Ceux dont le mouvement est moindre que cette quantité paraîtront rétrograder par rapport aux étoiles: c'est ce qui arrive au périhélie de Vénus.

450. On peut de même rapporter les révolutions des planètes aux étoiles; ce qui est fort usité en astronomie. Cela est très-facile quand on connaît le mouvement séculaire de la planète; il suffit d'en retrancher la précession séculaire des équinoxes, et l'on obtient ensuite la révo-

lution sydérale par une simple proportion. C'est ainsi que nous avons trouvé celle de la lune.

451. On voit par ce qui précède que la connaissance des mouvemens elliptiques des planètes dépend, pour chacune d'elles, de sept élémens; deux servent à déterminer la position de l'orbite, ce sont la longitude du nœud ou sa trace sur un plan fixe, et l'inclinaison; les cinq autres sont relatifs au mouvement dans l'ellipse; ce sont, 1.° la durée de la révolution sydérale; 2.° le demi-grand axe de l'orbite, ou la moyenne distance de la planète au soleil; 3.° l'excentricité d'où résulte la plus grande équation du centre; 4.° la longitude moyenne de la planète à une époque donnée; 5.° la longitude du périhélie à la même époque. Comme il y a jusqu'à présent neuf planètes connues, il y a en tout soixante-trois élémens à déterminer pour avoir la connaissance de notre système planétaire dans l'état actuel de l'astronomie. J'ai rassemblé tous ces élémens dans le tableau qui est à la fin de ce chapitre.

452. L'examen de ce tableau nous montre que les planètes qui sont les plus éloignées du soleil se meuvent avec le plus de lenteur. En comparant par des essais multipliés, leurs vîtesses et leurs distances, Képler y découvrit ce beau rapport : *Les carrés des tems des révolutions sont proportionnels aux cubes des moyennes distances.* C'est la troisième loi de Képler (*a*).

(*a*) Soient a et a' les distances moyennes de deux planètes au soleil, T et T' les durées de leurs révolutions sydérales, on aura

$$\frac{T^2}{T'^2} = \frac{a^3}{a'^3}$$

Par exemple, la durée de la révolution sydérale de Jupiter est 4332^{j},602208 ; celle de Mercure est 87^{j},969255. Si l'on fait les carrés de ces nombres, et qu'on prenne leur rapport, on trouve 2425,7.

Les distances moyennes de ces deux planètes au soleil sont exprimées par 5,202778 et 0,387100, le demi-grand axe de l'orbe solaire étant pris pour unité. En faisant les cubes de ces nombres, et prenant ensuite leur rapport, on trouve 2427,9, c'est-à-dire, à-peu-près le même que précédemment.

Cette loi étant démontrée par toutes les planètes, d'après les observations, on doit la regarder comme plus exacte que les observations mêmes, c'est-à-dire, qu'au lieu d'emprunter de l'observation les rapports des distances des planètes au soleil, rapports toujours difficiles à mesurer avec la dernière exactitude, il faut les conclure de cette loi, d'après la durée des révolutions sydérales que l'on a beaucoup plus exactement.

453. Enfin, et ceci est extrêmement remarquable, la terre elle-même participe à cette loi générale à laquelle toutes les planètes sont assujéties. Si l'on admet son mouvement annuel, et qu'on regarde celui du soleil comme apparent, sa marche devient celle d'un corps planétaire circulant autour du soleil, conformément aux lois de

---

Nommant K^2 le rapport $\frac{T'^2}{a'^3}$ calculé pour une d'entre elles, on aura pour toutes les autres

$$T^2 = K^2 a^3$$

relation qui fera connaître la révolution sidérale, d'après la distance observée, et réciproquement. Dans le système solaire, la valeur de K est 365^{j},256384. C'est précisément la durée de l'année sidérale : on en verra la raison plus loin.

Képler. La durée de sa révolution, calculée dans cette hypothèse d'après sa distance, se trouve précisément égale à une année sidérale (a).

Cette conformité offre une analogie frappante entre la terre et les autres corps célestes. La nature ne pouvant pas nous indiquer d'une manière plus forte le mouvement de notre globe, qu'il était impossible de rendre perceptible à nos sens.

454. Les lois de Képler, auxquelles nous venons de parvenir, sont le fondement de toute l'astronomie théorique; elles conduisent immédiatement à la loi de la pesanteur universelle, qui n'en est en quelque sorte qu'une conséquence, comme nous le verrons plus loin.

455. Les mouvemens des planètes ne se font pas tout-à-fait dans des ellipses. Ils sont assujétis à un grand nombre de petites inégalités que l'observation et la théorie ont reconnues et déterminées avec beaucoup d'exactitude, en les ajoutant aux tables des planètes, comme autant de corrections à faire au mouvement elliptique.

Les plus considérables sont celles qui affectent les mouvemens de Jupiter et de Saturne. En comparant les observations modernes aux anciennes, on remarque une diminution dans la durée de la révolution de Jupiter et un accroissement dans celle de Saturne. Les observa-

(a) D'après les lois de Kepler, la distance moyenne d'une planète au soleil, et la durée des révolutions sidérales sont liées entre elles par la relation $T^2 = K^2 a^3$, dans laquelle $K = 365j,256384$. Si l'on regarde la terre comme une planète, la valeur de a sera l'unité, et l'on aura $T^2 = K^2$, ou $T = K$ c'est précisément la durée de l'année sidérale.

La Terre	311°,1218.
Mars	24 ,4219.
Jupiter	4 ,1201.
Saturne	257 ,0438.
Uranus	353 ,9610.

Longitudes du périhélie, au commencement de 1750.

Mercure	81°,7401.
Vénus	141 ,9759.
La Terre	309 ,5790.
Mars	368 ,3096.
Jupiter	11 ,5012.
Saturne	97 ,9466.
Uranus	185 ,1262.

Mouvement sidéral et séculaire du périhélie. (Le signe — indique un mouvement rétrograde.

Mercure	1755″,50.
Vénus	— 699 ,07.
La Terre	3671 ,63.
Mars	4834 ,57.
Jupiter	2030 ,25.
Saturne	4967 ,64.
Uranus	759 ,85.

Inclinaison de l'orbite à l'écliptique, au commencement de 1750.

Mercure	7°,7776.
Vénus	3 ,7701.

La Terre . . . . . 0 ,0000.
Mars . . . . . 2 ,0556.
Jupiter . . . . . 1 ,4636.
Saturne . . . . . 2 ,7762.
Uranus . . . . . 0 ,8599.

Variation séculaire de l'inclinaison à l'écliptique vraie.

Mercure . . . . . 55″,09.
Vénus . . . . . 13 ,80.
La Terre . . . . . 0 ,00
Mars . . . . . — 4 ,45.
Jupiter . . . . . — 67 ,40.
Saturne . . . . . — 47 ,87.
Uranus . . . . . 9 ,38.

Longitude du nœud ascendant sur l'écliptique, au commencement de 1750.

Mercure . . . . . 50° ,3836.
Vénus . . . . . 82 ,7093.
La Terre . . . . . 0 ,0000.
Mars . . . . . 52 ,9377.
Jupiter . . . . . 108 ,8062.
Saturne . . . . . 123 ,9327.
Uranus . . . . . 80 ,7015.

Mouvement sidéral et séculaire du nœud sur l'écliptique vraie.

Mercure . . . . . — 2332″,90.
Vénus . . . . . — 5673 ,60.

La Terre		0 ,00.
Mars	—	.7027 ,41.
Jupiter	—	.4509 ,51.
Saturne	—	.5781 ,54.
Uranus	—	.10698 ,00

Ce tableau a été pris dans l'exposition du Système du Monde. Je vais y joindre les élémens des nouvelles planètes, Pallas et Cérès, tels qu'ils ont été calculés par Gauss et Burckhardt. Il existe encore trop peu d'observations, pour qu'on ait pu déterminer leurs mouvemens séculaires.

	Pallas.	Cérès.
Révolution sydérale	1682j,14.	1679j,67.
(a) Distance moyenne	2,7693.	2,7672.
Excentricité	0.2457.	0,0757.
Longitude du périhélie	134°,7693	162°,8448.
Inclinaison de l'orbite	38°,4818	11°,7945
Longitude du nœud	191°,6339	90°,0463

(a) Celle de la terre est prise pour unité.

CHAPITRE IV.

Manière de prévoir les retours des planètes à une même situation par rapport au soleil.

456. Quand on veut faire quelques recherches sur le mouvement des planètes, on a souvent besoin de connaître le tems qu'elles emploieront à revenir à la même position, par rapport au soleil, c'est ce que l'on nomme la *révolution synodique.*

On peut aisément la déduire des résultats précédens; il suffit pour cela de s'appuyer sur le fait général, que toutes les planètes connues font leurs révolutions dans le même sens, et d'occident en orient, comme le soleil; conformité qui est un des phénomènes les plus remarquables du système du monde.

En effet, soit que la terre tourne autour du soleil, ou le soleil autour de la terre, si nous nous supposons transportés au centre de cet astre, nous nous croirons immobiles; la terre et toutes les planètes sembleront tourner autour de nous, dans le même sens, et la quantité dont elles s'éloigneront les unes des autres dans un tems donné, dépendra de la différence de leurs mouvemens.

Par conséquent si, du mouvement diurne de la terre, on retranche le mouvement diurne d'une planète, la différence exprimera la quantité dont la terre et la planète, vues du soleil, s'écarteront l'une de l'autre, après l'intervalle d'un jour, et par une simple proportion, on en déduira le nombre de jours nécessaires pour qu'elles s'é-

loignent l'une de l'autre de 400°, c'est-à-dire, pour qu'elles reviennent autour du soleil à la même position relative: c'est le tems de la révolution synodique de la planète.

Par exemple, le mouvement diurne de mercure est de 45470 ,85; celui de la terre ou du soleil est de 10951 ,6; la différence est 34519″,25; c'est la quantité dont mercure et la terre, vus du soleil, s'éloignent l'un de l'autre dans l'intervalle d'un jour; ainsi, pour qu'ils s'écartent l'un de l'autre de 400°, il faudra un nombre de jours représenté par $\frac{400°}{34519'',25}$ ou 115j,877373: c'est le tems de la révolution synodique de mercure.

La supposition du mouvement de la terre que nous venons d'employer, n'avait pour but que de simplifier les considérations, en les rendant uniformes. Il est visible qu'elle ne peut avoir aucune influence sur le résultat définitif déduit des observations, puisque ces observations ne peuvent pas nous apprendre, si c'est réellement le soleil ou la terre qui tourne. A mesure que les faits s'accumulent, nous avons des occasions, de plus en plus fréquentes, de remarquer la simplicité que l'hypothèse du mouvement de la terre introduit dans toutes les recherches astronomiques.

457. En comparant le moyen mouvement des planètes, au moyen mouvement du soleil, on peut calculer les périodes des tems après lesquelles ces astres doivent se retrouver dans le même point de leur orbite, et dans les mêmes situations, par rapport à la terre. Ces périodes diffèrent de la révolution synodique qui ramène seulement la planète à la même distance angulaire du soleil. Elles sont extrêmement utiles, parce qu'aux époques qu'elles indiquent, l'heure du lever et du coucher du soleil et de

la planète, celles de leurs passages au méridien, et toutes les inégalités qui affectent leur marche, se retrouvent les mêmes qu'auparavant; de sorte que tous les phénomènes qui dépendent des positions des deux astres, par rapport à la terre, recommencent dans le même ordre, ce qui donne un moyen facile de les prévoir.

Nous avons déjà reconnu les avantages de ces périodes dans les éclipses de lune et de soleil. Afin d'en obtenir de semblables pour les planètes, il suffit de trouver un nombre d'années, après lequel le mouvement de la planète autour du soleil complète exactement, ou, à fort peu près, un nombre exact de révolutions.

Pour cela, ce qui se présente de plus simple, est de former le rapport des mouvemens annuels de la planète et du soleil, et de réduire ce rapport à ces moindres termes.

Par exemple, le mouvement tropique de mercure, dans une année julienne, est égal à 16608231″,13; celui du soleil, dans le même intervalle, est égal à 400084,″93; et le rapport de ces mouvemens est $\frac{16608231''.13}{400084'',93}$. Si les les deux termes de cette fraction avait un commun diviseur, on profiterait de cette circonstance pour la réduire à une expression plus simple; si, par exemple, on pouvait la réduire à $\frac{54}{13}$, on en conclurait que le mouvement de mercure est à celui du soleil, dans le rapport 54 à 13, et pendant que mercure décrirait 54 circonférences autour du soleil, cet astre en décrirait 13 autour de la terre; de sorte qu'après treize années solaires, le soleil et mercure ayant décrit tous deux un nombre exact de circonférences, se trouveroient aux mêmes positions; mais comme

en général le rapport dont il s'agit n'est pas réductible, ou ne comporte que des réductions très-faibles, il faut chercher des nombres qui le divisent, sinon exactement, du moins à très-peu près, et les quotiens de ces divisions donneront autant de périodes plus ou moins rapprochées; l'exactitude dépendra des quantités négligées dans le calcul.

Pour cela on opérera comme si on voulait trouver le plus grand commun diviseur des deux nombres proposés; comme le calcul donnerait en général l'unité pour dernier diviseur, puisque les nombres sont premiers entr'eux, on s'arrêtera à la première division, à la seconde, ou à la troisième, et ainsi de suite, c'est-à-dire, que l'on négligera le premier, ou le second, ou le troisième reste, et ces diverses suppositions donnant des erreurs d'autant plus petites, conduiront à des périodes de plus en plus rapprochées.

Par exemple, pour mercure, le rapport des deux nombres est $\frac{166082\,3115}{400006\,8493}$, la recherche du commun diviseur conduira aux résultats compris dans le tableau suivant.

166082 3113	400006 8493	60789141	135273647	25515494	9758155	
4	6	1	1	2	2	

Si l'on s'arrêtait à la première division, on aurait pour quotient $\frac{4}{1}$, c'est-à-dire, que dans une année julienne, il y quatre révolutions de Mercure; mais ce rapport différerait très-sensiblement de la vérité, parce que le reste négligé 60789141 est très-considérable. La seconde division donnerait pour diviseur ce même reste, en négligeant le

le suivant 35273647, et il en résulterait le rapport $\frac{25}{7}$ qui est déjà plus approché ; en sorte qu'en prenant ainsi pour diviseur les restes successifs, on aura, au lieu du rapport exact, les fractions suivantes.

$$\frac{4}{1}\ \frac{25}{6}\ \frac{29}{7}\ \frac{54}{13}\ \frac{137}{33}\ \frac{191}{46}\ \frac{328}{79}\ \frac{519}{125}\ \frac{847}{204}\ \frac{2213}{533}$$

qui en sont autant de valeurs de plus en plus approchées.

Les numérateurs de ces fractions indiquent les nombres d'années juliennes, après lesquelles il y a, à très-peu près, un nombre entier de révolutions de Mercure.

Mais comme ces résultats ne sont qu'approchés, il sera nécessaire de leur ajouter ou de leur ôter un petit nombre de jours pour avoir des périodes plus exactes.

Par exemple, si nous prenons la quatrième période, qui est de 13 années juliennes, après cet intervalle le mouvement du soleil est égal à 13 circonférences entières, plus 1104″,09 ; celui de Mercure est 215907104″,69 ; les cinq premiers chiffres ne forment pas tout-à-fait un nombre exact de circonférences, ce qui marque que, pour plus d'exactitude, il faut encore attendre un certain nombre de jours au-delà du nombre d'années indiquées ; ce nombre est ici 2^j,75.

En effet, le mouvement diurne du soleil étant égal à 10951″,6, et celui de Mercure étant 45470″,85, la marche de ces astres en 2^j,75, sera 30116,″9, et 125044″84 ; ajoutant ces quantités aux mouvemens qui ont eu lieu pendant 13 années juliennes, on aura, pour le soleil,

3°,1221, outre un nombre entier de circonférences; et pour Mercure, 216032149″,53 ou 54 circonférences plus 3°,214953; ces deux astres seront donc un peu plus avancés dans leurs orbites, qu'ils ne l'étaient à l'époque précédente; mais ce déplacement étant, à fort peu près, le même pour tous les deux, ils paraissent vus de la terre dans la même position; ils sembleront donc revenus à la même longitude et à la même distance angulaire; car il ne faut pas oublier qu'indépendamment du mouvement propre de Mercure, le seul mouvement du soleil produit dans cet astre un déplacement apparent (a).

(a) Au reste, la petite correction qu'il faut faire aux périodes annuelles, est facile à trouver d'une manière directe. En effet, dans l'exemple précédent, la différence du mouvement du soleil à un nombre exact de circonférences, était de 1104″,09; cette différence pour Mercure, était de 92895″,31. Si l'on nomme δ le nombre des jours cherchés, la marche des deux astres dans l'intervalle sera respectivement 10951″,6 . δ, et 45470″,85 . δ; et leur éloignement d'un nombre exact de révolution sera

$$\text{Pour le soleil, } 1104'',09 + 10951'',6\,.\,\delta$$
$$\text{Pour Mercure} - 92895'',31 + 45470'',85\,.\,\delta$$

Or le mouvement apparent de Mercure se compose de son mouvement autour du soleil, moins le mouvement du soleil autour de la terre. Ainsi, pour que ces deux astres nous paraissent avoir repris leurs mêmes positions respectives, il suffit que la différence des deux quantités précédentes soit nulle; ce qui donne l'équation

$$0 = \left\{45470'',85 - 10951'',6\right\}\delta - 92895'',31 - 1104'',09$$

ou
$$34519'',25\,.\,\delta = 93999'',40$$

d'où l'on tire
$$\delta = \frac{93999'',40}{34519'',25} = 2^{j},7251$$

458. On peut, à l'aide de ces périodes, prévoir tous les instans où Mercure et le Soleil paraîtront revenir aux mêmes positions synodiques et sidérales. On connaîtra donc ainsi toutes les conjonctions moyennes qui sont des phénomènes importans à observer.

Si l'orbe de Mercure coïncidait avec le plan de l'écliptique, cet astre, dans chacune de ses conjonctions inférieures, paraîtrait sur le disque du soleil. Mais l'inclinaison de l'orbite s'oppose quelquefois au retour de ces phénomènes, et ils sont, par cela même, moins fréquens que les conjonctions.

On sent en effet que Mercure en conjonction ne peut éclipser le soleil que lorsque sa latitude géométrique est moindre que le demi-diamètre apparent de cet astre. Dans tout autre cas, il passe au-dessus ou au-dessous de lui.

Or, plusieurs circonstances s'opposent à ce que ces conditions soient remplies, et font varier les époques des passages de Mercure sur le Soleil. Il faut mettre de ce nombre la grande excentricité de l'orbite de cet astre, qui rend son mouvement très-inégal, le mouvement des nœuds qui change peu à-peu sa latitude, mais sur-tout le mouvement annuel de l'orbite qui, étant emporté sur l'écliptique avec le soleil, se présente à nous dans des

---

C'est-à-dire qu'après 13 années juliennes et 2j,7231, les positions respectives du soleil et de Mercure vues de la terre, redeviendront les mêmes qu'auparavant, ces deux astres se retrouvant au même point de leur orbite.

En opérant de même relativement aux autres périodes, on déterminera facilement les petites corrections qu'il faut leur faire pour leur donner toute l'exactitude desirable.

éloignemens et dans des aspects divers, d'où résult dans la latitude géocentrique de Mercure, des variati considérables.

Au milieu de tant d'inégalités, le seul moyen reste pour prévoir exactement tous les passages, c siste à chercher toutes les époques où ils peuvent se produire d'après les périodes que nous avons trouvé et à calculer ensuite, par les tables, toutes les conjo tions correspondantes à ces époques, pour connaî celles dans lesquelles les passages auront lieu réel ment.

On a formé de cette manière la table suivante, contient les passages observés ou à observer depuis 17 jusqu'à 1894. Cette table est extraite de la 3.e édition l'Astr. de Lalande.

Passages de Mercure sur le Soleil.

ANNÉES.	ÉPOQUES des PASSAGES.
1753	5 mai.
1756	6 novembre.
1769	9 nov.
1776	2 nov.
1782	12 nov.
1786	3 mai.
1789	5 nov.
1799	7 mai.
1802	8 nov.
1815	11 nov.
1822	4 nov.
1832	5 mai.

ANNÉES.	EPOQUES des PASSAGES.
1835	7 nov.
1845	8 mai.
1848	9 nov.
1861	11 nov.
1868	4 nov.
1878	5 mai.
1881	7 nov.
1891	9 mai.
1894	10 nov.

459. On peut reconnaître dans cette table l'effet des diverses périodes que nous avons trouvées; on voit aussi que les passages arrivent toujours en mai et en novembre; mais ils sont beaucoup plus fréquens à cette seconde époque. La différence tient à la position de l'ellipse de Mercure sur le plan de l'écliptique. Cette ellipse est maintenant placée de manière qu'elle nous présente son périhélie pendant l'hiver, et son aphélie pendant l'été; et comme elle est fort excentrique, Mercure est beaucoup plus près du soleil au mois de novembre qu'au mois de mai.

Or, si l'on considère le cône lumineux formé par les rayons visuels, menés de la terre au soleil, ce cône s'amincit près de la terre et s'élargit près du soleil, dont le disque lui sert de base, Mercure doit donc le rencontrer plus facilement lorsqu'il est près du soleil, que lorsqu'il en est éloigné, et par conséquent les passages les plus fréquens de cet astre doivent arriver dans l'hiver.

460. Les considérations précédentes et les méthodes qu'elles nous fournissent, s'appliquent également à l'orbe

de Vénus. Le mouvement de cette planète dans une année julienne de $365^j,25$ étant égal à $6501825'',37$, son rapport au mouvement annuel du soleil est $\frac{6501825,37}{4000084,93}$, d'où l'on tire les périodes $\frac{13}{8}$ et $\frac{473}{291}$ qui se rapportent à 8 et à 291 années. Je ne parle point des périodes plus courtes, parce qu'elles sont trop inexactes; ni des périodes plus longues, parce qu'elles deviennent inutiles aux limites dans lesquelles on peut étendre les tables actuelles.

En combinant ces deux périodes et leurs multiples par addition et soustraction, on obtiendra toutes celles que les astronomes ont imaginées (a).

Ces périodes donneront les époques des passages de Vénus sur le soleil, passages beaucoup plus rares que ceux de Mercure, parce que Vénus est plus éloignée du soleil. En voici la table calculée d'après l'astronomie de Lalande.

ANNÉES.	ÉPOQUES DES PASSAGES DE VÉNUS.
1631	6 décembre.
1639	4 déc.
1761	5 juin.
1769	3 juin.
1874	8 décembre.
1882	6 décembre.
2004	7 juin.

(a) Telles sont, par exemple, celles de 235, de 243 et de 251 années, qui sont composées des précédentes; car 235 est égal à $291 - 7 . 8$; de même $243 = 291 - 6 . 8$; $251 = 291 - 5 . 8$.; en

561. Vénus est quelquefois si brillante qu'elle devient visible, en plein jour, à la vue simple. Ce phénomène remarquable a lieu dans les positions où cet astre nous renvoie le plus de lumière. Or on a vu que les phases de Vénus augmentent quand cette planète s'éloigne de la terre. La première cause tend à accroître son éclat; la seconde tend à le diminuer. Il y a donc une position moyenne où ces causes se balancent de la manière la plus favorable, et c'est-là que Vénus nous renvoie la plus grande clarté. L'intervalle des retours de Vénus à cette position moyenne, est d'environ huit ans; mais dans beaucoup d'autres positions, Vénus peut encore être vue en plein jour, et ce phénomène arrive assez souvent.

462. La méthode dont nous avons fait usage dans ce chapitre servira également pour trouver les époques auxquelles plusieurs planètes peuvent revenir en même tems dans des positions déterminées; par exemple, à l'opposition ou à la conjonction. Il suffit pour cela d'accorder les moyens mouvemens de ces planètes entr'eux et avec le mouvement du soleil, par un nombre exact de révolutions.

---

général si on représente par m et n deux nombres entiers quelconques, la formule 291. $m \pm 8.n$ représentera toutes les périodes que l'on peut employer pour la planète Vénus.

CHAPITRE V.

De quelques particularités relatives à la constitution physique des planètes.

463. Pour ne pas interrompre l'exposé des méthodes qui ont servi à déterminer les mouvemens des planètes, j'ai remis à ce moment les détails relatifs à leurs particularités physiques.

Nous avons déja prouvé que tous ces corps sont à-peu-près sphériques. On a cherché avec beaucoup de soin à y découvrir des taches qui puissent faire juger s'ils ont un mouvement de rotation sur eux-mêmes, comme le soleil; et en effet, ce mouvement a été ainsi constaté pour toutes les planètes sur lesquelles on a pu en apercevoir; ce sont, jusqu'à présent, Vénus, Mars, Jupiter et Saturne. Il est également prouvé que Mercure tourne sur lui-même; mais on s'en est assuré par un autre procédé, comme nous le verrons plus bas.

La durée de la rotation de Vénus est un peu moindre d'un jour; on l'évalue à $0^j,973$. L'axe de rotation reste constamment parallèle à lui-même, et l'équateur qui lui est perpendiculaire fait avec l'écliptique un angle considérable. On a reconnu des montagnes très-hautes sur la surface de Vénus.

La durée de la rotation de Mars est de $1^j,027$; l'axe de rotation est incliné sur l'écliptique de 66°, 33.

Jupiter tourne sur lui-même en $0^j,414$ autour d'un axe presque perpendiculaire au plan de l'écliptique; son mou-

vement est donc beaucoup plus rapide que les précédens. Il le paraîtra encore bien davantage, si l'on remarque que Jupiter est beaucoup plus gros que les autres planètes. Le contour de son équateur est environ onze fois plus grand que celui de la terre, comme on le verra plus bas. En attribuant à la rotation de la terre les apparences du *mouvement* diurne, la durée de cette rotation sera à celle de Jupiter comme 1^j est à $0^j,414$; et pendant qu'un point de l'équateur terrestre décrira 1° de sa circonférence, celui de Jupiter décrira $\frac{1^\circ.1,000}{0,\ 414}$, ou $2^\circ,41$. Or ces dégrés sont plus longs que les degrés terrestres, dans le rapport des circonférences, c'est-à-dire, dans le rapport de 11 à 1. Ainsi, dans le même intervalle de tems, chaque point de l'équateur de Jupiter fait vingt-six fois plus de chemin qu'un point de l'équateur de la terre.

464. S'il est vrai, comme nous l'avons remarqué dans l'article 133, que l'aplatissement de la terre soit un effet et un indice de son mouvement de rotation, Jupiter doit être pareillement applati à ses pôles, et son aplatissement doit être beaucoup plus considérable : c'est ce que les observations confirment. Le plus petit diamètre de cette planète est au plus grand comme 13 est à 14. Le premier est dirigé dans le sens des pôles, le second dans le sens de l'équateur. On a vu que les diamètres correspondans de la terre sont entr'eux comme 333 à 334, en sorte que leur différence est beaucoup moindre. Nouvelle analogie qui s'accorde avec toutes les autres pour indiquer de plus en plus la réalité de la rotation de la terre.

465. Enfin, on connaît aussi la rotation de Saturne. Sa durée est de $0^j,428$. Avant qu'on eût observé ce phénomène, on pouvait le prévoir d'après l'aplatissement de

Saturne, aplatissement qui est tel que l'axe des pôles est plus petit de $\frac{1}{11}$ que l'axe de l'équateur; aussi l'auteur de la mécanique céleste avait-il annoncé d'avance la rotation de Saturne fondée sur cette considération.

466. On n'a pas encore observé directement de cette manière la rotation des autres planètes. Mercure est trop près du soleil pour qu'on ait pu y découvrir des taches; il est tellement enveloppé par les rayons de cet astre, qu'il n'offre à la vue qu'un disque étincelant de lumière; mais on a reconnu sa rotation par l'observation suivie des variations des *cornes* de ses phases, et Schrœter a trouvé de cette manière, $1^j,0038$ pour la durée de cette rotation. C'est aussi par ce moyen que le même astronome a déterminé la rotation de Vénus, qui n'étoit qu'indiquée par l'observation de ses taches.

Les nouvelles planètes, Pallas et Cérès, sont trop petite et trop récemment connues pour qu'on ait déja pu y faire des observations aussi délicates. Enfin, la planète Uranus, située aux confins du système solaire, est trop éloignée de nous pour que l'on ait pu y observer ces mouvemens; mais les rotations constatées de Mercure, de Vénus, de Mars, de Jupiter, de Saturne et du Soleil, celle même de la terre devenue presqu'aussi certaine, indiquent celles des autres planètes avec beaucoup de vraisemblance.

467. Une loi générale de ces mouvemens de rotation, c'est d'être tous dirigés d'occident en orient, comme les mouvemens propres; et cet accord, qui tient sans doute aux premières causes qui ont déterminé les mouvemens planétaires, est un des phénomènes les plus remarquables du système du monde.

468. Enfin, on est fondé à croire que la plupart des planètes sont environnées d'une atmosphère analogue à

la nôtre, au moins pour son état aériforme. Cette atmosphère est indiquée dans Vénus par la manière progressive dont s'y répand la lumière. Pour Jupiter, elle l'est par les variations irrégulières de quelques-unes de ses taches qui semblent autant de nuages transportés par les vents.

469. On remarque aussi des variations très-grandes dans quelques-unes des taches de Mars ; deux sur-tout qui forment une sorte de zône ou de ceinture autour de ses pôles, augmentent ou diminuent suivant qu'elles se trouvent exposées au soleil d'une manière plus ou moins oblique. On croit, par cette raison, que ce peuvent être des amas de glaces analogues à nos glaces polaires.

470. Toutes les taches de Jupiter ne sont pas sujettes aux variations dont je viens de parler; la plupart affectent en général la forme de zônes ou de bandes obscures, parallèles entr'elles et à l'écliptique. Elles sont situées à peu de distance de l'équateur de la planète. On observe des bandes semblables près de l'équateur de Saturne.

CHAPITRE VI.

Des Satellites des Planètes.

471. Lorsqu'on observe Jupiter au télescope, on le voit toujours accompagné de trois ou quatre points lumineux, semblables a des étoiles extrêmement petites. On pourrait même, en n'y regardant qu'une seule fois, les prendre pour de véritables étoiles que Jupiter aurait rencontrées sur sa route; mais en répétant les observations durant plusieurs jours consécutifs, on voit ces points lumineux changer de place autour de la planète. Ils se montrent à différentes distances de son disque, tantôt à sa droite, tantôt à sa gauche; et comme ils l'accompagnent toujours *comme des gardes*, on les a nommés *satellites*.

On voit quelquefois ces petits astres passer sur le disque de Jupiter, et y projeter une ombre qui décrit une corde de ce disque, ce qui forme de véritables éclipses de Jupiter, analogues à celles que la lune produit sur la terre. Il résulte de ce phénomène, que Jupiter et ses satellites sont des corps opaques, non lumineux par eux-mêmes, et éclairés par le soleil.

Ceci donne l'explication d'un autre phénomène très-singulier. Jupiter étant un corps opaque, doit projeter derrière lui, dans l'espace, un cône d'ombre opposé au soleil; et lorsque les satellites entrent dans cette ombre, ils doivent paraître éclipsés; aussi les voit-on souvent disparaître avant de passer derrière le disque de la planète. Cette disparution a lieu à l'occident, si le soleil est à

l'orient de Jupiter ; à l'orient, si le soleil est à l'occident. Elle paraît se faire près du disque de la planète, lorsque le cône d'ombre se présente à nous obliquement et sous un petit angle, comme aux approches de l'opposition ; elle se fait plus loin de ce disque, quand nous le voyons transversalement et sous un plus grand angle, comme dans les quadratures. Les deux satellites qui s'écartent le plus de la planète, peuvent, dans les circonstances favorables, sortir de l'ombre et reparaître du même côté du disque où ils avaient été éclipsés. Ces phénomènes ne permettent pas de douter que les satellites ne soient comme quatre petites lunes, qui se meuvent autour de cet astre dans des orbites rentrantes. On a nommé premier satellite celui qui s'écarte le moins de la planète. Le rang des trois autres se détermine de même d'après leurs élongations.

472. Jupiter n'est pas la seule planète qui présente ce phénomène. On observe sept satellites autour de Saturne, et six autour d'Uranus; mais il faut d'excellens télescopes pour les apercevoir. La lune peut aussi être considérée comme le satellite de la terre ; nouvelle analogie entre notre globe et les autres corps qui composent le système du monde.

473. La première chose à reconnaître pour établir la théorie des satellites et des planètes, c'est la direction de leurs mouvemens.

En les observant avec soin, on a remarqué que les satellites ne s'éclipsent jamais que quand ils passent de l'occident à l'orient de la planète. Quand ils suivent cette direction, on ne les voit jamais sur son disque : au contraire, lorsqu'ils paraissent sur ce disque, c'est en reve-

nant de la *digression* occidentale vers l'orient de la planète.

Il résulte de ce fait que les satellites tournent autour des planètes principales d'occident en orient, c'est-à-dire, dans le même sens que les planètes autour du soleil: accord qui est une des loix les plus remarquables du système du monde.

De plus, lorsqu'un satellite passe de l'occident à l'orient de la planète, il n'est pas toujours éclipsé; il passe quelquefois au-dessus ou au-dessous de l'ombre : de même, lorsqu'il revient de l'orient vers l'occident, il ne traverse pas toujours le disque de la planète; il se trouve quelquefois au-dessous ou au-dessus. Ces phénomènes prouvent que les orbites des satellites sont inclinés sur l'orbite des planètes principales; car, s'ils se mouvaient dans le même plan, ils seraient éclipsés à chaque révolution.

474. Les éclipses des satellites font connaître les instans de leurs oppositions au soleil : l'intervalle de deux éclipses donne la révolution synodique; et le mouvement de la planète autour du soleil étant connu, on en déduit les révolutions siderales. Pour plus d'exactitude, on emploie des éclipses observées près des oppositions de la planète, lorsqu'elle se trouve presque sur la même ligne droite avec la terre et le soleil : sur-tout on a soin de comparer entr'elles des éclipses fort éloignées, afin de compenser, autant qu'il est possible, les inégalités des satellites et de la planète. On trouvera à la fin de ce chapitre la table de ces révolutions.

Quant à la forme des orbites, ce qui se présente d'abord de plus simple, c'est de les supposer circulaires. Cette hypothèse peut toujours être regardée comme une première approximation, puisque les orbites des satelites

sont rentrantes ; elle est d'ailleurs indiquée par l'analogie qu'ont les planètes avec les satellites ; enfin, elle est confirmée par le fait, puisque cette supposition satisfait exactement aux éclipses observées dans les mêmes positions. Les orbites des satellites sont donc à-peu-près circulaires, et pour connaître leur distance au centre de la planète principale, il suffit de les mesurer au micromètre dans le tems de leurs plus grandes *élongations*. On en trouvera les valeurs à la fin de ce chapitre.

475. En comparant ces distances avec les durées des révolutions siderales, on y découvre le beau rapport démontré par Kepler pour les planètes. Dans chaque système de satellites, les carrés des tems des révolutions sont comme les cubes des moyennes distances. Cette loi a servi pour calculer les révolutions siderales des satellites d'Uranus, d'après l'estimation approchée de leurs distances : le second et le quatrième satellites de cette planète sont jusqu'à présent les seuls dont les révolutions sidérales aient pu être observées directement.

476. Les fréquentes éclipses des satellites de Jupiter ont donné aux astronomes le moyen de suivre leurs mouvemens avec une exactitude beaucoup plus grande qu'on n'aurait pu le faire, d'après les seules observations de leurs distances à Jupiter ; car, ces distances restant toujours extrêmement petites, leurs variations sont très-difficiles à apercevoir.

Ainsi, la durée plus ou moins grande des éclipses successives d'un même satellite, fait connaître l'inclinaison de son orbite, et la position de ses nœuds. Ces résultats ne sont d'abord qu'approchés, mais on les corrige peu à peu en les comparant à un grand nombre d'observations ; enfin, la suite de cette comparaison fait voir s il

est nécessaire de modifier les loix du mouvement circulaire, pour représenter ces phénomènes, et c'est ainsi qu'on reconnaît si l'orbite du satellite que l'on considère à une excentricité sensible.

On a trouvé de cette manière que l'orbe du troisième satellite de Jupiter a une petite excentricité, le quatrième en a une beaucoup plus sensible : on n'en a pas reconnu dans les deux autres.

477. Les inclinaisons de ces orbites sur celle de Jupiter sont variables, leurs nœuds et leurs *perijoves* sont en mouvement : on entend par *perijove* leur plus petite distance à Jupiter. Ces astres secondaires forment donc autour de leur planète une sorte de monde ou de système à part, qui nous offre en petit la représentation des changemens qui s'opèrent, ou doivent s'opérer à la longue dans le mouvement des planètes autour du soleil.

478. Indépendamment de ces variations, les satellites de Jupiter sont assujettis à des inégalités très-sensibles qui troublent leur mouvement elliptique, et rendent leur théorie fort compliquée ; mais la théorie de l'attraction, dirigée par une analyse très-profonde, a donné le secret de tous ces écarts.

Les trois premiers satellites plus rapprochés les uns des autres, sont sur-tout liés dans leurs mouvemens par des conditions particulières extrêmement remarquables.

Le moyen mouvement sydéral du premier, plus deux fois celui du troisième, pris ensemble, font une somme qui est constamment égale à trois fois celui du second (a).

Le même rapport a lieu entre leurs moyens mouve-

(a) Mécanique céleste, tome I, page 342.

mens

mens synodiques, qui sont, pour chacun d'eux, égaux à leur mouvement sidéral diminué de celui de Jupiter. Si l'on substitue ces mouvemens synodiques dans les rapports précédens, le mouvement de Jupiter disparaît, et la condition est remplie (a).

Les longitudes moyennes, soit synodiques, soit sidérales, de ces mêmes satellites, sont telles que la longitude du premier, moins trois fois celle du second, plus deux fois celle du troisième, est toujours égale à la demi-circonférence. Il est démontré par la théorie que ce rapport subsistera toujours, et par conséquent les trois satellites ne pourront jamais être éclipsés à la fois; car alors leurs longitudes seraient égales, et la somme ci-dessus serait nulle. Ces beaux théorèmes sont dus à l'auteur de la Mécanique céleste, et ils sont au nombre des plus brillantes découvertes que l'on ait faites dans la théorie du système du monde; mais il seroit impossible d'expliquer ici la méthode dont il a fait usage pour y arriver.

(a) En effet, nommons n', n'', n''' les moyens mouvemens sidéraux du premier, du second et du troisième satellite, dans une année julienne. Si l'on nomme s le mouvement sidéral du soleil dans cet intervalle, les mouvemens synodiques des trois satellites seront

$$n' - s\,;\ n'' - s\,;\ n''' - s$$

et comme on a par hypothèse

$$n' + 2\,n''' - 3\,n'' = 0$$

On aura donc aussi.

$$n' - s + 2\,(n''' - s) - 3\,(n'' - s) = 0$$

479. Le grand éloignement des satellites de Saturne, et la difficulté d'observer leurs positions, n'a pas permis de reconnaître les ellipticités de leurs orbites, encore moins de déterminer les inégalités auxquelles ils sont peut-être assujettis. Il en de même de ceux d'Uranus : cependant l'ellipticité de l'orbite du sixième satellite de Saturne, est sensible aux observations.

Le diamètre apparent de ces astres est si petit, qu'on n'a pas pu jusqu'à présent mesurer exactement leur grosseur. On a essayé de l'apprécier par le temps qu'ils emploient à passer dans l'ombre de la planète ; mais ce que nous avons dit dans l'article 404, au sujet des éclipses de Lune, doit faire juger combien cette méthode est incertaine.

480. En observant avec beaucoup de soin les variations périodiques qu'éprouve l'intensité de la lumière des satellites de Jupiter, Herschell a remarqué qu'ils se surpassent tour-à-tour en clarté. Il a comparé leurs positions mutuelles avec les époques où ils acquièrent leur maximum de lumière, et il en a conclu qu'ils tournent sur eux-mêmes dans un temps égal à leur révolution autour de Jupiter. Maraldi avait déja trouvé le même résultat pour le quatrième satellite, d'après les retours d'une même tache observée sur son disque. Cette loi subsiste également pour le septième satellite de Saturne. Quand il est à l'orient de Saturne, sa lumière s'affaiblit à un tel point, qu'il devient très-difficile de l'apercevoir ; ce qui ne peut provenir que des taches qui couvrent l'hémisphère qu'il nous présente, quand il se trouve dans cette position. Mais pour que cet hémisphère soit toujours le même dans ce point de l'orbite, il faut que le mouve-

ment de rotation du satellite soit exactement égal à son moyen mouvement de révolution autour de Saturne. On a vu précédemment que la lune jouit de la même propriété à l'égard de la terre ; ainsi il paraît par ce rapprochement que l'égalité des mouvemens de rotation et de révolution des satellites, est une loi générale de la nature, et il s'en suit qu'il présente toujours la même face à leur planète. Des observations précises et multipliées, faites récemment par Schroëter, mettent ce résultat hors de doute.

481. L'observation des éclipses des satellites de Jupiter, a fait découvrir un phénomène extrêmement remarquable : c'est la transmission successive de la lumière.

En comparant les retours de ces éclipses, on voit que lorsque Jupiter est en opposition avec le soleil, elles arrivent un peu plutôt qu'elles ne devraient, d'après la durée des révolutions sidérales des satellites. Au contraire, dans les conjonctions, lorsque Jupiter est au-delà du soleil, par rapport à la terre, elles arrivent plus tard. Ces variations sont exactement les mêmes pour tous les satellites. On ne peut attribuer ces variations à des inégalités qui auraient lieu dans leurs mouvemens, car, par l'effet du mouvement de Jupiter, les oppositions et les conjonctions répondent successivement à divers points du ciel. Il en est de même des éclipses des satellites. Ce qui se présente de plus simple, c'est d'en conclure que la lumière réfléchie par ces petits corps, ne se transmet pas subitement jusqu'à la terre, et qu'elle emploie un tems sensible à traverser l'orbe terrestre. En effet, si l'on suppose, pour plus de simplicité, l'orbe de Jupiter circulaire et concentrique au soleil, il est aisé de voir

que cette planète est beaucoup plus près de nous dans ses oppositions, que dans ses conjonctions. On voit, fig. 95, que la différence est double du rayon de l'orbe solaire, et égale à son diamètre ; ce qui suffit pour rendre raison des retards observés.

Les éclipses qui arrivent dans les conjonctions retardent d'environ 1142″ (16^m—26″) sur celles qui ont lieu dans les oppositions, il s'ensuit que la lumière emploie tout ce tems pour traverser l'orbe solaire, et elle emploie seulement la moitié de cet intervalle, ou 571″ pour venir du soleil jusqu'à nous. Les observations s'accordent si bien avec cette hypothèse, elle y satisfait si pleinement, qu'il est impossible de la révoquer en doute.

482. Les observations des satellites de Jupiter sont extrêmement utiles pour déterminer les longitudes. Le mouvement très-rapide de ces astres donne lieu à des éclipses fréquentes, dont on calcule d'avance les époques pour les inscrire dans les *éphémérides*. En comparant ces époques à l'observation immédiate, on a conclu la différence des longitudes d'après celle des tems. La méthode est la même que pour les éclipses de lune. Malheureusement on n'en peut pas faire usage à la mer : les lunettes nécessaires pour apercevoir ces petits astres, sont trop longues pour qu'on puisse s'en servir à bord, à cause de l'instabilité du vaisseau ; mais ces observations peuvent être utiles au navigateur dans ses relâches.

483. Conformément à la marche que nous avons suivie dans la théorie des planètes, j'ai réuni, dans le tableau suivant, les distances moyennes des satellites à leurs planètes respectives, et leurs révolutions sidérales.

DISTANCES MOYENNES. (a)		RÉVOLUTIONS SIDÉRALES.
1er satellite de Jupiter	5,6973	1j,76913
2e.	9,0659	3 ,55118
3e.	14,4616	7 ,15455
4e.	25,4360	16 ,68902
1er. satellite de Saturne . . .	3,080	0 ,94271
2e.	3,952	1 ,37024
3e.	4,893	1 ,88780
4e.	6,268	2 ,73948
5e.	8,754	4 ,51749
6e.	20,295	15 ,9453
7e.	59,154	79 ,3296
1er satellite d'Uranus.	13,120	5 ,8926
2e.	17,022	8 ,7068
3e.	19,845	10 ,9611
4e.	22,752	13 ,4559
5e.	45,507	38 ,0750
6e.	91,008	107 ,6944

(a) On prend pour unité le rayon de la planète. Voyez l'exposition du Système du Monde, chap. 7, liv. 2.

CHAPITRE VII.

De l'anneau de Saturne.

484. Lorsqu'on observe Saturne au télescope, on le voit ordinairement environné d'une bande lumineuse qui le ceint par le milieu, comme une écharpe, et qui s'étend au-dehors pour lui former comme deux anses, voyez fig. 96. Peu-à-peu on voit ces anses se rétrécir, devenir un filet lumineux, et enfin disparaître : alors Saturne paraît tout-à-fait arrondi ; mais après quelque tems, les anses reparaissent, elles s'élargissent de nouveau, et l'on peut s'apercevoir qu'elles ne sont pas adhérentes au corps de la planète, car il y a entre elles un espace vuide à travers lequel on voit le ciel, et les petites étoiles que le hasard y fait rencontrer.

Ces apparences se reproduisent constamment, suivant une marche régulière : on doit donc en conclure que la cause qui les produit, est aussi constante, et alors il faut nécessairement les attribuer à l'existence de quelque corps solide qui environne Saturne, et reparaît ou disparaît successivement.

Mais comme il serait peu naturel d'imaginer que ce corps acquiert et perd successivement la faculté de briller, il faut croire que les variations qu'il nous présente, résultent de sa position et de sa forme, et alors on peut chercher quelle doit être cette forme, pour satisfaire aux phénomènes observés.

485. On les représente tous très-exactement, en supposant l'équateur de Saturne, environné d'un anneau circulaire opaque, très-mince, et qui ne lui est adhérent

nulle part. Le globe de Saturne étant en mouvemen sur le plan de son orbite, entraîne avec lui cet anneau, qui, se présentant ainsi à la terre dans des positions diverses et sous diverses inclinaisons, doit produire toutes les apparences que l'on y observe. Voyez fig. 98.

Ainsi il nous paraît lumineux quand il tourne vers nous celle de ces deux faces qui se trouve éclairée par le soleil, et nous cessons de l'apercevoir quand il nous présente la face opposée; nous devons même le perdre de vue, dès que son plan prolongé passe par le centre de la terre, puisqu'il ne peut plus alors nous réfléchir aucune lumière. Il doit disparaître encore lorsque son plan passe par le soleil, parce qu'alors sa tranche est seule éclairée, et comme elle est fort mince, elle réfléchit trop peu de lumière pour être aperçue. Cependant on parvient encore à la distinguer avec d'excellens télescopes; elle paraît alors comme une ligne lumineuse sur le disque arrondi de la planète. Cette ligne, dont la largeur, est à peine d'une demi seconde à cette distance, répond au moins à une épaisseur de 1500 lieues.

Lorsque la surface éclairée de l'anneau est inclinée vers la terre, comme dans la fig. 96 on voit qu'elle projette une ombre sur le globe de Saturne, et cette ombre prouve que Saturne et son anneau sont réellement des corps opaques et éclairés par le soleil, comme nous l'avons supposé. On a observé sur la surface de l'anneau, des bandes noires et parallèles, qui indiquent qu'il n'y a pas un seul anneau, mais plusieurs séparés les uns des autres, et concentriques entre eux.

483. Lorsque lanneau est dans sa plus grande inclinaison par rapport aux rayons visuels menés de la terre, il déborde, par derrière, le disque de la pla-

nète. Voyez figure 97. Vu ainsi en perspective, il paraît sous la forme d'une ellipse, dont le petit axe est la moitié du grand axe. Celui-ci est évidemment le diamètre de l'anneau. Si l'on cherche quelle inclinaison il faut donner à un cercle pour qu'il paraisse sous cette forme, on trouve qu'elle doit être de 33°,3 (30° sexag.) C'est l'angle que doit former le plan du cercle avec le rayon visuel mené à son centre (a). On en déduit l'inclinaison de l'anneau sur le plan de l'écliptique égale à 34°,8. Jusqu'à présent, il ne paraît pas que cette inclinaison éprouve des variations sensibles.

Pour déterminer complétement la position de l'anneau, il ne reste plus qu'à trouver la direction de sa trace sur le plan de l'écliptique, ou la situation de ses nœuds. On y parviendrait aisément si l'on connaissait l'instant où son plan disparaît en passant par le centre de la terre; car alors Saturne et la terre s'y trouvent en même tems, et comme l'inclinaison de ce plan est déjà connue, ces deux points suffisent pour le déterminer; mais

(a) Soit fig. 99, AA' la position de l'anneau vu du point T, que nous supposerons représenter la terre. Si l'on mène les rayons visuels TC, TA au centre et à la circonférence de l'anneau, il résulte des observations que AB, perpendiculaire à TC, est la moitié de AC. Les sinus des angles ACB, ABC sont donc ainsi dans le même rapport. Or l'angle B étant droit, son sinus est l'unité. Ainsi le sinus de l'angle C est $\frac{1}{2}$; ce qui répond à 33°,33, ou 30° de la division sexagésimale.

En ajoutant à ce résultat l'angle CTE, ou la latitude géocentrique de Saturne à cette époque, on aura l'angle AEI, ou l'inclinaison de l'anneau sur l'écliptique ET. Il y a quelque modification à faire à ce résultat, parce que la position AA' de l'anneau diffère tant soit peu de celle que nous venons de supposer. C'est en ayant égard à toutes les circonstances, que l'on a trouvé l'inclinaison de l'anneau sur l'écliptique égale à 34°,8.

comment distinguer cet instant, puisque le passage du plan de l'anneau par le soleil peut occasionner des positions analogues?

487. On résoudra cette difficulté en examinant les périodes dans lesquelles ces phénomènes se reproduisent; car elles ne peuvent être les mêmes dans les deux cas. Les passages par le soleil ne dépendent que du mouvement de l'anneau et de celui de Saturne; les autres dépendent aussi du mouvement du soleil autour de la terre.

Or on remarque qu'il y a des disparitions et des réapparitions de l'anneau, qui se succèdent très-exactement et dans le même ordre à chaque révolution sidérale de Saturne. Il est donc naturel de penser qu'elles résultent du plan de l'anneau passant par le soleil. Pour mettre cette vérité dans tout son jour, je rapporte ici la série de ces phénomènes tels qu'ils ont été observés (a).

1715	5 février.	R
1730	10 novembre.	D
1744	23 juillet.	D
1760	25 avril,	R
1774	9 janvier.	R
1789	1 octobre.	D
1803	18 juin.	D

La lettre D indique une disparition; la lettre R une

(a) Ces époques sont tirées de l'ouvrage de *Dionis du Séjour* sur l'anneau de Saturne. Il ne faut les regarder que comme des approximations; car les disparitions de l'anneau ne se font pas d'une manière subite : on ne le perd de vue que peu-à-peu, et on l'aperçoit d'autant plus long-tems, qu'on a des instrumens plus parfaits. Par cette raison, il n'est pas possible de fixer avec précision l'instant de son passage par la terre ou par le soleil.

réapparition de l'anneau. Si, à l'époque de 1715, on ajoute une révolution sidérale de Saturne, ou 29 années juliennes, et 166j,827213, on aura précisément l'époque de 1744, et l'on en déduira de même celles de 1774 et de 1803.

L'époque de 1730 donnera pareillement celle de 1760 et de 1789.

488. Cet accord est trop exact pour qu'on puisse l'attribuer au hasard. Il indique évidemment la loi suivant laquelle ces phénomènes se suivent; et leurs retours étant indépendans de la révolution du soleil autour de la terre, il faut absolument en conclure qu'ils se rapportent aux passages de l'anneau par le centre de cet astre.

Alors nous voyons que ces phénomènes forment deux séries distinctes, qui marchent par les mêmes périodes; mais dont les époques sont différentes. Ces deux séries se rapportent évidemment aux deux situations opposées, dans lesquelles l'anneau doit rencontrer le soleil à chaque révolution.

Mais comme, dans chaque série, les passages viennent toujours après une révolution complette de Saturne, il s'ensuit que ces deux situations de l'anneau répondent toujours aux mêmes points de l'orbite de cette planète, c'est-à-dire, *que le plan de l'anneau reste constamment parallèle à lui-même sur l'orbite de Saturne*, et par conséquent *sa trace sur le plan de l'écliptique doit toujours faire, avec la trace de l'orbite, un angle constant.*

489. Soit que le soleil tourne autour de la terre ou la terre autour du soleil, on a vu précédemment que les traces des orbes planétaires conservent toujours la même direction dans l'espace, abstraction faite du mouvement très-lent et rétrograde de leurs nœuds. Le mouvement

annuel du soleil ne fait donc que transporter l'anneau parallèlement à lui-même sur l'écliptique avec l'orbite de Saturne. Ainsi la trace de l'anneau sur l'écliptique reste constamment parallèle à elle-même, et lorsque le plan de l'anneau passe par la terre, ses nœuds doivent toujours répondre aux mêmes points du ciel.

Ces résultats sont parfaitement conformes auxobservations. En calculant la position sidérale des nœuds de l'anneau d'après les passages qui ne sont pas compris dans les séries de l'article 487, on la trouve constamment la même. Il ne faut pour cela qu'un calcul très-simple (a). La trace du plan de l'anneau sur l'écliptique fait avec la trace de l'orbite de Saturne un angle de 66°.

490. En examinant la table que nous venons de rappor-

(a) Prenons le centre de la terre pour origine des coördonnées : lorsque le plan de l'anneau passera par ce centre, son équation sera de la forme

$$z = Ax + By$$

Les constantes A et B dépendront de la direction de sa trace sur l'écliptique, et de son inclinaison. Soit I cette inclinaison, qui est supposée connue pour ce qui précède, on aura

$$\frac{1}{\sqrt{1 + A^2 + B^2}} = \cos I$$

ce qui donne

$$A^2 + B^2 = \text{tang.}^2 I$$

De plus, l'équation de la trace sur l'écliptique, qui se trouve en faisant $z=0$, sera

$$Ax + By = 0$$

d'où

$$y = -\frac{A}{B} \cdot x$$

ter, on voit que les intervalles des passages du soleil d'un nœud de l'anneau à l'autre, ne sont pas d'une égale durée. Entre l'époque de 1715 et celle de 1730, il y a 15 ans et 9 mois; il n'y a que 13 ans et 8 mois entre celle de 1730 et de 1744. Il en est de même des époques suivantes. La différence tient à l'excentricité de l'orbe de Saturne. En effet, concevez par le centre du soleil un plan parallèle à celui

---

$-\frac{A}{B}$ est la tangente trigonométrique de l'angle que cette trace fait avec l'axe des x; c'est la tangente de la longitude du nœud, soit φ cette longitude, on aura

$$-\frac{A}{B} = \text{tang. } \varphi$$

A l'aide de ces deux équations, on trouve aisément les valeurs de A et de B, qui seront

$$A = -\text{tang. I sin. } \varphi ; \qquad B = \text{tang. I cos. } \varphi$$

et en les substituant dans l'équation du plan, elle deviendra

$$z = y \text{ . tang. I cos. } \varphi \quad - x \text{ . tang. I sin. } \varphi$$

dans laquelle les angles I et φ sont en évidence.

Ceci est l'équation d'un plan mené par le centre de la terre parallèlement à l'anneau. A l'instant du passage, Saturne se trouve dans ce plan, et ses coordonnées devront satisfaire à la relation précédente. Si donc on les désigne par x', y', z', on aura

$$z' = y' \text{ tang. I cos. } \varphi - x' \text{ tang. I sin. } \varphi$$

Désignons par θ la latitude géocentrique de Saturne à cette époque, $\downarrow$ sa longitude géocentrique, r la projection de son rayon vecteur sur l'écliptique, ce rayon étant mené du centre de la terre, on aura

$$x' = r \cos. \downarrow \qquad y' = r \sin. \downarrow \qquad z' = r \text{ tang. } \theta$$

ou $\downarrow$ à θ sont des quantités connues. Substituant dans l'équation précédente, et divisant par r, il vient

de l'anneau; ce plan déterminera les instans des passages. Si l'orbite est circulaire, elle se trouvera ainsi partagée en deux portions égales, et les intervalles des passages d'un nœud à l'autre seront d'une égale durée; mais si l'orbite est elliptique, le plan la coupera en deux portions inégales, dont la plus longue à décrire sera celle que contient l'aphé-

---

$$\text{tang. } \theta = \text{tang. } I \text{ sin. } \downarrow \text{ cos. } \varphi - \text{tang. } I \text{ cos. } \downarrow \text{ sin. } \varphi$$

ou

$$\frac{\text{tang. } \theta}{\text{tang. } I} = \text{sin. } (\downarrow - \varphi)$$

équation qui détermine $\downarrow - \varphi$, et par conséquent φ, lorsque l'inclinaison I de l'anneau est connue; par exemple, le 3 avril 1774, dix heures du soir, heures vulgaires, l'anneau disparut, parce que son plan passait par le centre de la terre. On avait alors

Longitude géocentrique de Saturne.	194°,5868	$= \downarrow$
Latitude.	2°,7221	$= \theta$
Inclinaison de l'anneau sur l'écliptique.	34°,8	$= I$

Ces valeurs donnent

$$\log. \left\{\frac{\text{tang. } \theta}{\text{tang. } I}\right\} = 8{,}847121 = \log \text{ sin. } (\downarrow - \varphi)$$

d'où l'on tire

$$\downarrow - \varphi = 4°{,}48$$

et par conséquent

$$\varphi = 190°{,}106$$

C'était la longitude du nœud de l'anneau, le 3 avril 1774. Pour avoir cette longitude à une autre époque quelconque antérieure ou postérieure, il suffit de l'augmenter ou de la diminuer en raison de la précession.

lie, où le mouvement est le plus lent. Alors les intervalles des passages seront inégaux entre eux; c'est ce qui a lieu dans la position actuelle de l'orbe de Saturne. Cet astre a passé par son perihélie entre 1715 et 1730; il a passé par son aphélie entre 1730 et 1744.

491. Toutes les apparences de l'anneau de Saturne seraient faciles à prévoir, si l'on connaissait la période de ses passages par le centre de la terre, comme nous avons celle de ses passages par le soleil; mais le mouvement annuel du soleil autour de la terre donne à cette question un peu plus de difficulté. Pour la résoudre, il faut trouver un nombre de révolutions sidérales de Saturne qui réponde exactement, ou à fort peu-prés, à un nombre exact d'années sydérales. Or, en prenant le rapport de ces périodes qui est $\frac{10759,077213}{365,256364}$ et le réduisant en fraction continue suivant la méthode de l'article 457, on trouve pour les premières valeurs approchées $\frac{59}{2}$ et $\frac{324}{11}$. Je ne parle pas des suivantes, parce qu'elles donneraient de très-longues périodes.

La fraction approchée $\frac{59}{2}$ nous indique que dans 59 années sidérales, il y a, à fort peu près, deux révolutions de Saturne; si l'on calcule exactement les durées de ces deux périodes, on trouve que la première excède la seconde de $31^j,97223$, ainsi, après 59 année sidérales, Saturne est en avance sur le soleil de cette quantité. D'après sa vîtesse connue, il est facile d'en conclure l'époque à laquelle les deux astres seront revenus à la

même position relative, ou le nombre de jours qu'il faut ajouter aux 59 années (a).

La période donnée par la fraction $\frac{324}{11}$ est beaucoup plus exacte ; elle montre que 324 années sidérales égalent à fort peu-près, 11 révolutions de Saturne. Le différence n'est que de $6^j,680927$, dont Saturne se trouve en arrière ;

(a) Soit R la durée de la révolution sidérale de Saturne, R′ celle du soleil, désignons par D la différence $31^j,97223$, et par x le nombre de jours qu'il faut ajouter aux 59 années ci-dessus, pour que les deux astres reprennent la même position respective. Il est clair que dans le temps D, Saturne décrit un arc égal à $\frac{400^\circ.\,D}{R}$. Dans le temps x, il décrit $\frac{400^\circ.\,x}{R}$; dans le même intervalle, le soleil parcourra $\frac{400^\circ.\,x}{R'}$ On aura donc l'égalité

$$\frac{400^\circ.\,x}{R} + \frac{400^\circ.\,D}{R} = \frac{400^\circ.\,x}{R'}$$

ou en divisant par 400°.

$$\frac{x+D}{R} = \frac{x}{R'}$$

d'où l'on tire

$$x = D.\frac{R'}{R-R'}$$

c'est le temps qu'il faut ajouter aux 59 années sidérales.

Dans la seconde période de 324 années, Saturne se trouve en arrière de $6^j,680927$; alors D est négatif et égal à cette quantité. On a donc

$$x = \frac{-D\,R'}{R-R'}$$

valeur qui doit être retranchée des 324 années sidérales.

et il est facile d'en conclure l'époque à laquelle il a dû se retrouver dans la même position, par rapport au soleil, époque antérieure aux 324 années.

Ces périodes s'accordent assez exactement avec les retours observés; mais il ne faut les appliquer qu'aux passages du plan de l'anneau par le centre de la terre : elles deviendraient inexactes, si on les appliquait aux passages par le soleil. La période de ceux-ci est égale à une révolution sidérale de Saturne. Cependant, même avec cette restriction, les résultats précédens pourraient être quelquefois en défaut, par suite des grandes inégalités du mouvement de Saturne.

492. Pour compléter cette théorie, il ne reste plus qu'à exposer ce que les observations ont fait connaître sur la constitution physique de l'anneau.

En mesurant ses dimensions avec le micromètre, on a trouvé que sa largeur apparente est égale à la distance de son bord intérieur à la surface de Saturne; cette distance est le tiers du diamètre de la planète. Les dimensions réelles sont probablement un peu plus petites, parce qu'elles doivent paraître agrandies par l'effet de l'irradiation.

Quelques taches observées sur la surface de l'anneau ont fait voir qu'il tourne sur lui-même en 0j,437; son axe de rotation est perpendiculaire à son plan : il est le même que celui de Saturne.

La durée de cette rotation offre un rapport bien remarquable : si l'on conçoit autour de Saturne un satellite qui ait pour orbite la circonférence moyenne de l'anneau, et que l'on calcule d'après la seconde loi de Képler; la durée

de

de sa révolution sidérale, on la trouve précisément égale à celle de l'anneau (a).

(493) Ce rapport explique comment l'anneau de Saturne peut se soutenir autour de cette planète sans la toucher; ou du moins il ramène ce fait à la cause générale qui soutient ainsi tous les satellites.

En effet, on peut considérer chaque particule de l'anneau, comme un petit satellite de Saturne, et l'anneau lui-même comme un amas de satellites liés entr'eux d'une manière convenable. Si ces petits corps étaient libres et indépendans les uns des autres, leurs vîtesses varieraient avec leurs distances au centre de la planète; les plus voisins de ce centre iraient plus vîte, les plus éloignés plus lentement, suivant la seconde loi de Képler; et si l'on prend pour terme moyen la vîtesse qui convient à la circon-

---

(a) Prenons pour unité, le demi-diamètre apparent de Saturne. La distance de sa surface au bord intérieur de l'anneau, est le tiers de ce diamètre en $\frac{2}{3}$; de-là, jusqu'à la circonférence moyenne de l'anneau, la distance est $\frac{1}{3}$, puisque la largeur totale de l'anneau est égale à la distance de son bord intérieur à la surface de la planète. Ajoutant à ces résultats le demi-diamètre de Saturne, qui est l'unité, on aura $1 + \frac{2}{3} + \frac{1}{3}$, ou 2 pour le rayon de la circonférence moyenne de l'anneau.

Si l'on prend pour terme de comparaison le premier satellite de Saturne, on a vu que la distance moyenne au centre de Saturne est 3,08, le tems de la révolution sidérale est $0^j,94271$. Ainsi, d'après la loi de Képler, que les carrés des tems des révolutions sont comme les cubes des moyennes distances, on aura

$$0^j,94271.\sqrt{\frac{2^3}{(3,08)^3}}$$

ou $0^j,49$, ce qui diffère peu des observations.

férence moyenne de l'anneau, les vîtesses des autres particules s'en écarteront, soit en plus, soit en moins, d'une égale quantité. Maintenant si ces particules viennent à se suivre et a s'attacher les unes aux autres pour former un corps solide, il se fera une sorte de compensation entre leurs mouvemens : les plus rapides communiqueront aux plus lentes une partie de leur vîtesse ; celles-ci leur communiqueront en échange une partie de leur lenteur, et ces efforts opposés se faisant mutuellement équilibre, il ne restera que le mouvement moyen commun à toutes les particules, et qui sera celui de la circonférence moyenne (a).

(a) Il faut démontrer que les tems des révolutions de deux points pris à égale distance de la circonférence moyenne, excédera celle de cette circonférence, l'une en plus, l'autre en moins d'une égale quantité. Cela n'est vrai qu'autant que la distance des deux points à la circonférence moyenne peut être consdérée comme très-petite. Soit T le tems de la révolution moyenne, R la distance du milieu de l'anneau au centre de Saturne. Si ces données appartenaient à un satellite, on aura

$$T^2 = K^2 R^3$$

K étant un coefficient constant pour tous les satellites de Saturne. Si l'on considère un second satellite placé à la distance $R + u$, et que le tems de la révolution soit $T + t$, on aura

$$(T + t)^2 = K^2 (R + u)^3$$

et si ce satellite est placé à la distance $R - u$, le tems de sa révolution étant représenté par $T - t'$, on aura

$$(T - t')^2 = K^2 (R - u)^3$$

Si l'on développe les deux membres de ces équations, en faisant usage de la précédente, il résulte

$$2Tt + t^2 = K^2 (3R^2 u + 3R u^2 + u^3)$$

$$-2Tt' + t'^2 = K^2 \left\{ - \quad {}^2u + \quad {}^2 - u^3 \right\}$$

Cette théorie subsisterait encore dans le cas ou l'anneau serait composé, comme il paraît l'être, de plusieurs anneaux concentriques et détachés les uns des autres; seulement il faudrait l'appliquer séparement à chacun d'eux; alors les durées de leurs rotations devraient être sensiblement différentes; c'est au temps et à l'observation à confirmer ces résultas.

Or si u est une quantité très-petite par rapport à R, t et t′ seront aussi très-petites du même ordre par rapport à T. On pourra donc négliger les carrés et les cubes de ces petites fractions, comparativement aux autres termes; alors on aura seulement

$$2Tt = 3K^2R^2u, \quad -2Tt' = -3K^2R^2u$$

ce qui donne

$$t = t'$$

résultat qui est précisément celui que l'on voulait démontrer.

éloignées du ciel, s'approchent beaucoup plus près du soleil que les planètes, et s'en retournent ensuite à des distances beaucoup plus considérables.

497. Ces alternatives servent à expliquer les phénomènes que présentent les queues des comètes. Lorsque ces corps s'approchent très-près du soleil, ils doivent éprouver une chaleur énorme, tout doit se fondre et se vaporiser à leur surface; et ces vapeurs exhalées dans l'espace, ne participant plus au mouvement de la comète, doivent traîner derrière elle comme une sorte de queue. On expliquerait aussi par-là comment quelques comètes ont paru sans noyau, leur masse ayant été réduite toute entière en vapeurs, par l'effet d'une chaleur excessive; mais pour apprécier ces considérations, il faut connaître exactement les lois des mouvemens de ces astres.

498. Pour les découvrir, laissons-nous guider par l'analogie. Puisque les comètes sont des astres qui paraissent appartenir à notre système planétaire, il est naturel de penser qu'elles se meuvent autour du soleil comme les planètes, mais dans des orbites extrêmement allongées. Ces orbites seront donc encore des ellipses qui auront leur foyer au centre du soleil; mais dont le grand axe sera presque infini, sur-tout pour nous, qui n'en observons qu'une petite partie, celle où la comète devient visible en s'approchant du soleil. Ainsi l'orbite des comètes sera une *parabole :* car on appelle ainsi la courbe dans laquelle l'ellipse dégénère, lorsqu'elle s'allonge indéfiniment. *V. fig.* 100.

En introduisant cette modification dans les lois de Képler, relatives au mouvement elliptique, on en déduit celles du mouvement parabolique des comètes.

Il en résulte que les aires décrites par une même

nomme étoiles tombantes. Ils n'en différaient, en apparence, que pour la durée. On pouvait penser qu'elles étaient seulement composées d'une matière plus compacte qui retarderait plus long-temps leur dissolution ; mais ces opinions sont tombées, quand on a eu des observations plus parfaites.

Toutes les comètes observées ont une parallaxe fort petite qui les place bien au-delà de l'orbe de la lune; elles ne se forment donc pas dans notre atmosphère. De plus, leur mouvement apparent à travers les étoiles paraît assujetti à des lois régulières qui permettent de suivre leur marche, quelquefois même de prédire leurs retours. Cette régularité, cette constance, marquent évidemment des êtres durables; et il est naturel d'en conclure que les comètes sont des astres permanens comme les planètes, mais assujettis à une marche différente.

496. Lorqu'on les regarde au télescope, elles ressemblent à un amas de vapeurs, au centre duquel on voit ordinairement un noyau plus ou moins opaque. Cependant, quelques-unes d'entr'elles n'ont paru que comme une vapeur légère, sans aucun noyau sensible, car on voyait les étoiles au travers. Pendant les diverses périodes de leur révolution, elles éprouvent dans leur éclat des variations progressives qui paraissent dépendre de leur distance au soleil, soit que cet astre les embrâse par sa chaleur, soit qu'il ne fasse que les éclairer ; l'instant où leur éclat est le plus vif, peut même faire juger qu'elles se trouvent à leur périhélie. Or leur lumière d'abord très-faible devenant graduellement plus vive, jusqu'à surpasser celle des planètes les plus brillantes, et s'effacent ensuite par les mêmes degrés, on doit en conclure, que ces astres venant des régions les plus

499. A l'aide de ces lois, on peut déterminer l'aire décrite pur une comète dans un tems donné depuis son

---

Afin de l'obtenir, il faut mettre à la place de T sa valeur k a $\frac{3}{2}$ tirée de la première équation qui est commune à toutes les planètes; il faut de plus savoir qu'en représentant par b le demi-petit axe de l'ellipse, dont a est le demi-grand axe, et par π le rapport de la circonférence au diamètre, la surface de l'ellipse a pour mesure π ab. On aura donc

$$m = \frac{\pi a b}{k a^{\frac{3}{2}}} \qquad \text{ou} \qquad m = \frac{\pi b}{k\sqrt{a}}$$

L'excentricité dans ellipse ou la distance du centre au foyer a pour valeur $\sqrt{a^2 - 6^2}$; la distance du foyer au sommet de la courbe, ou la distance périhélie, est $a - \sqrt{a^2 - b^2}$. Lorsque l'ellipse s'allonge pour se changer en parabole, cette distance ne devient pas infinie, au contraire, elle conserve toujours une certaine valeur finie que l'on peut représenter par D, on aura donc

$$D = a - \sqrt{a^2 - b^2}$$

d'où l'on tire

$$a^2 - b^2 = (D - a)^2 = D^2 - 2aD + a^2$$

et par conséquent

$$b = \sqrt{2aD - D^2}$$

valeur qui étant substituée dans celle de m, donne

$$m = \frac{\pi}{k} \cdot \frac{\sqrt{2aD - D^2}}{\sqrt{a}}$$

ou en divisant par $\sqrt{a}$

$$m = \frac{\pi}{k}\sqrt{2D - \frac{D^2}{a}}$$

Ceci a lieu dans toutes les ellipses possibles. Lorsque l'ellipse se change en parabole, a devient extrêmement grand et comme infini par rapport à D; on peut donc alors négliger le terme $\frac{D^2}{a}$, qui est une fraction très-petite, et il reste simplement

$$m = \frac{\pi}{k}\sqrt{2D}$$

passage au périhélie, et fixer sa position dans sa parabole. Il ne s'agit plus que de voir si cette théorie est conforme aux observations.

Or il existe un moyen remarquable de la vérifier, c'est de faire passer une parabole par plusieurs lieux observés d'une comète, et de voir si tous les autres s'y trouvent compris.

Pour cela il suffit de trois observations : si l'on a la déclinaison de la comète et son assension droite à trois époques différentes, qu'on en ait déduit ses longitudes et ses latitudes géocentriques, on connaîtra la direction de trois rayons visuels, menés à ces mêmes époques de la terre à la comète, et sur le prolongement desquels elle a dû nécessairement se trouver ; les lieux correspondans du soleil sont connus. Il faut donc trouver une parabole qui ait son foyer au centre de cet astre, qui coupe les trois rayons

---

et comme ce coefficient k est connu par la théorie des planètes, dès que l'on connaîtra la distance périhélie D, on aura la valeur de m, et l'on pourra par conséquent, au moyen de l'équation $c = mt$, évaluer les aires décrites par la comète à un instant quelconque depuis son passage au périhélie.

La valeur de m pour une planète est $\frac{\pi a b}{T}$, ce sera $\frac{\pi a^2}{T}$ si l'orbite est circulaire, ou en mettant pour T sa valeur $k a^{\frac{3}{2}}$, ce sera $\frac{\pi}{k}\sqrt{a}$. Les aires décrites dans le même tems par cette planète et par la comète, sont entre elles comme la valeur de m, c'est-à-dire, comme $\frac{\pi}{k}\sqrt{a}$ est à $\frac{\pi}{k}\sqrt{2D}$, et si le rayon a de la planète est égal à la distance périhélie D, ce rapport deviendra celui de 1 à $\sqrt{2}$ ce qui donne la proposition énoncée dans le texte.

visuels, et qui les coupe dans des points dont les intervalles correspondant au nombre de jours écoulés.

Ou si l'on veut supposer la terre en mouvement sur l'écliptique et le soleil immobile, que T, T', T'', fig. 101, représentent trois positions successives de la terre, et TC, TC', TC'' trois rayons visuels menés à la comète, il s'agira de trouver une parabole CC' C'' dont le foyer soit en S au centre du soleil, et qui coupe les trois rayons visuels, conformément aux conditions exigées.

Ces conditions sont plus que suffisantes pour déterminer complétement les élémens du mouvement parabolique; c'est-à-dire, la distance périhélie, de la comète, la position du périhélie, l'instant du passage par ce point, l'inclinaison de l'orbite sur l'écliptique et la position de ses nœuds. Ces cinq élémens étant connus, on peut assigner la position de la comète à une époque quelconque, et la comparer aux observations. Mais la recherche en est extrêmement difficile, et l'on n'y parvient que par une analyse très-délicate, dont il serait impossible de rendre compte ici. On la trouvera dans la *Mécanique Céleste*. Je me bornerai à dire que de toutes les méthodes connues, celle que M. Laplace a donnée dans cet ouvrage, est, sans contredit, la plus sûre el la plus exacte. (a)

Plus de quatre-vingt comètes ont été calculées dans cette

(a) On trouve une solution de ce problème, qu'on peut regarder comme une première approximation, dans l'*arithmétique universelle de Newton*, ouvrage remarquable par le grand nombre de questions qui s'y trouvent résolues, et qu'il faudra toujours consulter comme un modèle d'élégance dans le choix des méthodes. Voyez la traduction de *Baudeux*, à Paris, chez *Bernard*, libraire, quai des Augustins.

théorie, et leurs observations parfaitement représentées. Il n'y a donc aucun doute qu'elle ne soit conforme à la nature. On a eu ainsi la connaissance précise des mouvemens de ces astres, on a pu les suivre dans l'espace, et cette connaissance a dévoilé plusieurs résultats importans.

500. Les comètes ne se meuvent pas toutes d'occident en orient, comme les planètes suivant l'ordre des signes; le mouvement de quelques-unes est direct; pour d'autres, il est retrograde.

Leurs orbites ne sont pas comprises dans une zône étroite du ciel, comme celles des planètes. Elles varient par tous les dégrés d'inclinaisons. Il en est dont le plan est presque couché sur l'écliptique; d'autres lui sont perpendiculaires. A la vérité, il n'est pas impossible que l'on découvre par la suite de petite planètes, qui offriraient les mêmes variations dans leur obliquité, et contre l'idée des anciens astronomes, il n'y aurait plus de zodiaque. C'est au temps et aux observations astronomiques à décider ce fait; mais les orbes de Cérès et de Pallas, déjà fort inclinées sur l'écliptique, et hors de l'ancien zodiaque, semblent l'indiquer avec assez de vraisemblance. On peut même citer comme une induction favorable à cette idée, que les orbites des satellites d'un astre, sont presque perpendiculaires à l'écliptique; car les divers systèmes de satellites, nous offrent, en petit, les images fidèles du grand système planétaire.

501. On observe encore que les queues des comètes ne commencent à paraître que quand ces astres se rapprochent beaucoup du soleil; leur longueur croît avec cette proximité; elles n'acquièrent leur plus grande étendue qu'après le passage au périhélie, et leur direction est toujours op-

posée au soleil, en formant vers cet astre une courbe un peu concave, comme le représente la figure 102.

Une des plus étendues a été celle de la comète de 1680 : elle occupait dans le ciel un espace de près de 66° ; celle de la comète de 1744 était encore plus remarquable : elle ressemblait à une sorte d'éventail, dont la longueur était de 17°, et la largeur de 130° : elle était assez brillante pour n'être pas effacée par la lumière de la pleine lune, et on l'apercevait même encore après le lever du soleil.

502. Ces résultats confirment l'idée que nous avons conçue d'abord d'après la seule inspection des phénomènes; ils s'accordent à montrer que les queues des comètes sont réellement l'effet de la vaporisation produite par une chaleur excessive : elles n'acquièrent toute leur longueur, qu'après le passage au périhélie, parce que c'est seulement alors que la comète a été le plus échauffée et pénétrée par les rayons du soleil, de même que la surface de la terre n'atteint sa plus haute température qu'après le solstice d'été. Ce rapprochement me paraît indiquer assez que les comètes, au moins avant leur passage au périhélie, sont des corps solides, qui s'échauffent progressivement, et peuvent ensuite se vaporiser en partie ou en totalité; autrement comment pourraient-elles supporter une si forte chaleur? Newton a calculé que la comète de 1680, avait dans son passage, à raison de sa proximité du soleil, éprouvé une chaleur 3000 fois plus grande que celle d'un fer rouge. Un simple amas de vapeurs, exposé à une chaleur aussi vive, aurait dû mille fois se dissiper dans l'atmosphère.

503. Après avoir calculé les mouvemens des comètes, on a cherché à prévoir leurs retours. En effet, si elles décrivent des ellipses très-alongées, leur marche dans

la parabole ne peut être regardée que comme une première approximation. Mais l'analyse, qui donne le premier résultat, fournit aussi les moyens de le corriger, de calculer l'ellipse véritable : alors, d'après la seconde loi de Képler, on en déduit la révolution sidérale de la comète et l'époque de ses retours.

Par malheur, ces résultats sont rarement susceptibles d'une très-grande exactitude, parce qu'on les connaît par l'observation d'un très-petit arc de l'orbite de la comète, qui est celui où nous pouvons la voir lorsqu'elle s'approche du soleil. D'ailleurs il peut se faire que certaines comètes décrivent des paraboles ou des hyperboles dont les branches sont indéfinies, et alors une fois qu'on les a ainsi observées dans leur passage au périhélie, on les perdrait de vue pour toujours. Cependant il est probable que, si de pareils corps existent, ils ont dû, à cause de l'ancienneté de l'univers, passer depuis long-tems devant le soleil ; en sorte que les mouvemens périodiques sont les seuls qui restent à nos observations.

On reconnaît une comète dès qu'elle reparaît, en comparant les élémens de son orbite avec ceux de toutes les comètes précédemment observées. Si ces calculs sont semblables dans deux apparitions, on en conclut l'identité des deux comètes, et le calcul des probabilités fournit des méthodes pour juger jusqu'à quel point on peut compter sur cette vraisemblance.

504. Il n'y a jusqu'à présent qu'une seule comète dont la révolution sidérale soit bien connue, et dont le retour soit certain : c'est celle de 1682, déjà observée en 1607, 1531 et 1456, et qui a reparu en 1759. Elle emploie environ 76 ans à faire sa révolution, et doit reparaître en 1832. D'après la troisième loi de Képler, si l'on prend

pour unité le demi grand axe de l'orbe terrestre, la distance moyenne de cette comète sera égale à la racine cubique du carré de 76 ou à 17,95 (a). Le grand axe de son orbite sera donc 35,9 ; et comme sa distance périhélie observée, s'est trouvée de 0,58, il en résulte que sa distance aphélie est égale à 35,32. Elle s'éloigne donc du soleil trente-cinq fois plus que la terre, en parcourant une ellipse extrêmement allongée.

Les intervalles de ses retours au périhélie, ne sont pas constamment les mêmes. Celui de 1531 à 1607, a été plus long de trois mois que celui de 1607 à 1682, et celui-ci a été dix-huit mois plus court que le retour de 1682 à 1759. Il paraît donc que les mouvemens des comètes sont sujets à être troublés comme ceux des planètes, et d'une manière encore plus sensible.

505. La comète de 1770 offre un exemple frappant de ces inégalités. Comme elle fut long-tems visible, on fit sur sa marche un grand nombre d'observations ; mais il fut absolument impossible de les représenter par une parabole. Enfin, après beaucoup d'essais, Lexell trouva qu'il ne pouvait y satisfaire que par une ellipse dans laquelle la durée de la révolution fut de cinq ans et demi. La plus légère différence dans cette durée, sup-

---

(a) Si l'on nomme a, a' les distances moyennes de la terre et de la comète, T, T' les tems de leurs révolutions sidérales ; les lois de Képler donnent

$$\frac{a'^3}{a^3} = \frac{T'^2}{T^2}$$

Dans le cas actuel, on a $T' = 76\,T$. On suppose $a = 1$; il reste donc

$$a = \sqrt{T'^2} = \sqrt[3]{76.^2}$$

poserait dans les observations des erreurs trop fortes pour être admises. Cependant on n'a jamais revu cette comète. L'Institut ayant proposé de soumettre cette question à un nouvel examen, Burkardt a repris toutes les observations, et refait tous les calculs avec un soin extrême, en faisant usage de tous les secours que l'état actuel de l'astronomie et de l'analyse peuvent donner ; mais cet excellent astronome est parvenu, à fort peu près, aux mêmes résultats que Lexell. Il n'y a donc aucun doute que l'orbite de cette comète n'ait été changée depuis 1770. Nous verrons plus bas que ces effets sont dus à l'attraction universelle, qui, en maintenant les mouvemens des grands corps planétaires, livre les masses plus petites à des dérangemens considérables.

CHAPITRE IX.

Des aërolithes.

506. On a vu tomber du haut des airs des corps solides composés de diverses subtances minérales, et on leur a donné, par cette raison, le nom d'*aërolithes*, qui signifie *pierres de l'air*. On a douté long-tems de leur chute, parce que l'on regardait comme un préjugé populaire l'opinion générale qui en attestait la réalité; mais le fait a été constaté de manière à ne laisser plus aucun doute sur son existence.

507. Leur caractère le plus remarquable, et ce qui les a fait distinguer d'abord, c'est qu'elles se ressemblent toutes parfaitement. Ce sont des masses pyriteuses où l'on voit briller des grains métalliques. La surface extérieure est noire, comme si elle avait été brûlée par le feu. L'intérieur est d'un blanc jaunâtre, la forme inégale; elles ont toutes la même pesantenr spécifique, au moins à très-peu près, et on peut l'évaluer à 3,591, celle de l'eau étant prise pour unité. Leur analyse chimique donne toujours les mêmes substances, parce que dans les mêmes proportions, elles sont composées de *silice*, de *magnésie*, de *soufre*, de *fer à l'état métallique*, et de *nickel*.

Ces caractères communs et constans indiquent avec la plus grande évidence, une origine commune. Il faut de plus, remarquer que le fer ne se rencontre jamais, ou presque jamais, à l'état métallique, dans les corps terrestres.

terrestres. Les matières volcaniques n'en contiennent point qui ne soit oxidé. Le nickel est aussi très-rare, et on ne ne le trouve jamais sur la surface de la terre. Il paraît donc par ces rapprochemens que les aërolithes ont une origine étrangère à notre globe, ou du moins qu'ils ne sont pas le produit des phénomènes qu'on y a jusqu'à présent observés.

508. Ces masses solides sont amenées sur la terre par des météores que l'on nomme *bolides*, ou *globes de feu*. Ce sont en effet des globes enflammés qui paraissent tout-à-coup dans l'atmosphère, et s'y meuvent avec une extrême rapidité. Leur vîtesse y est quelquefois égale à celle du soleil dans son orbite (a). Leur direction est inclinée à l'horizon. Après avoir brillé d'un éclat très-vif pendant quelques instans, ils éclatent avec un grand bruit, souvent à une très-grande hauteur, et jusqu'à plus de dix lieues au-dessus de la surface de la terre. On s'est assuré de ce fait en évaluant leur parallaxe d'une manière approchée, d'après les observations faites simultanément dans les lieux où on les a aperçus. Du reste, ils ne paraissent affecter aucune direction déterminée. Les uns vont d'orient en occident, d'autres d'occident en orient, du nord au sud, ou du sud au nord.

509. On ignore encore la véritable origine de ces masses; et l'on a imaginé diverses hypothèses pour l'expliquer. On a pensé qu'elles pouvaient être jetées sur la terre

(a) Voyez l'ouvrage de M. Chladny, intitulé *Réflexions sur l'origine de diverses masses de fer natif*, traduit de l'allemand par Eugène Coquebert. Journal des Mines, numéros 88 et 60.

par les volcans lunaires. En soumettant cette idée au calcul, on a trouvé qu'il suffisait pour cela d'une force de projection quadruple de celle d'un boulet de calibre lancé avec douze livres de poudre. Cette force suffirait pour détacher un corps de la lune, et la pesanteur terrestre l'amenerait ensuite vers notre globe. Or, il ne paraît pas du tout improbable que les volcans lunaires puissent imprimer à des projectiles une pareille impulsion, puisque les volcans terrestres ont une force beaucoup plus grande. Cette opinion acquiert un nouveau degré de vraisemblance par les observations récentes de M. Schroeter sur la lune; observations desquelles il résulte qu'il se passe à la surface du sphéroïde lunaire de perpétuels changemens. D'autres physiciens pensent que les aërolithes ne sont autre chose que de petites planètes qui circulent dans l'espace à la manière des autres corps célestes, et qui se trouvant engagées dans l'atmosphère de la terre, s'y enflamment par le frottement qu'elles éprouvent, y perdent peu-à-peu leur vîtesse, et tombent enfin vers la terre, par l'effet de leur pesanteur. Dans cette idée, les météores, que l'on nomme étoiles tombantes ou filantes, ne seraient que des corps de ce genre, qui entreraient dans notre atmosphère à de grandes hauteurs, mais avec une vîtesse suffisante pour la traverser, ensorte qu'ils ne feraient que s'enflammer en passant. La découverte récente des deux petites planètes, Pallas et Cérès, ne contribue pas peu à donner à cette idée de la vraisemblance; mais sans doute le temps nous éclairera sur cet objet, maintenant sur-tout que le préjugé scientifique qui existait contre ce phénomène, n'empêchera plus de multiplier les observations: c'est pourquoi j'ai cru devoir en parler ici; car ces corps n'ayant point une origine terrestre, appartiennent jusqu'à présent à l'astronomie.

CHAPITRE X.

Preuves des Mouvemens réels de la Terre.

510. Nous voici presque parvenus au terme des observations astronomiques : nous avons étudié les propriétés de l'atmosphère, calculé sa hauteur, rectifié les apparences qu'elle produit. Après nous être ainsi dégagés des illusions de nos sens, nous sommes entrés dans l'immensité de la sphère céleste : nous avons vu les étoiles placées dans un éloignement sans bornes, et notre système planétaire comme un point. Renfermés dans ce petit coin de l'univers, nous avons suivi avec attention les mouvemens des corps qui le composent. Nous sommes parvenus à les calculer et à les prévoir. Par une suite d'observations et d'inductions bien ménagées, nous avons acquis des connaissances précises sur la forme de ces corps et sur leur constitution physique, fort analogue à celle de la terre. Munis de cette multitude de faits, il ne nous reste plus qu'à les rapprocher les uns des autres pour développer leurs rapports. Nous avons étudié le système solaire dans ses diverses parties, contemplons-le maintenant dans son ensemble, et guidés par les analogies que les observations nous ont fait connaître, passons des apparences aux réalités.

511. La première question qu'il nous faut décider, c'est celle du mouvement de la terre ; il faut savoir si réellement le soleil et la sphère celeste tournent autour d'elle,

ou si c'est elle qui tourne sur son axe et autour du soleil.

Pour fixer nos idées par une image sensible, traçons en petit la disposition du système solaire; *voyez* pl. 15 et sur cette feuille, qui vous représentera l'immensité du ciel, distribuons les corps célestes conformément aux observations.

D'abord, puisqu'il est sans aucun doute que notre terre en fait partie, nous prendrons à volonté un point pour la désigner, en le marquant de la lettre T, qui servira à le reconnaître.

Et comme il est également certain que la terre est à une certaine distance du soleil, nous prendrons aussi à volonté un autre point pour représenter cet astre, en le marquant de la lettre S.

Maintenant comment plaçerons-nous Mercure, pour que son mouvement soit conforme aux observations. Nous avons vu que son orbite embrasse le soleil et n'embrasse pas la terre, il faut donc la représenter par une petite ellipse qui passera entre la terre et le soleil, et qui aura un de ses foyers au centre de cet astre; nous la désignerons par la lettre m.

Vénus, qui présente les mêmes apparences, se placera de la même manière dans une ellipse un peu plus grande, que nous désignerons par V.

Passons à Mars: son orbite embrasse la terre et le soleil; il faut donc le représenter par une ellipse, ayant son foyer au centre de cet astre, et passant au-delà de la terre; nous la désignerons par la lettre M.

On placera de même les autres planètes supérieures: Cérès, Pallas, Jupiter, Saturne et Uranus, chacune à leur distance du soleil. Quant aux satellites, un très-petit

cercle décrit autour de la terre, représentera l'orbe de la lune, et d'autres cercles semblables décrits autour de Jupiter, de Saturne et d'Uranus, appartiendront aux satellites de ces planètes; enfin, des paraboles trés-allongées, ayant leurs foyers au centre du soleil, seront les orbites des comètes.

Au-delà de tous ces corps, seront les étoiles fixes, à une distance immence, et dans un ordre qui nous est inconnu.

Tel est l'état du système solaire, comme on le connaît aujourd'hui; il résulte incontestablement des observations que la lune tourne autour de la terre, et que toutes les planètes, avec leurs satellites, et les comètes, se meuvent autour du soleil.

Restent maintenant trois attributions à partager entre le soleil, la terre et la sphère céleste: 1.° le repos, qui semble appartenir à la terre; 2.° le mouvement annuel, qui semble appartenir au soleil; 3.° le mouvement diurne, qui paraît commun à la sphére céleste et à tout le reste de l'univers. Rassemblons les motifs qui peuvent servir à nous décider.

512. D'abord, puisque le soleil et toutes les planètes que l'on a pu observer ont un mouvement de rotation autour d'un axe qui passe par leur centre, l'analogie porte à penser que la terre tourne aussi sur elle-même.

Cette analogie est confirmée par l'aplatissement de ses pôles: aplatissement analogue à celui de Jupiter et de Saturne, et qui paraît un effet nécessaire de la force centrifuge.

La rotation de la terre est encore indiquée par l'accroissement de la pesanteur de l'équateur au pôle; autre effet de la force centrifuge.

Elle l'est par la déviation des corps qui tombent d'une grande hauteur; car on a observé que ces corps se portent un peu vers l'est, comme ils doivent le faire, si la terre tourne, parce qu'étant élevés au-dessus de sa surface, leur distance à l'axe de rotation et leur vîtesse sont plus grandes. Si l'on suppose la terre immobile, ces phénomènes sont inexplicables.

A ces indications très-puissantes, se joignent d'autres considérations : si l'on suppose que la terre tourne, les phénomènes du mouvement diurne, ceux de la précession des équinoxes et de la nutation deviennent d'une simplicité extrême; en supposant la terre immobile, ils sont d'une extrême complication.

La terre est un globe dont le rayon n'a pas sept millions de mètres; le soleil est incomparablement plus considérable. Si le centre de cette astre coincidait avec celui de la terre, son volume embrasserait l'orbe de la lune, et s'étendrait une fois au-delà. N'est-il pas infiniment plus simple de supposer à notre petit globe un mouvement de rotation déja indiqué par d'autres phénomènes, que d'imaginer la masse immense du soleil décrivant chaque jour autour de nous une circonférence de plusieurs millions de lieues (a). Quelle force énorme ne faudrait-il pas pour le contenir et balancer sa force centrifuge? Mais cela n'est rien encore : il faudrait supposer des mouvemens semblables dans les planètes, dans les comètes, dans les satellites; mouvemens exactement proportionnels à leur distance, tous parfaitement d'accord et comme

(a) Aux équinoxes, cette circonférence surpasse 100 millions de lieues

concertés. Ce qui est bien plus, il faudrait les étendre à cette multitude d'étoiles dont le ciel est parsemé, et tous ces corps, dont la distance est si grande, qu'il nous est impossible d'en concevoir l'idée, tourneraient ensemble chaque jour autour d'un point imperceptible, avec une régularité inconcevable et avec une vîtesse qui effraie l'imagination.

S'il est vrai que dans l'étude des phénomènes de la nature, les lois les plus simples doivent toujours être préférées; s'il est vrai qu'il faille suivre les analogies, et se laisser conduire par la chaîne des faits jusqu'aux véritables causes; enfin, si l'on peut être assuré de la vérité d'un fait, lorque toutes les preuves y conduisent, s'y concentrent et s'accordent pour lui donner un extrême simplicité; on doit regarder maintenant le mouvement de rotation de la terre comme une des vérites physiques les mieux établies. Nous y rapporterons désormais toutes les apparences des mouvemens diurnes du ciel.

513. Le mouvement annuel de la terre est indiqué par des preuves aussi fortes et non moins multipliées.

D'abord, puisque toutes les planètes, avec leurs satellites et les comètes, circulent autour du soleil, l'analogie porte à penser que la terre tourne anssi autour de cet astre.

Cette analogie est confirmée par les mouvemens des satellites qui nous montrent que les plus petits corps du système polaire, tournent autour des plus grands.

Elle l'est sur-tout par la grande loi de Képler, que les carrés des temps des révolutions des planètes autour du soleil, sont proportionnels aux cubes de leurs moyennes distances. La terre, supposée en mouvement autour du soleil, se trouve comprise dans cette loi.

En vain alléguerait-on la difficulté d'ébranler une masse comme la terre, et de lui imprimer une vitesse de circulation qui lui fasse décrire près de 7 lieues par seconde vulgaire, sans que nous puissions nous en apercevoir; Jupiter, qui est 1000 fois plus gros que la terre, tourne bien aussi autour du soleil; et pour laisser la terre immobile, il faudrait le mettre en mouvement autour d'elle, ce qui serait encore d'une plus grande diffficulté.

Mais nous ne devons pas mesurer à nos moyens les forces de la nature; l'accroissement ou la diminution de la vitesse des corps célestes ne serait pas une raison décisive, si ces résultats n'étaient accompagnés d'une autre considération beaucoup plus puissante: celle d'une extrême simplicité.

En effet, si la terre circule autour du soleil, les lois de ses mouvemens n'ont rien de particulier; elles sont les mêmes que pour les autres planètes; mais si l'on suppose la terre immobile, il faut que le soleil, dans sa révolution annuelle, entraîne avec lui sur l'écliptique, toutes les orbites des corps planétaires, et de-là résulte, dans les lois de ces mouvemens, une extrême complication.

514. Enfin, la déviation de la lumière offre une preuve sensible du mouvement annuel de la terre, comme la déviation des corps qui tombent, en est une de sa rotation: c'est ce que je vais développer.

La sensation de la vue paraît être produite par une sorte de pression ou de choc des molécules lumineuses contre le globe de l'œil; la direction, suivant laquelle ces molécules arrivent d'un objet, détermine la ligne sur laquelle cet objet paraît être, et si la *série des molécules*, ou le *rayon lumineux*, a été infléchie dans sa route par

une cause quelconque ; nous supposons les objets placés sur le prolongement de leur dernière direction ; c'est ce qui arrive dans les réfractions atmosphériques.

Concevez maintenant qu'un observateur en repos reçoive des rayons lumineux qui arrivent à son œil en ligne droite, il verra les objets sur le prolongement de ces rayons, et à leur véritable place ; mais si l'observateur est lui-même en mouvement, et si sa vîtesse est assez grande pour être comparable à celle de la lumière, quoiqu'elle puisse être beaucoup moindre, l'œil par l'effet de ce mouvement, choquera les molécules lumineuses qui arriveront vers lui, il éprouvera donc à son tour un choc ou pression composée de la vîtesse de la lumière et de la sienne propre, dirigée en sens contraire. Par l'effet de cette composition, les molécules lumineuses lui sembleront arriver à son œil dans une direction différente de celles qu'elles ont réellement.

Ainsi, lorsqu'une balle de paume, lancée avec beaucoup de vîtesse sur la raquete du joueur qui la repousse fortement, la direction qu'elle prend après le choc, se compose de celle qu'elle avait d'abord reçue, et de celle qui lui a été ensuite imprimée.

C'est ainsi que la lumière, lancée par les astres et qui arrive à nos yeux, doit être perpétuellement déviée par l'effet du mouvement annuel de la terre ; ce phénomène se nomme l'*aberration*.

En effet, il est prouvé que la lumière emploie 571″ à parcourir le rayon de l'orbe terrestre. Pendant ce tems, la terre décrit sur cet orbe un petit arc égal à 62″,5, à raison de 400° par année. Sa vîtesse est donc à celle de la lumière comme ce petit arc est au rayon ;

ou comme 62″,5 est à 636619″,77 (a). Les molécules lumineuses choquées avec cette vîtesse, paraîtront donc détournées de leur véritable route, et si T L, fig. 106, était leur direction réelle, leur direction apparente T l sera plus abaissée sur l'écliptique T T′ E que la véritable. L'angle l T L est facile à calculer par les lois du choc des corps. Il varie suivant l'inclinaison du rayon T L. Sa plus grande valeur est de 62″,5. Elle a lieu quand le rayon est perpendiculaire à l'écliptique.

A mesure que la terre parcourt son orbite en tournant autour du soleil et changeant sans cesse de direction, elle doit toujours chasser devant elle le rayon lumineux qui change ainsi continuellement de direction avec elle. Il en résulte donc que nous ne voyons jamais les astres à leur véritable place, et que par suite des points où nous les rapportons, ils doivent paraître décrire comme la terre de petits cercles, ou plutôt de petites ellipses parallèles à l'écliptique, et qui se projettent diversement sur la surface du ciel.

Le mouvement de rotation de la terre dont nous avons fait abstraction, doit produire des effets analogues ; mais le mouvement étant soixante fois plus faible à l'équateur même, que celui de révolution autour du soleil, l'effet qui en résulte doit être tout à fait insensible, et il est inutile d'y avoir égard.

515. Voilà des phénomènes très-remarquables, qui sont des conséquences nécessaires du mouvement annuel de la terre : voyons si les observations les confirment.

(a) C'est la valeur du rayon réduit en secondes, afin de le rendre comparable au petit arc 62″,5, qui est représenté de la même manière.

Elles s'y accordent très-exactement. Toutes les étoiles semblent en effet décrire annuellement dans le ciel de petites ellipses dont les dimensions sont précisément celles qui résultent de la théorie précédente.

Pour vérifier ce fait, il faut observer chaque mois la déclinaison d'une étoile et son ascension droite, et en déduire les changemens qui sont dus à la précession et à la nutation. Si l'étoile n'a pas de mouvement propre, soit réel, soit apparent, on doit, après les corrections la retrouver constamment à la même place ; or c'est ce qui n'arrive jamais.

Voici, par exemple, les variations en déclinaison et en ascension droite de trois étoiles très-brillantes : *Régulus*, *la Chèvre* et *la Lyre*, observées à Paris, de mois en mois, pendant une année. Le signe + indique un accroissement ; le signe — une diminution.

LONGITUDE DU SOLEIL.		CHANGEMENT DE L'ASCENSION DROITE.			CHANGEMENT DE LA DÉCLINAISON.		
		RÉGULUS	LA CHÈV.	LA LYRE	RÉGULUS	LA CHÈV.	LA LYRE
(a) Equinoxe du printems, ou	0 s.	0″,0	0″,0	0″,0	0″,0	0″,0	0″,0
	1 s.	— 23,1	— 40,1	+40,4	+ 8,3	— 8,6	+ 4,9
	2 s.	— 53.0	— 63,9	+72,5	+19,1	—20,7	+ 22,8
Solstice d'été :	3 s.	— 82,2	— 64,8	+87,0	+29,6	—33,3	+ 49,0
	4 s.	—103,0	— 43,2	+81,5	+36,7	—42,6	+ 76,8
	5 s.	—109,6	— 4,0	+56,2	+38,9	—46,6	+ 98,4
Equinoxe d'automne. . . .	6 s.	—100,0	+ 41,7	+18,5	+35,2	—43,8	+108,0
	7 s.	— 76,8	+ 81,1	—21,9	+26,8	—35,2	+103,0
	8 s.	— 46,9	+105,2	—54,0	+16,0	—23,1	+ 85,2
Solstice d'hiver	9 s.	— 17,6	+106,2	—68,5	+ 5,6	—10,5	+ 59,0
	10 s.	+ 3,1	+ 84,2	—62,9	— 1,5	— 1,2	+ 31,1
	11 s.	+ 9,6	+ 45,4	—37,6	— 3,7	+ 2,8	+ 9,6
	12 s.	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0

(a) Cet équinoxe est pris pour point du départ.

Chaque observation, représentée par les nombres de ce tableau, est un milieu entre celles de plusieurs jours consécutifs. J'ai choisi des étoiles, comme la chèvre et la lyre, qui passent au méridien près du zênith de Paris, afin que l'irrégularité des réfractions ne puisse pas être regardée comme une cause possible des changemens dans les déclinations. Quand à l'ascension droite, elle est déterminée, en comparant les étoiles au soleil, dont la théorie est très-bien connue; et pour qu'on ne puisse pas en attribuer les changemens au soleil même, j'ai choisi des étoiles, où ces variations sont en sens contraire; en sorte qu'il est absolument impossible de les révoquer en doute.

516. Pour rendre leur marche plus sensible et plus facile à saisir, construisons la courbe qu'elles représentent. Ces variations étant très-faibles, la courbe ne peut avoir qu'une petite étendue; on peut donc la projeter sur la concavité du ciel, comme sur une surface plane (a).

Cette construction donne les figures 103, 104, 105. Ce sont des ellipses plus ou moins aplaties, et dont les inclinaions sont différentes. Celle de la lyre ressemble

---

(a) Pour effectuer cette construction, il faut regarder les petites variations en déclinaison et en ascension droite, comme des coordonnées perpendiculaires l'une sur l'autre; mais comme les ascensions droites se mesurent sur l'équateur, il faut les réduire au parallèle sur lequel l'étoile se trouve; ce qui se fera en les multipliant par le cosinus de la déclinaison. Celles des trois étoiles dont nous avons fait usage, sont, en 1800,

Régulus	14°,3772
La Chèvre. . .	50°,8630
La Lyre	42°,8657

presque à un cercle, celle de la chèvre est très-sensiblement aplatie, et celle de Régulus est presque une ligne droite; mais la longueur de leur grand axe est toujours la même, et égale à 125″.

En comparant ces résultats avec les latitudes des étoiles, on voit que l'aplatissement de l'ellipse augmente à mesure que l'étoile est plus près du plan de l'écliptique.

En effet, la lyre a pour latitude, en 1800. . 68°,6062
la chèvre . . . . . 25°,4025
Régulus. . . . . 0°,5092

la première est donc fort élevée au-dessus du plan de l'écliptique; la dernière est presque comprise dans ce plan.

517. Ces résultats sont parfaitement d'accord avec la théorie déduite du mouvement de la terre. Si l'on conçoit une étoile placée dans l'écliptique même, les rayons lumineux venus de cette étoile, seront toujours dans le même plan que la terre, et l'étoile y restera toujours comprise. Car soient T, T′ deux positions successives de la terre dans son orbite; LT; L′T′ les rayons lumineux venus d'une même étoile dans ces deux positions. La terre en T verra l'étoile en l sur le prolongement du rayon apparent Tl; lorsqu'elle sera en T′, l'étoile paraîtra en l′. A cause de l'immense éloignement, les rayons LT, L′T′ peuvent être censés parallèles; mais la direction du mouvement de la terre changeant sans cesse, les lignes lT, l′T′ ne peuvent l'être, et les *angles d'aberration* LTl, L′T′l′ ne seront pas égaux entr'eux.

Si t et t′ sont deux lignes parallèles aux rayons LT venus de l'étoile, et tangentes à l'orbe terrestre, tant que la terre ira de t en t′, l'étoile paraîtra reculer devant elle sur la sphère céleste. La terre étant parvenue en t′, son mouvement se fera suivant t′ t″ dans la direction des

rayons lumineux, l'étoile paraîtra stationnaire et à sa véritable place; mais bientôt la terre quittant cette direction et revenant vers t, le rayon sera repoussé en sens contraire, suivant l'' T'' et l'*angle d'aberration* L'' T' l'' reprendra successivement les mêmes valeurs dans le sens opposé.

Par suite de ces effets, l'étoile semblera décrire annuellement sur l'écliptique un petit arc de la sphère céleste qui, à cause de son peu d'étendue, pourra être regardé sans erreur sensible, comme une petite ligne droite.

Considérons, au contraire, une étoile située au pôle même de l'écliptique, en sorte que tous les rayons lumineux qu'elle envoie puissent être censés perpendiculaires à ce plan. La terre, chassant devant elle ces rayons, abaissera le lieu apparent de l'étoile. Comme elle les choquera toujours perpendiculairement, l'angle d'aberration L T l sera toujours le même, et égal à 62'',5. Mais la direction du mouvement de la terre changeant sans cesse, les positions apparentes de l'étoile changeront aussi dans le ciel, et y formeront, en petit, la représentation de l'orbe terrestre. Tout ceci suppose que l'orbe de la terre peut être considérée comme un point par rapport à la distance des étoiles. En effet, de quelque lieu de la terre, et à quelqu'instant qu'on observe ces astres, on n'y découvre point de parallaxe sensible, et le grand axe de l'orbe terrestre ne peut pas même servir de base pour mesurer leur éloignement. Ainsi les lignes T l, T' l', qui marquent les lieux successifs de l'étoile, formeront dans le ciel une surface conique, comme si elles partaient toutes du même point C. La base de ce cône sera une petite ellipse semblable à celle que décrit la terre; mais son ellipticité sera tellement atté-

nuée avec ses dimensions, qu'on pourra la regarder comme un cercle.

A tous les instans de l'année, l'étoile paraîtra sur ce cercle dans la direction du mouvement de la terre, et sur son prolongement; c'est-à-dire que si la terre est en T, fig. 107, l'étoile paraîtra en L. Lorsque la terre sera en T', l'étoile paraîtra en L'. En projetant tous ces mouvemens sur le plan de l'écliptique, on voit que le rayon vecteur C l de l'étoile, précédera celui de la terre de 100°; ou, comme le soleil vu de la terre paraît toujours du côté opposé de l'écliptique, à 200° de distance, l'étoile se trouvera toujours sur sa circonférence à 100° en arrière du soleil.

Nous n'avons considéré ici que les étoiles situées dans le plan de l'écliptique ou à ses pôles; les mêmes lois subsistent pour toutes les étoiles, et même pour tous les astres. Elles ne sont modifiées que par leur distance au plan de l'écliptique. Toutes les étoiles paraissent ainsi se mouvoir annuellement sur une surface cônique, dont le centre coïncide avec celui de l'orbe terrestre, et qui a pour base une petite ellipse parallèle et semblable au plan de cet orbe. Ces ellipses ont toutes le même grand axe, qui soutend dans le ciel un angle de 125", mais suivant que les étoiles auxquelles elles appartiennent, sont plus ou moins rapprochées du plan de l'écliptique, elles se projettent d'une manière plus ou moins oblique sur la concavité du ciel; ce qui produit la variété que l'on observe dans leur aplatissement.

En voyant cet accord si parfait de la théorie avec les phénomènes, on ne peut s'empêcher de convenir que l'aberration de la lumière est une preuve frappante du mouvement de la terre. La découverte en est due à

Bradley, qui a aussi reconnu le premier les effets de la nutation.

518. Si l'on se rappelle que tous les phénomènes célestes permettent d'admettre le mouvement de la terre, qu'ils se représentent dans cette hypothèse avec une simplicité beaucoup plus grande que dans toute autre ; si l'on se rappelle toutes les analogies qui indiquent ce mouvement, et qu'il faudrait violer pour l'exclure ; enfin si l'on ajoute à tant d'inductions la preuve frappante que nous venons de découvrir, on regardera comme un fait certain que la terre a réellement dans l'espace un double mouvement de rotation sur elle-même, et de révolution autour du soleil. *Nous admettront désormais ce résultat comme une vérité incontestable.*

CHAPITRE XI.

Des Stations et des Rétrogradations des Planètes.

519. Lorsque dans les recherches physiques on a le bonheur de parvenir à la vérité, elle ne sert pas seulement pour prévoir les phénomènes et trouver la raison de ceux qui parassaient auparavant inexplicables; mais ce qui est également précieux, tous les faits précédens s'éclairent, leurs lois se simplifient, et l'on peut, en quelque sorte, les embrasser plus facilement. Cette double influence, sur les recherches futures et sur les découvertes passées est le caractère le plus ordinaire de la vérité, et l'indice le plus sûr qu'on la connaît.

520. Nous allons en voir une preuve dans l'explication de plusieurs phénomènes singuliers et bisarres que présente le mouvement des planètes, vus de la terre. Ce mouvement ne paraît pas toujours dirigé dans le même sens; comme il l'est réellement lorsqu'on le rapporte au centre du soleil: il est tantôt direct, tantôt nul, tantôt rétrograde. Ainsi, quand Vénus passe au-delà du soleil, par rapport à la terre, son mouvement comparé aux étoiles paraît direct; quand elle passe entre la terre et le soleil, il paraît retrograde, et dans la transition d'un de ces états à l'autre, il devient tout-à-fait insensible, et Vénus paraît stationnaire. Mercure offre les mêmes apparences, et les planètes supérieures en offrent d'analogues; elles sont directes dans leurs conjonctions, rétrogrades dans leurs oppositions.

Ces phénomènes se nomment les *stations* et les *rétrogradations* des planètes.

521. Ils sont faciles à expliquer dans toute hypothèse, pour Mercure et Vénus, dont l'orbite n'embrasse pas la terre; car ces planètes tournant autour du soleil toujours dans le même sens et d'occident en orient, suivant l'ordre des signes, leur mouvement doit paraître direct lorsqu'elles vont de la digression occidentale à l'orientale, en passant derrière le soleil, et il doit paraître retrograde, lorsqu'elles reviennent de la digression orientale à l'occidentale en passant au-devant de cet astre, par rapport à la terre. Le mouvement annuel de la terre ou celui du soleil ne font que modifier ces apparences, en faisant varier les points des stations.

Mais celles que présentent les autres planètes ne sont pas si faciles à expliquer. Il semble, en effet, que leur mouvement devrait nous paraître constamment direct, puisque nous sommes placés au-dedans de leurs orbites et qu'elles tournent toujours dans le même sens autour du soleil; mais il faut faire attention que le soleil emporte avec lui sur l'écliptique l'orbite de ces planètes. Ce mouvement peut, dans certains cas, contrarier le mouvement de la planète et le favoriser dans d'autres, selon qu'il est dirigé dans le même sens ou dans le sens opposé; et comme l'effet combiné de ces deux impulsions détermine la direction apparente de la planète, on conçoit qu'il peut en résulter les stations et les rétrogradations observées.

522. Mais pour juger jusqu'à quel point cette explication s'accorde avec les phénomènes, et savoir si le mouvement de la terre le représente avec plus de simplicité, il devient nécessaire de les exposer avec quelque détail. Comme leur marche est la même pour toutes les planètes, il suf-

fira d'en considérer une seule ; nous prendrons pour exemple Mars.

Il y a des tems où Mars paraît sur l'horizon peu d'instans avant le soleil. Quelques jours auparavant, il était plongé dans les rayons de cet astre, et il était impossible de l'apercevoir. Il sort donc alors de la conjonction. C'est depuis cette époque que nous allons suivre ses mouvemens.

Si l'on observe jour par jour sa hauteur méridienne et son ascension droite, on voit d'abord que son mouvement est direct, c'est-à-dire, dirigé d'occident en orient, comme celui du soleil. On reconnaît cette direction, parce que ces ascensions droites augmentent journellement. Mars tend donc alors à se rapprocher du soleil ; mais le mouvement propre de cet astre est plus rapide que le sien. De-là il arrive que le deux astres, au lieu de se rapprocher, s'éloignent. En même tems le mouvement de Mars se ralentit. Il devient tout-à-fait insensible, après un intervalle d'environ une année. Alors l'arc de l'équateur compris entre le soleil et Mars, ou la différence de leurs ascensions droites, est de 142° ; et pendant quelques jours, la planète comparée aux étoiles paraît stationnaire ; mais ensuite elle prend un mouvement rétrograde, c'est-à-dire, dirigé d'orient en occident ; et comme le soleil, au contraire, marche toujours d'occident en orient, ces deux astres s'éloignent rapidement l'un de l'autre. En suivant cette nouvelle marche, Mars arrive à 200° du soleil ; il se couche alors quand cet astre se lève, et se trouve opposé à lui par rapport à la terre : c'est alors que sa vîtesse rétrograde est la plus grande. En continuant sa marche dans ce sens, Mars se rapproche de plus en plus du soleil, et les mouvemens

opposés de ces deux astres conspirent pour diminuer la distance angulaire qui les sépare; mais en même tems la vîtesse rétrograde de Mars s'affaiblît; elle devient nulle lorsque la distance angulaire des deux astres n'est plus que de 142°. Alors Mars comparé aux étoiles, paraît stationnaire. L'arc de rétrogradation qu'il a décrit dans le ciel, est d'environ 16°, et le tems qu'il a employé à le décrire est de 70 jours. Après cet intervalle, Mars reprend son mouvement direct, qui tend à l'éloigner du soleil en le ramenant sur la partie de l'équateur qu'il a parcourue; mais le soleil ayant un mouvement plus rapide, se rapproche peu-à-peu de lui; il l'atteint après un intervalle d'environ une année; alors Mars revenu à la conjonction, se plonge de nouveau dans les rayons du soleil, se lève avec cet astre, et redevient invisible pour nous.

523. Ces irrégularités sont communes à toutes les planètes supérieures, avec les modifications que comportent la différence de leurs mouvemens. Il y a même des différences sensibles dans l'étendue et la durée des rétrogradations d'une même planète. En voici les valeurs moyennes rassemblées dans le tableau suivant.

	DISTANCE DE LA PLANÈTE AU SOLEIL à l'instant de la station.	ARC de RÉTROGRADATION.	DURÉE de la RÉTROGRADATION.
Mercure.	19°.	14°.	22 jours.
Vénus . .	32°.	18°.	42
Mars. . .	142°.	16°.	70
Cérès et Pallas.	139°.	15°.	100
Jupiter. .	130°.	11°.	120
Saturne.	121°.	7°. et demi.	137
Uranus. .	115°.	4°.	151

524. Il s'agit maintenant d'expliquer ces phénomènes dans la supposition du mouvement de la terre. Or cela est extrêmement facile, et ils en sont une conséquence si frappante, qu'elle suffirait seule pour faire adopter le reste de cette théorie.

Pour bien comprendre ceci, servons-nous d'une figure. Placons le soleil en O, fig. 108, au centre des mouvemens planétaires. Traçons autour de lui un cercle B C D E pour représenter l'orbite annuel de la terre, et un autre plus grand B C' D' E', qui sera celui d'une planète supérieure, par exemple, de Jupiter. Prenons en outre sur les premiers de ces cercles, des arcs égaux B C, C D, D E, et sur le second, d'autres arcs B' C', C' D', D' E', aussi égaux entre eux, qui seront ceux que Jupiter dé-

crit dans le même intervalle. Ceux-ci seront plus petits proportionnellement que les précédens, à cause du mouvement plus lent de Jupiter, c'est-à-dire, qu'ils répondront à un plus petit nombre de degrés. Supposons maintenant que la terre étant en B, Jupiter soit en B'; il nous paraîtra en B'' sur la sphère céleste, dans le prolongement de la ligne droite B B'. Maintenant, si la terre se meut de B en C, et Jupiter de B' en C' dans le même temps, nous le verrons en C'' sur la sphère céleste, et son mouvement paraîtra direct selon l'ordre des signes. La terre passant ensuite de C en D, et Jupiter de C' en D', ce mouvement paraîtra toujours direct; mais peu-à-peu la terre commencera à s'interposer plus directement entre le soleil et lui. Lorsqu'elle sera en F, Jupiter paraîtra en F'', et il semblera être retourné en arrière sur la sphère céleste. Dans le passage d'une de ces directions à l'autre, il aura paru stationnaire, ce qui sera arrivé tandis que la terre décrivait l'arc E F. La terre arrivant en G, et Jupiter en G' en opposition du soleil, on le verra en G'' sur la sphère céleste, et déjà il semblera reculé en arrière de tout l'arc E'' G'', quoiqu'en effet il ait toujours continué à suivre sa marche directe et uniforme dans son orbite. Jupiter et la terre continueront leurs mouvemens dans le même sens. La rétrogradation apparente continuera aussi de la même manière, jusqu'à ce que la terre soit en I, et Jupiter en I'; alors il paraîtra en I'' sur la sphère céleste, et semblera de nouveau stationnaire. Quand ensuite la terre viendra de I en K, et Jupiter en K', il se trouvera avoir décrit l'arc I'' K'' suivant l'ordre des signes. A partir de cette époque, il reprendra son mouvement direct sur la sphère céleste. Toute sa rétrogradation comprendra donc

l'arc E'' I'' , et il l'aura faite en décrivant sur son cercle l'arc E' I', pendant que la terre décrivait l'arc E I sur le sien. Ceci doit s'entendre de Mars, de Saturne et de toutes les autres planètes supérieures. Seulement ces rétrogradations sont plus fréquentes dans Saturne, parce que son mouvement est plus lent que celui de Jupiter ; ensorte que la terre le rejoint plutôt. Au contraire, elles le sont moins dans Mars, dont le mouvement est plus rapide, ce qui fait que la terre emploie plus de tems à le rejoindre. On voit avec quelle merveilleuse simplicité le mouvement de la terre se prête à rendre raison de toutes ces bizarreries. C'est à Copernic que l'on doit d'avoir fait revivre l'idée de ce mouvement, déjà avancée par d'anciens philosophes, mais qu'il a le premier prouvée d'une manière complette, en montrant avec quelle simplicité et quelle exactitude elle satisfait aux observations.

CHAPITRE XII.

Des vraies dimensions des orbes planétaires.

525. Dans les chapitres précédens, nous avons déterminé les distances des planètes au soleil en partie du grand axe de l'orbe terrestre. Nous avons aussi les rapports de ces distances entre elles ; mais nous ne savons rien sur leur grandeur absolue, et si nous en voulons prendre une idée sensible, il faut les exprimer en rayons terrestres, la plus grande de toutes les mesures qui soient à notre portée.

526. Cela serait facile, si l'on avait pour un seul instant la distance d'une planète à la terre exprimée de cette manière ; car les positions de la planète et du soleil étant connues pour la même époque par la théorie de leur mouvement, un simple calcul trigonométrique donnerait la distance de la planète au soleil, exprimée en rayons terrestres et connus. On connaît déjà la distance en partie du grand axe de l'orbe de la terre ; on pourrait convertir ce grand axe dans la même mesure : alors la seconde loi de Képler donnerait tous les grands axes et toutes les dimensions des orbites, d'après la seule durée des révolutions.

527. La parallaxe de ces planètes donnerait immédiatement leur distance à la terre ; mais elle est en général trop petite pour pouvoir être observée avec exactitude. Celle de Mars est la seule qui devienne bien sensible

dans certain s circonstances favorables, lorsque cette planète est périhélie, et qu'elle approche en même tems de l'opposition. Alors sa distance à la terre est la plus petite possible, et sa parallaxe est la plus grande.

Par exemple, le 6 octobre 1751, Mars n'étant pas très-éloigné de l'opposition, sa parallaxe fut sensible, et les observations comparées de Vargentin et de Lacaille, la donnèrent de 76″ décimales, comme on l'a vu dans l'article 153.

Il en résulte que la distance de Mars à la terre à cette époque, était de 8376,6 rayons terrestres.

Cette même distance conclue de la théorie du mouvement elliptique, était exprimée par 0,4354, le demi-grand axe de l'orbe terrestre étant pris pour unité.

D'où il est aisé de conclure que le demi grand axe exprimé en rayons terrestres, a pour valeur $\frac{8376,6}{0,4354}$ ou 19239.

Les parallaxes des astres étant réciproques à leurs distances, celle du soleil sera égale à $\frac{76''.8376,6}{19239}$ ou à 33″ décimales dans sa distance moyenne.

Enfin les rapports des distances des planètes au soleil étant connues par les lois de Képler, on pourra facilement, d'après ces résultats, trouver leurs grandeurs en rayons terrestres.

528. Malheureusement, la parallaxe de Mars est si petite, que les erreurs des observations peuvent avoir sur elles une influence très-considérable, qui altère les valeurs des distances dans la même proportion. Si l'on commet, par exemple, dans la parallaxe, une erreur

égale à 12″ décimales, ou un sixième de sa valeur totale, il en résultera pareillement sur l'évaluation de la distance, une erreur d'un sixième (a). Cependant on ne peut répondre d'une si petite erreur sur une observation aussi délicate ; car 12″ décimales ne forment pas la moitié de la portion des fils que l'on tend dans l'intérieur des lunettes pour observer. On ne doit donc regarder les résultats précédens que comme une première approximation, qui peut faire juger que la parallaxe du soleil est extrêmement petite, et sa distance à la terre très-considérable.

On a trouvé un moyen beaucoup plus exact dans l'observation des passages de Vénus sur le soleil.

529. Nous avons vu que Vénus, lorsqu'elle passe entre la terre et le soleil, se projette sur le disque de cet astre avec l'apparence d'une tache noire, et par l'effet de

---

(a) On sent que rien n'est vrai qu'approximativement. La relation des parallaxes et des distances est, comme on l'a vu dans l'art.

$$D = \frac{R}{\sin. P}$$

ou en réduisant tout en arc

$$D = R \cdot \frac{63°,6619}{P}$$

Si l'on se trompe de $\frac{1}{6}$ en plus ou en moins sur la parallaxe P, la vraie distance sera

$$D = R \cdot \frac{63°,6619}{P} \cdot \frac{1}{1 \pm \frac{1}{6}}$$

Et comme $\frac{1}{1 \pm \frac{1}{6}} = 1 \mp \frac{1}{6} + \frac{1}{36} \mp$ etc. on voit que l'erreur de la distance est aussi à fort peu-près égale à $\frac{1}{6}$ de sa valeur totale, en négligeant $\frac{1}{36}$, et les puissances supérieures de cette fraction.

son mouvement propre, combiné avec celui du soleil, elle paraît décrire une corde de ce disque. Ces cordes observées de différens points de la terre, sont très-sensiblement différentes. Cela vient de la parallaxe de Vénus, qui fait que les divers observateurs ne rapportent pas cette planète aux mêmes points du disque du soleil. Ces différences influent considérablement sur les durées des passages, que l'on peut observer avec beaucoup de précision, et elles donnent, avec une extrême exactitude, la parallaxe de Vénus et sa distance à la terre.

Supposons, en effet, la terre en T, fig. 109, Venus en V, et le soleil en S; un observateur, placé au centre même de la terre, verrait Vénus sur le prolongement du rayon vecteur TV; cette planète lui paraîtrait répondre au point S, sur le disque du soleil, et dans ses positions successives, elle décrirait la ligne DS; mais d'autres observateurs placés en O′ et en O″ sur la surface terrestre, verraient Vénus en V′ et en V″; elle paraîtrait au premier décrire la corde D′ V′, au second la corde D″ V″. Ces effets tiennent évidemment à la différence qui existe entre les parallaxes de Vénus et du Soleil, et le calcul donne cette différence d'après la durée des passages, précisément par les mêmes formules qui servent à calculer les éclipses de soleil (a).

Or, par la théorie des mouvemens elliptiques, on connaît, pour la même époque, les rapports des distances de Vénus et du soleil à la terre. On connait donc aussi le rapport des parallaxes de ces astres, puisqu'elles sont réciproques à leur distance; il devient donc extrêmement

(a) On trouve ces formules dans le Traité de *du Séjour*, sur les Mouvemens Célestes, tome I.

facile de calculer séparément leur valeur ; car deux quantités sont déterminées, lorsqu'on connaît leur rapport et leur différence.

530. On a trouvé de cette manière 26″,4205 pour la parallaxe du soleil ; c'est-à-dire, environ un sixième de moins que par la parallaxe de Mars. Cette valeur a été conclue du passage de Vénus observé en 1769 ; passage attendu avec la plus vive impatience par les astronomes, qui se répandirent sur toute la surface de la terre, et entreprirent exprès de longs voyages pour aller l'observer sur des points différens et dans les circonstances les plus favorables ; leur espérance ne fut pas vaine ; car la différence des durées observées à Otaïti, dans la mer du Sud, à Cajanebourg dans la Laponie Suédoise, surpassa quinze minutes. C'est un beau et consolant spectacle que cette tendance universelle et cette combinaison d'efforts de toutes les nations vers la découverte de la vérité.

531. L'auteur de la Mécanique Céleste a fait voir que l'on peut encore obtenir la parallaxe du soleil, d'une autre manière, sans l'observer immédiatement, et d'après la connaissance d'une inégalité du mouvement de la lune, qui se trouve liée à cette parallaxe. Pour concevoir ceci, 1.° il faut se rappeler que les inégalités du mouvement lunaire ont des rapports marqués avec les positions de la terre et du soleil. Le calcul fait connaître ces rapports ; les observations font connaître l'étendue des inégalités ; en combinant ces données, on peut en déduire la valeur des élémens dont les inégalités dépendent ; car on a l'expression de leur dépendance et la mesure de leur action. Tout se réduit à trouver des inégalités dans lesquelles cette action soit, en quelque sorte, agrandie, ou dans lesquelles elle se reproduise sans cesse, de manière qu'on puisse la conclure d'un grand

nombre d'observations. Il existe dans le mouvement de la lune une inégalité de ce genre qui dépend de la parallaxe du soleil, ou de sa distance à la terre ; et en la déterminant par l'observation, on en déduit la valeur de cette parallaxe égale à 26″,4205, la même que par les passages de Vénus (a).

Une autre inégalité de la lune donne de même l'aplatissement de la terre égal à $\frac{1}{305}$. Ces résultats sont d'autant plus précieux qu'ils sont indépendans des petites irrégularités de la surface terrestre ; irrégularités qui deviennent insensibles à la distance où la lune se trouve placée. On peut, sous ce point de vue, les regarder comme plus exacts que les observations elles-mêmes. C'est l'auteur de la Mécanique Céleste qui a découvert ces rapports, et qui a trouvé le sécret de déterminer ainsi très-exactement, par la seule théorie, deux élémens importans du système du monde, dont la recherche avait exigé tant d'observations de travaux et de voyages.

532. La parallaxe 26″,4205 donne 24096 rayons terrestres pour la distance moyenne du soleil à la terre ; ce qui suffit pour réduire toutes les dimensions des orbes planétaires en parties de la même mesure.

Et d'abord, comme les distances apogée et périgée du soleil, sont représentées par 1,016814 et 0,983186 pour l'année 1750, à laquelle nous rapportons tous nos élémens, les parallaxes varieront réciproquement à ces distances, ce qui donnera :

Parallaxe du soleil apogée. . .	25″,9836.
moyenne . .	26″,4205.
perigée . . .	26″,8723.

(a) Mécanique céleste, tome III, pag. 281 et 282.

En divisant la valeur du rayon réduite en secondes ou 636619″,77 par ces parallaxes, on aura les distances correspondantes du soleil exprimées en rayons terrestres (a). On sait d'ailleurs que le rayon moyen de la terre contient 1432 lieues de 2280 toises, §. 131. On pourra donc convertir ces résultats en lieues ; ce qui rendra leurs valeurs plus sensibles. C'est ainsi que l'on a formé le tableau suivant :

	EN RAYONS TERRESTRES.	EN LIEUES COMMUNS de 2280 toises.
Distance du soleil apogée. . .	24501	35095320
moyenne. . .	24096	34514980
perigée. . . .	23691	33934640
excentricité. .	405	580340

On pourra réduire de même en lieues toutes les dimensions des orbes planétaires ; j'en ai placé le tableau à la fin de ce chapitre.

533. Ces résultats permettent encore de comparer le volume de la terre à celui du soleil ; car la parallaxe moyenne 26″,4205 est l'angle sous lequelle demi diamètre apparent de la terre, serait vu du centre de cet astre. Le demi diamètre apparent du soleil, observé de la terre, à la même distance, est égal à 2967″,1. Les rayons du soleil et de la terre sont donc entr'eux dans les rapports de 2967″,1 à 26″,4205, ou comme 112 est à l'unité, c'est-à-dire, que celui du soleil est 112 fois plus considérable.

(a) Voyez, à la fin du premier livre, la note sur le calcul des parallaxes.

On a vu précédemment que la plus grande distance de la lune à la terre est égale à 63,664 rayons terrestres ; par conséquent, si l'on supposait le centre du soleil placé au point qu'occupe maintenant le centre de la terre, le volume de cet astre embrasserait l'orbe de la lune, et s'étendrait beaucoup au-delà.

534. En supposant que le soleil et la terre soient des corps sphériques, ce qui est vrai, au moins par approximation, on peut déduire de ces résultats la comparaison de leurs volumes ; car ils sont comme les cubes des rayons. On trouve ainsi que le volume du soleil est environ 1300000 fois plus grand que celui do la terre.

En comparant de la même manière les distances des planètes et des satellites avec les mesures de leurs diamètres apparens, on trouvera facilement les rapports de leurs dimensions et de leurs volumes aux dimensions et aux volume de la terre J'ai réuni ces résultats dans le tableau qui est à la fin de ce chapitre.

535. Pour avoir une idée sensible de ces rapports, supposons que l'on veuille construire des sphères qui aient entr'elles les proportions des différentes planètes, alors en représentant le diamètre de la terre par un millimètre, les autres corps célestes seront représentés comme il suit.

Mercure, un peu moins d'un demi millimètre ;

Vénus, près d'un milliamètre ;

La Terre, un millimètre ;

Mars, un peu plus d'un demi millimetre ;

Jupiter, onze millimètres.

Saturne, un peu moins de dix millimètres.

Uranus, quatre millimètres et demi.

536.

536. Ces rapports donneraient aussi les masses des planètes, si l'on pouvait supposer tous ces corps d'une égale densité; mais la théorie de l'attraction prouve que cette supposition n'est pas fondée. On évalue les masses des planètes d'après l'intensité de leur force attractive, comme nous le verrons plus bas.

TABLEAU des dimensions des Planètes, et de leurs distances au Soleil, exprimées en lieues communes de 2280 *toises.*

	DISTANCES au SOLEIL.	DIAMETRES des PLANÈTES.	VOLUMES des PLANÈTES.
Mercure.	13056620	1166	0,064558
Vénus.	24965790	2748	0,89025
La Terre.	34514980	2864	1
Mars.	52590230	1490	0,1406
Pallas.	95582300	Très-petit.	. . . . .
Cérès.	95500852	Très-petit.	. . . . .
Jupiter.	179573750	31111	1281
Saturne.	3292 3/5 0900	28594	995
Uranus.	662117300	12410	80

CHAPITRE XIII.

Des étoiles, de leur distance, de leurs mouvemens

537. Nous voilà parvenus à connaître avec une très-grande exactitude la distance du soleil à la terre, et les véritables dimensions des orbites que les planètes et les comètes décrivent autour de cet astre. Nous en avons conclu les dimensions des orbes des satellites, et celle de tous les corps qui composent notre système planétaire. Toutes ces grandeurs ont eu pour mesure le rayon de la terre, c'est-à-dire une ligne qui, vue du centre du soleil, ne paraîtrait pas de la grosseur d'un cheveu. Essayons donc, s'il est possible, de mesurer encore ce qui est au-delà.

538. Il serait inutile de chercher si la parallaxe des étoiles peut devenir sensible, en les observant de différens points de la terre. Trop de preuves ont déjà dû nous convaincre que l'éloignement de ces astres est immense et comme infini par rapport à nous. S'il est possible de le mesurer, c'est en prenant une plus grande base et la plus étendue dont nous puissions faire usage.

539. Il n'y en point de plus propre à remplir ces conditions que le grand axe de l'orbe terrestre, qui a plus de 60 millions de lieues de longueur. En observant une même étoile des deux extrémités de cet axe, à six mois de distance, et corrigeant ses positions de toutes les petites inégalités que nous avons calculées, on verra si ses latitudes sur l'écliptique sont les mêmes, ou si elles sont différentes à raison des différentes positions de la terre aux époques des observations.

Il est visible en effet que l'étoile doit paraître plus élevée sur le plan de l'écliptique lorsque la terre est dans la partie de son orbite qui l'avoisine; et au contraire, elle doit paraître plus basse lorsque la terre est dans la partie opposée. Les rayons visuels, menés de la terre à l'étoile dans ces deux positions, diffèrent de la ligne droite menée de la terre au centre de l'orbite, et l'angle qu'ils forment avec cette droite se nomment *la parallaxe annuelle*, parce que c'est l'angle sous lequel un observateur, placé dans l'étoile, verrait le rayon de l'orbe annuel de la terre.

De plus, la terre ne passe pas subitement d'une position à l'autre, mais elle y arrive graduellement; ainsi, en observant les positions de l'étoile aux époques intermédiaires, on devra, si la parallaxe annuelle est sensible, voir ses effets se développer par les mêmes gradations. Par exemple, si l'étoile est placée au pôle même de l'écliptique, les rayons visuels qui lui seront menés de la terre formeront une surface conique ayant son sommet à l'étoile et pour base l'orbe terrestre. Cette surface conique, prolongée au-delà de la terre, formera un autre cône opposé au premier par sa pointe, et son intersection avec la sphère céleste formera une petite ellipse sur laquelle l'étoile paraîtra toujours diamétralement opposée à la terre et dans le prolongement des rayons visuels menés au sommet du cône; effet très-différent de celui de l'observation qui fait seulement paraître l'étoile à 100° en avant de la terre, et non pas à 200°.

540. Il est donc extrêmement facile de reconnaître les résultats qui seraient dus à la parallaxe annuelle, et la marche de ces phénomènes, les distingue très-bien de toutes les autres inégalités. Mais, quelqu'assiduité qu'on ait mise à multiplier les observations, quelques soins qu'on

ait pris pour les rendre parfaitement exactes, on n'a rien pu apercevoir qui ait paru s'y rapporter, et d'après l'exactitude des observations actuelles, il est, sans aucun doute que la parallaxe annuelle ne soit au dessous de 3″ décimales, ou de 1″ ancienne division. Ainsi, le diamètre de l'orbe terrestre vu de l'étoile la plus voisine, ne paraîtrait pas sous un angle de 3′, et notre soleil, avec tout notre système planétaire, pourrait être caché par l'épaisseur d'un fil.

541. Si ces résultats ne nous font point connaître la distance des étoiles à la terre, ils donnent au moins une limite au-delà de laquelle cette distance doit nécessairement se trouver. Si l'on conçoit un triangle rectangle qui ait pour base le demi grand axe de l'orbe terrestre, et qui ait à son sommet un angle de 3″, la distance de ce sommet à la terre, ou la longueur du rayon visuel, sera exprimée par 212207, le rayon de l'orbe terrestre étant pris pour unité; et comme ce rayon contient 24096 fois le demi diamètre de la terre, il s'ensuit que si la parallaxe annuelle d'une étoile était seulement de 3″ décimales, la distance de cette étoile à la terre serait égale à 5113339872 rayons terrestres, ou à plus de sept trillions de lieues; mais la parallèxe annuelle étant certainement moindre que 3″, il est certain que les étoiles sont beaucoup au-delà.

542. On a vu précédemment que la lumière emploie 571″ pour traverser l'orbe terrestre. D'après cela, il est facile de calculer le tems qu'elle mettrait à venir des étoiles jusqu'à nous, si leur parallaxe était sensible, et égale seulement à 3″ decimales; car ce tems exprimé en secondes, serait 212207.571, ou 121170197, environ 3^{ans}, 7. La lumière emploie donc plus de trois années à se transmettre des étoiles jusqu'à nous. Les étoiles que nous voyons briller

tout-à-coup dans le ciel existaient long-tems avant que nous eussions aperçu leur clarté ; et quelquefois nous les voyons encore, lorsqu'elles ont déjà disparu. Peut-être en est-il de si éloignées, qu'elles n'ont pas encore pu nous transmettre leur lumière, peut-être d'autres ont-elles disparu depuis des milliers de siècles quoique nous les voyons encore briller à la même place sur la voûte des cieux.

543. Il faut que ces astres éprouvent des changemens bien considérables, puisqu'ils sont encore sensibles à la distance où nous sommes placés. Il en est qui perdent peu à peu leur lumière, comme l'étoile que l'on nomme o de la Grande Ourse. D'autres, comme ς de *la Baleine*, deviennent de plus en plus brillantes. On en a vu enfin, qui après avoir pris soudainement un nouvel éclat, se sont éteintes peu à peu. Telle fut l'étoile qui parut en 1572 dans la constellation de cassiopée. Elle devint tout-à-coup si brillante, qu'elle surpassa en clarté les plus belles étoiles, Vénus et Jupiter mêmes, lorsqu'ils sont le plus près de la terre. On pouvait l'apercevoir en plein jour au méridien. Peu à peu on vit ce grand éclat s'affaiblir, et enfin l'étoile disparut seize mois après son apparition, sans avoir changé de place dans le ciel. Sa couleur, dans ces intervalles, éprouva de grandes variations. Elle parut d'abord d'un blanc éclatant comme Vénus ; ensuite d'un jaune rougeâtre, comme Mars et comme *Aldébaran* ; enfin, d'un blanc plombé comme Saturne (a). Une autre étoile, qui parut tout-à-coup, en 1604, dans la constellation du Serpentaire, éprouva des variations analogues, et disparut

(a) Ticho Progymnasm.

de même après quelques mois. Ces phénomènes semblent indiquer de vastes incendies qui éclatent tout-à-coup dans ces grands corps. Qui sait si notre soleil n'a pas éprouvé ou n'éprouvera pas un jour de semblables révolutions, qui ont peut-être déjà changé l'état du globe terrestre, et qui le changeront encore plus d'une fois.

544. D'autres étoiles, sans disparaître entièrement, offrent des variations non moins singulières. Leur lumière augmente et décroît tour-à-tour par des périodes réglées. On les nomme, pour cette raison, *étoiles changeantes*. Telles sont l'étoile *Algol*, qui a une période d'environ trois jours ; *δ de Céphée*, qui en a une de cinq ; *β de la Lyre*, de six ; *η d'Antinoüs*, de sept ; *o de la Baleine*, de 334, et d'autres encore.

On a donné plusieurs explications de ces changemens périodiques. On a supposé que les étoiles qui y sont sujettes sont, comme toutes les autres, des corps lumineux, de véritables soleils qui tournent autour d'un axe, mais dont la surface est parsemée de taches obscures qui se présentent à nous dans certains tems, par l'effet de la rotation. D'autres astronomes ont cherché à expliquer ces faits, en supposant à ces étoiles une forme extrêmement aplatie qui les rend moins lumineuses sous certains aspects. Enfin, on a supposé que de grands corps opaques circulant autour de ces étoiles, nous interceptent par fois leur lumière, et les éclipsent périodiquement. Le tems en accumulant les observations, décidera laquelle de ces hypothèses est la véritable (a).

(a) Voyez un mémoire de Burkardt sur les changemens d'Algol, connaissance des tems de l'an 12, page 411.

545. Un des moyens les plus sûrs d'y parvenir, est de comparer les étoiles entre elles, en les désignant par des lettres ou par des nombres, et les disposant à mesure qu'on les compare, dans l'ordre que leur éclat leur assigne. Si l'on trouve ensuite par les observations que cet ordre change, c'est une preuve qu'une des étoiles sur lesquelles la comparaison est établie, a changé pareillement; et quelques combinaisons de ce genre suffiront pour reconnaître quelle est celle qui a subi une variation. On ne peut comparer ainsi chaque étoile, qu'avec celles qui l'avoisinent, et qui peuvent être aperçues en même tems. Mais en comparant ensuite celles-ci à d'autres, on parvient, par une suite de termes intermédiaires, à lier ensemble des extrêmes fort éloignés. Cette méthode actuellement en usage, est bien préférable a celles des anciens astronomes qui classaient les étoiles d'après une comparaison très-vague, suivant ce qu'ils appelaient l'ordre de *leur grandeur*, qui n'était réellement que celui de leur éclat estimé d'une manière très imparfaite.

546. Nos connaissances sur la grandeur réelle des étoiles et sur leurs distances respectives, sont encore très peu avancées. Ces recherches feront l'objet des travaux de l'astronomie future. Déjà cependant il paraît que ces astres ne sont pas disséminés dans le ciel d'une manière à-peu-près égale. Ils sont réunis en grouppes, composés chacun de plusieurs milliards d'étoiles. On en peut juger par ces petites taches blanchâtres que l'on aperçoit dans le ciel, et que l'on nomme *des nébuleuses*. En les observant au télescope, on y découvre une multitude infinie de petites étoiles très rapprochées les unes des autres, et dont la lumière confondue par l'effet de l'irradiation, n'offre aux yeux qu'une faible lueur à-peu-près uniforme. Cette grande

trace blanche et lumineuse, qui traverse le ciel d'un pôle à l'autre, et que l'on nomme la voie lactée, est probablement une nébuleuse de ce genre, mais qui paraît plus grande, parce qu'elle est plus rapprochée de nous. En la regardant au télescope, on y découvre une quantité si prodigieuse d'étoiles, que l'imagination ne saurait suffire à les concevoir; cependant, d'après les distances angulaires de ces astres, on peut juger que l'espace qui les sépare est au moins cent mille fois plus grand que le rayon de l'orbe terrestre. Ainsi, l'on peut juger de l'immense étendue de ce groupe. A quelle distance ne faudrait-il pas nous reculer pour le voir aussi petit que les autres nébuleuses que nous apercevons, et dont quelques-unes, même dans les meilleurs télescopes, ne peuvent encore être vues que comme des amas de lumière, en sorte que l'analogie seule peut faire soupçonner leur composition. Lorsque l'imagination pénètre dans ces immenses profondeurs, elle ne peut plus concevoir de bornes à l'univers, et la pensée se reporte involontairement sur la petite place que nous y occupons.

CHAPITRE XIV.

De la pesanteur universelle.

547. En considérant l'ensemble des mouvemens planétaires, nous y avons découvert des lois constantes qui les unissent par de grands rapports. De là nous devons conclure que ces mouvemens ne sont pas indépendans les uns des autres, mais qu'ils sont l'effet d'une cause générale qui agit sur tous les corps célestes : essayons de nous élever jusqu'à ce grand principe, en suivant les lois de l'analogie.

548. Si nous considérons d'abord la lune, nous voyons qu'elle suit constamment la terre dans sa révolution annuelle : il y a donc une certaine force qui la retient ainsi autour de la terre, et l'empêche de l'abandonner. En cela cette force, quelle qu'elle soit, est analogue à la pesanteur.

En effet, la pesanteur tend à ramener en ligne droite vers la terre, les corps que l'on en a détachés, lorsque ces corps ont reçu une impulsion qui tendrait à les éloigner ; elle les ramène encore en leur faisant décrire une ligne courbe dont la concavité est tournée vers la surface terrestre ; plus la force de projection est grande, plus l'espace que les corps décrivent avant leur chute est considérable. Ils ne tombent que par l'effet combiné de la pesanteur et de la résistance de l'air, qui détruit peu à peu l'impulsion horizontale qu'on leur a donnée ; mais si cette résistance n'existait pas, un corps lancé, avec une

force suffisante du sommet d'une montagne, pourrait faire, sans tomber, le demi-tour et même le tour entier du globe : dans ce dernier cas, sa vîtesse de projection ne diminuerait pas, puisqu'il n'éprouverait aucune résistance ; elle se retrouverait donc la même, quand le corps serait revenu au point de départ ; et par conséquent elle lui ferait décrire, à partir de ce point, une nouvelle révolution. Le corps ne retomberait donc jamais sur la terre, mais tournerait autour d'elle comme un satellite.

Or, c'est exactement ainsi que la lune se meut autour de la terre ; il est donc naturel de penser que sa marche, à fort peu près circulaire, est due à une semblable combinaison ; et cela est d'autant plus probable, qu'à quelque hauteur qu'on se soit élevé sur les montages, on y a toujours observé les effets de la pesanteur terrestre, d'où il n'est pas impossible qu'elle s'étende beaucoup au-delà, et même jusqu'à l'orbe de la lune.

Mais, en même tems il peut se faire que la pesanteur à cette distance soit plus faible qu'à la surface de la terre ; on a même lieu de le soupçonner, d'après les expériences du pendule faites sur de hautes montagnes, car il paraît que la pesanteur y est déjà un peu moindre qu'à la surface de la terre.

549. Ces considérations peuvent s'appliquer également à tous les autres satellites. La forme presque circulaire de leurs orbites semble indiquer qu'ils pèsent vers le centre de leurs planètes, comme la lune vers la terre, et qu'ils sont retenus par cette pesanteur.

550. Le mouvement des planètes présentant des phénomènes analogues, il est naturel de penser qu'elles pèsent aussi de la même manière vers le soleil, dont elles sont comme autant de satellites. On peut même présumer que

les comètes sont soumises à quelque force semblable, soit à cause de la régularité avec laquelle elles décrivent leurs orbites, soit à cause des rapports qui lient leurs mouvemens à ceux des planètes, suivant les lois de Képler.

551. Nous voilà donc parvenus à entrevoir l'existence d'une cause générale qui paraît suffire au maintien des mouvemens célestes. Pour vérifier ces idées, il faut assimiler la lune, les planètes, les comètes et les satellites, à des corps pesans qui seraient lancés dans l'espace à une certaine distance du centre où les porte leur pesanteur. Il faut décomposer pour ainsi dire leurs mouvemens et évaluer séparément les effets de l'impulsion qui les font circuler, et ceux de la force qui les retient dans leurs orbites. On connaîtra ainsi avec certitude l'action et l'intensité de cette force, telle qu'elle résulte des phénomènes observés.

C'est la mécanique qui apprend à décomposer de cette manière les mouvemens des corps, et à lire la nature d'une force dans les effets qu'elle produit. C'est l'analyse qui permet de faire cette décomposition pour chaque point de l'orbite, et qui donne le moyen de suivre exactement les variations des forces, en passant d'un point à un autre. L'union de ces méthodes est donc nécessaire pour découvrir la cause générale des mouvemens célestes; et comme elles ne sauraient faire partie d'un traité élémentaire, je ne puis qu'indiquer ici la marche que l'on suit dans leur application; mais je le ferai d'autant plus volontiers que cette marche, extrêmement rigoureuse, est propre à inspirer la plus grande confiance dans les résultats auxquels elle conduit.

553. On suppose une planète circulant autour du soleil, et l'on forme les équations qui expriment les lois de son mouvement. Les forces qui la sollicitent entrent dans ces

équations. Ce sont les inconnues qu'il faut déterminer. Cela posé, les observations établiront, d'une manière incontestable, les faits suivans, qui sont les lois de Képler.

1.° *Les aires décrites par les rayons vecteurs des planètes dans leur mouvement autour du soleil, sont proportionnelles aux tems,*

Il en résulte par le calcul, que la force qui sollicite les planètes, est dirigée vers le centre du soleil.

2.° *Les orbes des planètes et des comètes sont des sections coniques dont le soleil occupe un des foyers.*

Il s'ensuit que la force qui les anime est en raison inverse du carré de la distance du centre de ces astres à celui du soleil, réciproquement dès que la force suit cette raison, la courbe est une section conique.

3.° *Les carrés des tems des révolutions des planètes sont proportionnels aux cubes des grands axes de leurs orbites*, ou, ce qui revient au même, *les aires décrites en tems égaux dans différentes orbites, sont proportionnelles aux racines carrées de leurs paramètres.*

On en déduit que la force qui sollicite les planètes et les comètes, est la même pour tous ces astres; qu'elle ne varie de l'un à l'autre, qu'à raison de leurs distances; en sorte que s'ils étaient placés en repos autour du soleil, à des distances égales, ils tomberaient vers lui avec la même vîtesse; d'où l'on voit que la force qui les sollicite pénètre chacune de leurs molécules et est proportionnelle à leur masse.

Les faits observés par Képler conduisent donc directement à la connaissance de la force qui retient les planètes et les comètes dans leurs orbites. Chacun d'eux nous découvre une de ses propriétés. Cette force agissant sur les corps *comme pour les attirer* vers le soleil, nous la nom-

merons ATTRACTION SOLAIRE, sans vouloir exprimer par là sa nature, mais seulement indiquer ses effets.

554. Les mouvemens des satellites présentant des phénomènes analogues, et étant pareillement assujettis aux lois de Képler, il en résulte que *chaque système de satellites, est attiré vers sa planète par une force réciproque au carré des distances*, et par conséquent analogue à l'attraction solaire.

555. Comme l'ellipticité des orbites est une des données qui conduisent à ces résultats, il semble qu'on ne peut pas les étendre aux satellites dont l'orbe n'a pas encore été reconnue pour elliptique; mais en supposant l'ellipticité nulle, en sorte que cet indice manquât absolument, la proportionnalité des carrés des tems aux cubes des distances moyennes conduirait aux mêmes conséquences. La loi dont il s'agit est donc générale, et s'étend à tous les satellites.

556. On peut en particulier la démontrer pour la lune d'une manière frappante. Pour avoir la force qui retient cet astre dans son orbite, il suffit de diminuer la pesanteur terrestre, en raison du carré de la distance.

557. Nous sommes ainsi conduits à reconnaître le soleil et les planètes qui ont des satellites, comme des centres d'une force attractive qui s'exerce sur tous les corps environnans. Il est naturel de penser que cette propriété s'étend à tous les corps célestes; et en effet, la forme presque sphérique de ces corps semble indiquer que leurs molécules sont réunies autour de leur centre par une force qui les attire également à distances égales; mais on peut démontrer directement cette vérité. C'est une loi générale dans les phénomènes de la nature, que la réaction est toujours égale à l'action. Le fer attire l'aimant, comme il

est attiré par lui. Les planètes pèsent sur le soleil ; cet astre pèse donc sur elle à son tour, suivant les mêmes lois.

558. La comparaison des phénomènes célestes démontre donc incontestablement ce grand principe de la nature : TOUTES LES MOLÉCULES DE LA MATIÈRE S'ATTIRENT MUTUELLEMENT, EN RAISON DIRECTE DES MASSES, ET RÉCIPROQUEMENT AU CARRÉ DES DISTANCES. La découverte de ce principe est due à Newton.

559. Il y a en général dans l'étude de la nature, deux moyens de s'assurer de la vérité : le premier consiste à raisonner rigoureusement sur des données exactes ; le second consiste à revenir sur ses pas pour voir si les phénomènes observés pourraient se déduire comme conséquences, des résultats auxquels on est parvenu. La loi de la pesanteur universelle nous a été donnée immédiatement par la première méthode ; la seconde ne lui est pas moins favorable, car en suivant les conséquences, on en voit sortir tous les phénomènes.

560. D'abord, le mouvement elliptique des corps célestes se trouve complettement expliqué : lorsqu'une planète part de son périhélie, la direction de son mouvement toujours indiquée par la tangente de son orbite, est perpendiculaire au rayon vecteur. C'est à ce point de l'orbite que sa tendance vers le soleil est la plus grande : mais la vîtesse de circulation y est aussi la plus grande possible : le calcul démontre que cette seconde cause est plus puissante que la première ; en conséquence, la planète s'éloigne du soleil, et son rayon vecteur s'accroît de plus en plus.

En même tems, sa pesanteur tend à la rappeler vers le soleil, et contrarie son mouvement. Cette cause toujours agissante diminue peu à peu la vîtesse, jusqu'à ce que la planète arrive enfin à son aphélie. Alors la vitesse de

circulation est la plus petite possible, l'attraction solaire affaiblie par la distance est aussi considérablement diminuée, mais le calcul fait voir que dans cet état elle l'emporte sur la tendance de la planète à s'éloigner du soleil. Celle-ci est donc rappelée vers le soleil en sens contraire, et de là jusqu'au périhélie, sa vitesse augmente, parce que l'attraction toujours croissante du soleil, conspire avec la direction de son mouvement.

La planète revenue à ce point de l'orbite, s'y retrouvant avec toute la vitesse qu'elle avait à la révolution précédente, elle doit recommencer une nouvelle révolution, avec la même vitesse, en passant par les mêmes périodes, ainsi de suite indéfiniment.

561. Le mouvement elliptique n'est pas le seul qui s'accorde avec la loi de la pesanteur réciproque au carré des distances. L'analyse fait voir que l'orbite peut être aussi une parabole, une hyperbole. Ces courbes sont les seules que puisse faire décrire une force de cette nature. Dans chaque cas particulier le genre de l'orbite est déterminé par l'intensité de l'impulsion initiale, et ce qui est extrêmement remarquable, la direction de cette impulsion n'y influe en aucune manière, elle ne fait que modifier les dimensions de l'orbite.

Il est probable qu'il existe des corps célestes qui décrivent ainsi des paraboles ou des hyperboles autour du soleil, mais alors ces corps ne doivent être visibles qu'une seule fois ; et lorsqu'ils se sont dérobés à nos regards, nous les perdons de vue pour toujours.

562. Pour représenter avec exactitude les mouvemens célestes, il ne suffit pas de considérer isolément les corps qui composent notre système planétaire. Il faut en même tems avoir égard aux attractions mutuelles que ces corps

doivent exercer les uns sur les autres ; alors le mouvement elliptique n'a plus lieu que d'une manière approchée, et c'est ce qui arrive dans la nature. Cet écart est donc une preuve de plus en faveur de la gravitation universelle.

563. C'est ainsi par exemple que le mouvement elliptique de la lune autour de la terre, est troublé par l'action du soleil. Si cet astre attirait également la lune et la terre, toutes deux obéiraient en même tems à son action, et pendant qu'elles seraient emportées sur l'écliptique d'un mouvement égal, la lune décrirait régulièrement son ellipse autour de la terre. Mais comme elle se trouve, tantôt plus près, tantôt plus loin du soleil ; elle éprouve des variations dans sa pesanteur, et de là résultent ses inégalités.

Par exemple, dans les conjonctions, la lune est plus près du soleil que la terre ; cet astre l'attire par conséquent davantage, et augmente un peu son éloignement ; au contraire, dans les oppositions, c'est la terre, qui est plus attirée par le soleil et qui s'éloigne de la lune, d'où résulte, par rapport à nous un effet semblable. Dans les quadratures l'action du soleil, décomposée suivant le rayon vecteur lunaire, tend à le diminuer ; mais le calcul fait voir que cet effort est moindre que l'augmentation qui a lieu dans les sysigies, de sorte que par l'effet moyen de ces variations la lune se trouve soutenue à une plus grande distance de la terre, qu'elle ne le serait sans l'action du soleil.

Cette action étant variable pour les différens points de l'orbe de la lune, il doit résulter dans le mouvement de cet astre des inégalités périodiques qui se reproduisent suivant les mêmes lois à chaque révolution ; mais leur intensité doit être différente suivant les diverses distances du soleil

à la terre; elle doit augmenter, par exemple, quand la terre est périhélie, et diminuer quand elle est aphélie; de là une autre sorte d'inégalités qui servent de corrections aux précédentes, et qui dépendant de la position de la terre dans son orbite, s'achèvent et se reproduisent chaque année.

564. Le mouvement des nœuds de l'orbe lunaire et le changement de son inclinaison, sont encore des conséquences nécessaires de l'action du soleil. Lorsque la lune, en tournant autour de la terre, s'approche du plan de l'écliptique, le soleil l'attire vers ce plan et tend à l'y abaisser. Par l'effet de cette attraction, la lune perce l'écliptique un peu plutôt et y arrive plus directement; de là le mouvement rétrograde des nœuds et le changement d'inclinaison de l'orbite.

565. Des actions analogues s'exercent entre tous les corps planétaires et produisent leurs inégalités. Les mouvemens de leurs nœuds, de leurs périhélies, et les changemens d'inclinaison de leurs orbites, sont dus à ces attractions réciproques : la loi de la gravitation universelle suffit pour les expliquer et pour les mesurer.

S'il fallait considérer simultanément toutes ces causes de perturbations, la complication des calculs deviendrait énorme et les difficultés seraient insurmontables; heureusement la constitution du système solaire permet de les diminuer. Les corps qui composent ce système, sont isolés dans l'espace, à des distances considérables; chaque planète, avec ses satellites, forme comme une sorte de petit monde à part, où tout est déterminé par les attractions particulières des corps qui en font partie. Les autres astres placés à de grandes distances, agissent à peu-près

également sur tous ces corps qui sont beaucoup plus rapprochés les uns des autres; et cette action commune ne trouble pas moins leurs mouvemens relatifs.

Ainsi, les lois des mouvemens planétaires s'appliquent d'elles-mêmes aux mouvemens des satellites; et ces astres, dans leurs révolutions, nous offrent une image rapide des dérangemens séculaires qui auront lieu dans le système des planètes, et que le tems doit développer.

Mais, comme nous venons de le voir en parlant du mouvement de la lune, il ne suffit pas toujours de considérer chaque système isolément, il faut encore, pour atteindre la dernière exactitude, avoir égard à l'action des corps qui, en raison de leur proximité ou de leur masse, peuvent exercer une influence sensible; et ne négliger que ceux dont l'action, calculée d'une manière rigoureuse, serait constamment au-dessous des erreurs des observations.

Par exemple, dans la recherche des mouvemens de la lune, il suffit d'avoir égard aux actions réciproques de la lune, de la terre et du soleil. Celles des autres astres peuvent être négligées, soit parce que leur masse est trop petite, soit parce qu'ils sont trop éloignés; c'est pour cela que la théorie de la lune a reçu le nom de *problème des trois corps*.

Dans la théorie de la terre, au contraire, il faut avoir égard aux actions réunies du soleil, de la lune, de Vénus, de Mars, de Jupiter et de Saturne. Uranus en est trop éloigné pour avoir une influence sensible, et les autres planètes sont assez petites pour que leur action puisse être négligée.

Les effets de ces actions mutuelles sont sur-tout remarquables dans les mouvemens de Jupiter et de Saturne. Ces

deux planètes, les plus grosses de notre système, s'attirant avec beaucoup de force, causent mutuellement dans leurs orbites de grandes inégalités dont les périodes embrassent plusieurs siècles, et dont cependant l'analyse moderne a dévoilé les lois.

566. Il est facile de sentir que des perturbations de ce genre, où les masses des corps ont une influence si considérable, doivent être extrêmement propres pour déterminer ces masses; aussi est-ce par ce moyen qu'on est parvenu à les calculer, et l'on mesure celle de chaque corps céleste par les effets qu'il produit à raison de sa distance. Les volumes sont d'ailleurs donnés, comme on l'a vu plus haut, par les diamètres apparens. En les comparant aux masses, on en conclut les densités des différentes planètes, et les loix de la pesanteur à leur surface (a).

567. Les perturbations, éprouvées par les corps célestes, peuvent être quelquefois assez fortes pour changer leurs orbites et les dénaturer entièrement. C'est probablement ce qui arrive aux comètes qui décrivent des paraboles ou des hyperboles. Ces astres errent sans doute de système en système, cédant toujours à des attractions nouvelles, jusqu'à ce que leur existence soit détruite, ou que leur orbite soit invariablement fixée.

On croit que ce sont des causes semblables qui ont changé l'orbite de la comète de 1770. On présume, avec beaucoup de vraisemblance, que cette comète, en allant vers son périhélie, a pris un orbe elliptique par l'action de Jupiter dont elle s'est fort approchée à cette époque; mais qu'ensuite, après avoir décrit cette orbite pendant

(a) Mécanique Céleste, liv. VI, chap. VI et XVI.

une révolution, elle a passé de nouveau près de Jupiter qui, par une attraction contraire, a pu détruire cette première perturbation, et rendre à la comète un orbe infiniment alongé. L'auteur de la *Mécanique Céleste* vient de discuter par le calcul la possibilité de ce phénomène, et il donnera dans son quatrième volume les considérations qui le rendent extrêmement probable.

568. Mais par cela seul que les autres mouvemens planétaires se font tous dans le même sens et dans des ellipses peu excentriques et peu inclinées les unes aux autres, on peut démontrer que l'état actuel de ce système est stable; qu'aucune planète actuellement existante n'a été primitivement comète, et que le système solaire ne fait qu'osciller autour d'un état moyen d'ellipticité et d'inclinaison d'où il s'écarte peu (a).

569. Nous venons de voir dans la gravitation universelle, la cause générale des mouvemens célestes : c'est la même cause qui détermine la forme arrondie des planètes, et qui, se combinant avec la force centrifuge du mouvement de rotation, renfle leur équateur et aplatit leurs pôles; c'est elle encore qui, par une conséquence de cet aplatissement, produit le balancement de ces corps autour de leur centre de gravité. Prenons la terre pour exemple : si elle était exactement sphérique, les particules de matières situées de part et d'autre de son centre seraient également attirées par le soleil, et il n'en résulterait autour de ce centre aucun mouvement; mais le renflement de l'équateur trouble cette égalité. Les particules qui le com-

(a) Mécanique Céleste, tome I, p. 304.

posent peuvent être considérées comme autant de petites lunes liées fixement les unes aux autres et au globe terrestre. Chacune d'elles doit éprouver des inégalités analogues à celles de la lune véritable ; c'est-à-dire, que ses nœuds doivent rétrograder sur l'écliptique, par l'action du soleil. Or ces particules étant adhérentes au globe terrestre, ne peuvent avoir de mouvement sans le partager avec lui ; elles tendent donc à l'entraîner avec elles en rétrogradant, et quoique leur mouvement, transmis à une si grande masse, soit considérablement affaibli, cependant il n'est pas tout-à-fait insensible ; la masse entière y cède peu-à-peu, et l'équateur de la terre rétrograde lentement sur l'écliptique, ce qui produit la précession des équinoxes.

La lune agissant sur la terre comme le soleil, doit occasionner des mouvemens analogues ; et la petitesse de sa masse est même plus que compensée par sa proximité. Mais comme ses positions autour de la terre changent sans cesse, les effets qui en résultent, sont également variables. Aussi l'action de la lune ne se borne pas, comme celle du soleil, à produire un mouvement dans les équinoxes ; elle fait varier l'obliquité de l'écliptique et produit la nutation de l'axe terrestre ; et ces inégalités qui lui sont propres, ont des périodes qui dépendent de ses mouvemens.

La valeur moyenne de la précession étant le résultat des actions réunies du soleil et de la lune, tandis que la nutation est produite par la lune seule, ces phénomènes sont très-propres à faire connaître le rapport des masses de ces astres ; aussi en a-t-on fait usage, sinon pour découvrir ce rapport, du moins pour vérifier la valeur que d'autres phénomènes semblent lui assigner. Il en est de

même de l'aplatissement de la terre, sans lequel il n'y aurait ni précession ni nutation de l'axe terrestre.

570. Enfin, nous pouvons observer les effets de la gravitation universelle dans les phénomènes du flux et du reflux de la mer. Les molécules liquides qui se trouvent sur le sphéroïde terrestre, du côté du soleil, sont plus attirées par lui que le centre de la terre ; leur poids en est donc un peu diminué, comme l'est celui de la lune dans les conjonctions. Il faut donc qu'une plus grande masse de liquide s'accumule de ce côté pour compenser la diminution de la pesanteur. La même chose arrive, par une cause différente, aux molécules d'eau situées sur l'hémisphère opposé : elles sont moins attirées que le centre de la terre ; ce centre s'en éloigne, et leur poids diminue comme celui de la lune dans les oppositions. Ainsi, par la réunion de ces circonstances, l'océan doit s'élever sous l'astre qui l'attire, et former sur la surface terrestre deux protubérances opposées, situées sur la ligne droite qui joint le centre de la terre à celui du soleil. La masse totale des eaux restant toujours la même, il faut nécessairement qu'il se forme, par compensation, un abaissement dans les parties de la mer qui sont à 100° du soleil.

L'action de la lune doit produire des phénomènes analogues ; elle soulève aussi les eaux de l'océan, et les oscillations qu'elle y occasionne, doivent suivre les périodes de ses mouvemens.

La hauteur totale des marées dépend donc de l'action combinée de ces deux astres : elle est la plus grande possible dans les sysigies où leurs actions conspirent, et la plus petite dans les quadratures où elles sont contraires.

La différence des périodes des marées lunaires et so-

laires a permis de reconnaître séparément les effets particuliers des deux astres ; ce qui a donné la mesure de leur action. Celle de la lune sur les marées est plus forte que celle du soleil, parce que la petitesse de ce satellite est plus que compensée par sa proximité. On a conclu de-là le rapport des masses de la lune et du soleil (a),

D'après la théorie précédente, chaque marée devrait arriver à l'instant du passage au méridien de l'astre qui la produit. Cependant cela n'arrive pas dans nos ports : cet effet tient aux circonstances locales, c'est-à-dire, à l'accumulation des eaux, au frottement du fond de la mer et à la forme des rivages, qui gênent et retardent les oscillations ; aussi ce retard n'a plus lieu en pleine mer ; mais comme les circonstances qui le produisent dans chaque port sont à-peu-près constantes, le retard est aussi à peu-près constant, et il est facile d'en tenir compte lorsqu'il est une fois observé.

571. Voilà le tableau abrégé des phénomènes qui se déduisent comme conséquences de la PESANTEUR UNIVERSELLE. Je n'ai pû qu'en indiquer ici l'enchaînement et la dépendance. Mais avec le secours du calcul, on pénètre jusques dans leurs plus petits détails, on développe leurs rapports les plus cachés, et on parvient à les mesurer avec plus d'exactitude que par les observations mêmes. C'est surtout dans le Traité de la Mécanique céleste qu'il faut chercher ces belles applications.

Pour nous, bornés aux simples élémens, nous devons nous arrêter ici. Mais arrivés à ce terme jetons nos regards

(a) Mécanique Céleste, tom. III, pag. 160.

en arrière, et mesurons la carrière que nous avons parcourue. Nous sommes partis des premières idées que donne à tous les hommes l'aspect de la terre et du ciel. Nous étions alors entourés de tous les prestiges produits par les phénomènes physiques qui se passent dans l'atmosphère et dans les cieux. Peu-à-peu nous avons reconnu ces préjugés, dissipé ces prestiges, soulevé ces voiles : nous nous sommes ainsi formé des idées plus vraies de notre univers. Commençant à douter du témoignage de nos sens, nous avons mesuré ; et nous avons acquis des moyens d'observations très-parfaits, dont nous avons apprécié la justesse. Munis de ces secours, nous les avons appliqués à la recherche des lois que suivent les astres dans leurs mouvemens, et la comparaison de ces lois nous a conduit à un petit nombre de phénomènes généraux qui renferment implicitement tous les autres. Enfin, nous avons vu que ces résultats eux-mêmes peuvent se composer en un seul, et se représenter par une loi unique, celle de la PESANTEUR UNIVERSELLE ; parvenus à ce principe, nous nous voyons en quelque sorte élevés à la source commune de tous les faits astronomiques ; tous en dérivent de la manière la plus simple, et ils y sont en quelque sorte comme concentrés. Nous avons donc pour ainsi dire décomposé le système du monde, nous l'avons réduit à son élément unique, et nous l'avons ensuite recomposé. Sous ce rapport, l'astronomie est de toutes les sciences, la plus complète, la plus sublime, et celle où l'esprit humain s'est le plus élevé. Mais, ce qui lui donne surtout un prix inestimable, c'est sa parfaite certitude. Quelque soit le progrès des sciences, le principe de la pesanteur universelle, est établi d'une manière inébranlable, parce qu'il repose sur des faits certains, et sa durée sera éter-

nelle. Sans doute, il est étonnant de voir l'esprit humain arriver à des conclusions si étendues et si hardies, mais on ne peut révoquer en doute la verité déduite des faits, par un raisonnement rigoureux. Et c'est ici le lieu d'appliquer ces belles paroles de Cicéron, qui semblent spécialement appropriées à cette circonstance. *Hæc mirabilia videri intelligo, sed cum certe superiora firma ac vera sint, his autem ea consentanea et consequentia*; NEC DE EORUM QUIDEM VERITATE EST DUBITANDUM. Cic. *de Fin.* lib 3. ch. 15.

ADDITION.

Pendant l'impression de cet ouvrage, M. Harding, collaborateur de M. Schroeter à Lilienthal, a découvert une nouvelle planète à la quelle il a donné le nom de *Junon*. Voici en peu de mots l'histoire de cette découverte.

M. Harding, s'occupait de la publication des cartes célestes qui doivent contenir toutes les petites étoiles de l'histoire céleste française, afin qu'on puisse reconnaître facilement les deux planètes Pallas et Cérès lorsqu'on les observe hors du méridien. Pour rendre ses cartes plus complètes, il les comparait avec le ciel pour y dessiner les étoiles qui auraient pû échapper. Le 1 septembre il vit une étoile de 8e grandeur qui n'était pas dans l'histoire céleste ; il la dessina d'après sa configuration avec les petites étoiles environnantes. Le 4 septembre il compara de nouveau sa carte avec le ciel ; et, à son grand étonnement, l'étoile qu'il avait observée le premier septembre, avait disparu. En même temps, il en apperçût une autre plus vers l'ouest et vers le sud, qu'il n'avait pas vue le premier septembre. Il soupçonna aussitôt que l'étoile vue le premier septembre, avait un mouvement propre, et les observations exactes, faites le 5 et 6, confirmèrent ce soupçon.

Cette planète a été revue depuis par plusieurs Astronomes, et en particulier par M. Burkardt. Cet excellent observateur s'est même déjà occupé de calculer ses élémens, et je dois regretter que son travail ne soit pas encore assez avancé pour qu'il ait pu me communiquer ses résultats.

TABLE

DES MATIÈRES

CONTENUES DANS CET OUVRAGE.

Les chiffres indiquent les paragraphes.

A

Aberration de la lumière, 90, 514-517.
Absides. 191
Aërolithes. 506
Leurs caractères, 507
Aiguille aimantée, 401
Air. Sa densité comparée à celle du mercure, 142
Algol (période de cette étoile), 544
Angle de distance, 45
Angle horaire, 105
Année, 10
Année anomalistique, 204
Année sydérale, 285
Année tropique, 162-170
Antarctique (Pôle) 63
Antipodes, 18
Aphélie. 281
Apogée, 191
Appulse, 391
Armilles, 184
Arctique (pôle), 63
Ascension droite, 146
Atmosphère terrestre. Sa définition. 26
Sa constitution physique, 27
Ses effets sur sa lumière, 30-32
Sa hauteur, 270
Atmosphère. Sa forme apparente, 30-35
Atmosphère des planètes, 468
Attraction, 155, 547-558
Attraction, Cause des marées, 416, 569
Austral (pôle), 60
Axe de l'écliptique, 177.
Axe de l'équateur, 60
Moyen de déterminer sa position, 77
Axe de la terre : est le même que celui de l'équateur. 85
Azimuth (différence d'azimuth), 405

B

Baromètre, 29
Hauteur du mercure dans le baromètre au niveau des mers, *idem*.
A Paris au niveau de la Seine, *idem*.
Boréal (Pôle), 60
Boussole, 401

C

Cadran solaire, 108
Calendrier Grégorien, Julien, 161
Cercles horaires, nom donné aux méridiens célestes, 105
Cercles polaires célestes, 177
Cercles polaires terrestres, 261 et suiv.
Cercle d'illumination, 265
Cercle de latitude, 241
Cercle répétiteur de Borda. Son usage. 142
Cérès (planète) 7
Epoque de sa déécouverte, *id.*
Ses élémens, page 460
Chaleur centrale. Opinion des physiciens sur ses causes, 272
Cicle solaire, 417
— lunaire, 418
— d'indiction, 419
Comètes, 13-494
Leur parallaxe très-petite, 495
Leurs apparences, 496
Leurs queues, 497
Leurs orbites paraboliques, 498
Comment se déterminent, 499
Ne se meuvent pas toutes d'occident en orient, 500
Chaleur que dût éprouver celle de 1680, 502
Calcul du retour des comètes, 503
Celle de 1682 est la seule dont la révolution soit bien connue, 504
Ses élémens; *id.*
Comète de 1770. Exemple frappant des perturbatirns des mouvemens célestes, 505
Compas de mer, 401
Conjonction et opposition des planètes avec le soleil, 436
Constellations, 63
Courbure de la terre et des mers, prouvée par le cours des fleuves, etc. 19
Couleur bleue du ciel. Ce qui la produit. 30
Crépuscule du soir et du matin, 33
= Plus long dans les régions polaires, causes de cet effet, 266
Les observations du crépuscule font connaître la hauteur de l'atmosphère, 270

D

Déclinaison (d'un astre), 146
Diamètres apparens des astres, (leur définition), 4
— Pourquoi ils paraissent plus grands à l'horison qu'au zénith, 36
Disque du soleil, 251
Distance apparente de la lune à une étoile ; 405
Distance vraie de la lune à une étoile. Comment on la déduit de la précédente, p. 410. Note.

E

Eclipse de lune, 378
— Totale, 391
— partielle, *idem.*
Eclipse de soleil, 394
— totales, centrales, annulaires, partielles, *idem.*
— modifiées par l'élévation de la lune sur l'horison, 396
— Moyens de les prédire, 399
— Quand prennent-elles le nom d'appulse, 391
Eclipses des satellites des planètes, 473
Conséquences qu'on en tire., 474
Ecliptique, 159
Moyen de déterminer son obliquité, 176, 182
— On ne doit pas le tracer sur les cartes terrestres. 258
Ellipse solaire. Moyens de la reconnaître, 199
Sa description, 200
Manière de déterminer sa position, 202
Mouvement elliptique des planètes expliqué par la pesanteur, 560
Elongations d'un astre, 432
Equateur céleste, 60
Moyens de déterminer sa position, 80
Equateur terrestre, 85
Equateur du soleil, 248
Equation ; ce que l'on appelle ainsi en astronomie, 213
Equation annuelle de la lune, 355.
Equation du tems, 100
Equation de l'orbite ou du centre, 213
Calcul de ses variations, 213
Equations de condition, leur usage pour déterminer les coefficiens des inégalités. Note VI du 3e. livre.
Equinoxes (ou points équinoxiaux), 159
Quand le soleil y passe, le jour est égal à la nuit, *id.*
Ligne des équinoxes diffère de la ligne équinoxiale des navigateurs, *id.*

Equinoxe moyen. 233
Equinoxe vrai (diffère du précédent); note IV du liv. 2.
Ere, 165
— républicaine, *id.*
— chrétienne, 168
Est, 69
Estime, terme de marine, 402
Etoile du soir, Etoile du matin, noms donnés à Vénus, 429
Variations dans la lumière des étoiles; 543
Etoiles changeantes, 544
Etoiles. N'ont point de parallaxes sensible, 539-540
Leur distance à la terre est immense, 49 et suiv.
Elle excède sept trillions de lieues, 541
Etoiles. Leurs variations, 544
— Manière de les classer, 543
— Leur disposition dans le ciel, 546
Etoile polaire, 63
Fait partie de la petite-ourse, *idem.*
Observations de ses passages, 72; 76, 142, 143
Etoiles, seraient visibles en plein jour, si l'éclat du soleil n'empêchait pas de les appercevoir, 12
Evection (l'), la première et la plus considérable des inégalités qu'on ait observées dans le mouvement elliptique de la lune, 353
Note sur l'évection, page 426
Excentricités des orbites planétaires, 449

F

Fil à-plomb, 23
Flux (influence de la lune sur le) 407
Foyer (d'une lunette) 112
Foyer (d'une ellipsé), 200
Force centrifuge. Résulte du mouvement de rotation, 133

G.

Gardes-tems, 141
Géodesiques (opérations), 121

H

Horison, 3, 25
Horison sensible, rationnel, 51.
Hauteurs des astres, 71
Hauteur du pôle (moyen de la déterminer), 63, 72 et suiv.
Heure solaire, 107

I

Inégalités (de la surface terrestre), 19, 128
Inégalités périodiques, séculaires ; leur définition, et moyen de les distinguer, 222, 310, 358
Inégalités (qui affectent Jupiter et Saturne), 455
Intercallation, 166
Intervalles de tems égaux, 92
Intervalles de tems inégaux, *id.*
Intervalles du retour des marées, 408
Iradiation, 115, 118, 397

J

Jour, 2
— moyen, 234
— solaire, 94
— sidéral, 101
Jour (se partage en heures, minutes et secondes), 96
Junon (planète) époque de sa découverte, pag. 270
Jupiter. Durée de sa rotation, 463
— beaucoup plus gros que les autres planètes, *id.*
Son applatissement aux pôles, 464
Eclipses de ses satellites, 476
Inégalités de leurs mouvemens, 478
Leur rotation, 480
L'observation des satellites de Jupiter fort utile pour déterminer les longitudes, 482
Distances moyennes des satellites à la planète, 485
Et leurs révolutions sidérales, *idem.*

K

Képler (lois de), 448, 452
Fondées sur les observations, 553
Leurs conséquences, *id.*

L

Latitudes héliocentriques, géocentriques, 250
Latitude d'un lieu, 88
Libration de la lune, 366
— en longitude, 367
— en latitude, *id.*
— diurne, *id.*
Les trois espèces de librations que présente le sphéroïde lunaire sont purement optiques, 368
Lieue marine, 125
Lieue commune, 25
Ligne des nœuds ; sa définition, 248
Ligne des nœuds de l'équateur du soleil, 248
Manière d'en déterminer la position, 249
Loc, ou flotteur, 402
Longitude du soleil ; sa définition, 180
Longitudes géocentriques, héliocentriques des astres, 250, 447
Leur usage. *id.*
Longitude d'un lieu ; comment elle se détermine, 139
La longitude est orientale ou occidentale, selon la situation du lieu, *id.*
Longitude du soleil ; sa définition, 180
Longitudes en mer. Leur utilité, Leur mesure imparfaite par l'estime, 401-402
— par les montres marines, 403
— par les éclipses, 404
— par les distances de la lune aux étoiles, 405-406
Longitude du nœud (la), 249
Lumière. Sa transmission successive, 481
Elle emploie plus de trois ans à venir des étoiles à nous, 542
Lumière zodiacale, 254
Sa forme, sa direction, tems le plus favorable pour l'observer, *id.*
Lune. Est plus rapprochée de nous que les autres astres, 44
Son diamètre transverse est plus grand

grand au zénith qu'à l'horizon, 48
Lune. Son diamètre apparent augmente à mesure qu'elle s'élève, liv. III, note 2.
Son mouvement elliptique autour de la terre troublé par l'action du soleil, 563
Lunettes astronomiques; leur composition, 110
Lunette méridienne, ou instrument des passages. 119

M

Marées (action du soleil et de la lune cause des), 409, 410 et suiv.
Leurs variations, 412, 413 et suiv.
Marée totale, 414
Mars. Variations de sa forme apparente, 437
Son orbe embrasse la terre et le soleil, *id.*
Variations de son diamètre apparent, *id.*
— de sa distance à la terre, *id.*
Durée de sa rotation, 463
Son rang dans le ciel parmi les planètes, 511
Ses stations et rétrogradations, 522
Météores ignés, 5
Mer (haute) (basse), 407
Mercure. Variations de son diamètre apparent, 434
Sa rotation, 466
Son rang dans le ciel parmi les planètes, 511
Calcul de sa révolution synodique, 456
Rapport des mouvemens annuels de Mercure et du soleil, 457
Mercure; ses conjonctions moyennes, 458
Ses conjonctions vraies éprouvent de grandes variations, *id.*
Table de ses passages sur le soleil, *id*
Pourquoi ils sont plus fréquens en novembre, 459
Méridien céleste, 66
Méridien terrestre, 85
Méridienne (manière de la déterminer), 67, 68, 120
Méridienne (du tems moyen). Sa forme. Manière de la tracer, 240
Mesure (du tems), 92, 94
Mètre. Principe de toutes les mesures de largeur, de capacité, de volume et de poids, 126
Sa longueur, *id.*
Micromètre, 52
Manière de s'en servir, 112, 113
Midi (partie du ciel), 9
Midi moyen, 234

ooo

Minuit moyen, *id.*
Mirage (phénomène d'optique), 43
Mois (période de tems), 10, 163
Mois (lunaire), 308
Montres marines. Leur usage pour trouver la longitude, 403
Mouvement apparent des planètes, tantôt direct, tantôt rétrograde, 429, 435. 520 et suiv.
Mouvemens propres des astres, 14
Mouvement (diurne), 14
Mouvement (illusions produites par le) 55, 56
Mouvement (ses effets réels), 57

N

Nadir, 23
Nébuleuses, 546
Nœuds, 248
—Ascendans ou descendans, 308
Nœuds et inclinaisons des orbes planétaires, 442
Nord, 69
Nuages, 38
Pourquoi ils paraissent, le soir, rouges et brillans, *id.*
Nuit, 2
Nutation, 90

O

Obliquité de l'écliptique, 175
Manière de la déterminer, 175, 182
Sa valeur en 1800, 182
Ses variations, 186
Occident, 3
Occultation d'étoiles par la lune, 398
Océan. Sa surface est arrondie, 15
Opposition (d'un astre avec le soleil), 436
Vénus et Mercure, seules planètes qui ne sont jamais en opposition avec le soleil), 436
Orbe solaire (l') est une ellipse, dont la terre occupe un des foyers, 199
Orbites planétaires; leur nature, 447
Leurs élémens, 455
Leurs vraies dimensions, 525
Orient, 3
Orienter (s'), 10
Ouest, 69
Ourse (grande.) 63
— (petite), *id.*

P

Pallas (planète), 7
Epoque de sa découverte, *id.*
Ses élémens, pag. 460
Parallèles célestes, 60
Parallèles terrestres, 86
Parallaxe (la), 147
Distinction entre la parallaxe de hauteur et la parallaxe horizontale 152
Parallaxe des étoiles, insensible, 540
Pendule simple, 98
— composé, *id.*
Périgée, 191
Périhélies des orbes planétaires, 446
Périjove, 477
Périodes astronomiques usitées dans la chronologie, 417
Période julienne, 167
Sa durée, 422
Période sothiaque, 164
Perpendiculaires à la méridienne, 137
Différence de ces perpendiculaires aux parallèles à l'équateur, 138
Perturbations, 562 et suiv.
Pesanteur universelle, 547
Sa loi générale, 558
Phases de la lune, 11
Plan (manière de lever un), 137
Plan de l'équateur, 60
— du méridien, 66
Planètes, 4
Leur désignation particulière, 7
Sont plus près de nous que les étoiles fixes, 44
Leurs mouvemens autour du soleil, 428
Tableau de leurs élémens, p. 456
Tableau de leurs dimensions et de leurs distances au soleil, 536
Tableau de leurs diamètres apparens, 439
Leur mouvement elliptique expliqué, 560
Points cardinaux (les quatre); l'est, l'ouest, le nord et le sud.
Leur position respective, 69
Pôles de l'équateur, 60
Leur détermination, 72
Pôles de l'écliptique, 177
Pôles de rotation du soleil, 247
Précession, 90

Q

Quart de cercle, instrument propre à mesurer les angles visuels, 65

R

Reflux (influence de la lune sur le flux et) 407
Réforme grégorienne, 169
Réfractions atmosphériques; leurs causes, leurs effets, 39 et suiv.
Manière de les calculer, 73 et suiv.
Réfractions astronomiques, terrestres. Dénominations impropres, 40
Régulus, la Chèvre et la Lyre. Variations de ces étoiles en déclin et en ascension droite, 515
Courbes qu'elles décrivent, 515
Rétrogradation des planètes, 519
Rotation des planètes, 463
Dirigée d'occident en orient, 466
Rumb de vent, 401

S

Saisons; leurs noms, leurs variétés, 170 et suiv.
Comment on calcule leur durée, liv. II, note 4.
Satellites des planètes, 471
— de Jupiter; leurs éclipses, *id.*
Satellites de Saturne, 472
— d'Uranus, *id.*
Satellites des planètes tournent autour d'elles d'occident en orient, 473
Forme de leurs orbites, 474
Leur inclinaison varie, 477
Leur rotation, 480
Leurs distances moyennes à leurs planètes respectives, et leurs révolutions sidérales, 485
Ils sont soumis aux lois de Képler, 534
Saturne. Sa rotation, 465
Son applatissement, *id.*
Ses satellites, 477
Ellipticité de l'orbite du sixième, observée, 479
Leur rotation observée par Maraldi et par Herschel, 480
Distances moyennes des sept satellites à la planète, et leurs révolutions sidérales, 483
Anneau de Saturne, 484
Son inclinaison, 486
Ses disparitions et réapparitions, 487
Sa position, 488
Sa constitution physique, 492
Sa rotation, *id.*
Scintillation des étoiles, 9
Son explication, 43
Sextant, 405
Siècle, 166
Solstices. Epoques auxquelles le soleil semble stationnaire, 158

Parallèles qu'il décrit dans le ciel à cette époque, *id.*
Soleil. Portion de son disque qui peut être vue de la lune à travers l'atmosphère de la terre, liv. III, note 7.
Soleil. Paraît ovale à son lever, 42
Son influence sur la température, 171
Ses taches, 243 et suiv.
Sa rotation, 248
Sa parallaxe, 530
Sa distance à la terre, 562
Son volume comparé à celui de la terre, 533
Théorie de ses mouvemens, liv. II.
Sphère céleste, 45
Sphère droite oblique parallèle, 269
Sphéricité de la lune prouvée par le progrès de ses phases, liv. III, note 1re.
Stations et rétrogradations des planètes, 519
Style vertical, 67
Sysigies (les). Points de l'orbite de la lune, où cet astre se trouve en conjonction ou en opposition avec le soleil, 519
Sud, 69

T

Tables astronomiques, 155
— du soleil, 181
Manière d'en faire usage, 255
Tables de la lune, 404
Taches sur la surface des planètes, 469
Température de la terre, 272 et suiv.
Tems, sa définition, 92
Tems moyen, 100
Manière de le déterminer avec précision, 233
Tems solaire apparent appelé aussi tems vrai. Expression impropre, 102
Terre. Sa rondeur prouvée par les faits; 15 et suiv.
Sa forme déterminée avec exactitude, 120 et suiv.
Son contour, son diamètre en lieues, 125
Est comme un point dans l'espace, 46
Preuves de son mouvement réel, 510
— de sa rotation, 512
— de son mouvement autour du soleil, 513
Triangle sphérique, 101
Trigonométrie sphérique (son usage). 106
Tropiques célestes. Etimologie de cette dénomination qui s'applique aux époques où le soleil

semble retourner sur ses pas, 158
Celui qui est situé au nord, se nomme tropique du cancer, *id.*
Celui du sud s'appelle tropique du capricorne, *id.*
Tropiques terrestres. Leur position sur le globe terrestre, 256

V

Variation, inégalité du mouvement lunaire, n° 354 et p. 428
Vents, 38
Vents alisés ; leur cause, 276
Vénus, 429
Ses phases, 430
Son diamètre apparent varie, 431
Orbite de cette planète, 432
Rapport de son mouvement au mouvement annuel du soleil, 460
Quand devient-elle visible en plein jour, 461
Durée de sa rotation, 463
Son rang dans le ciel. 511
Verticale (la), 23
Verticaux (les plans), 64

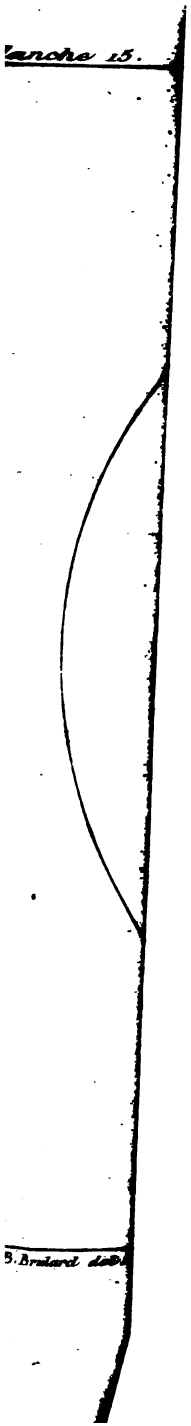
Z

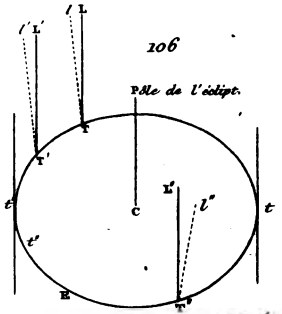
Zénith, 23
Zodiaque, 256, 296
Zône, 264
Zône Torride, 265
— Glaciale, *id.*
— Tempérée, *id.*

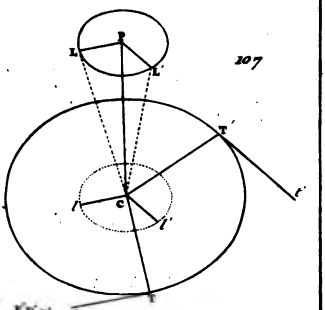
Fin de la table des matières.

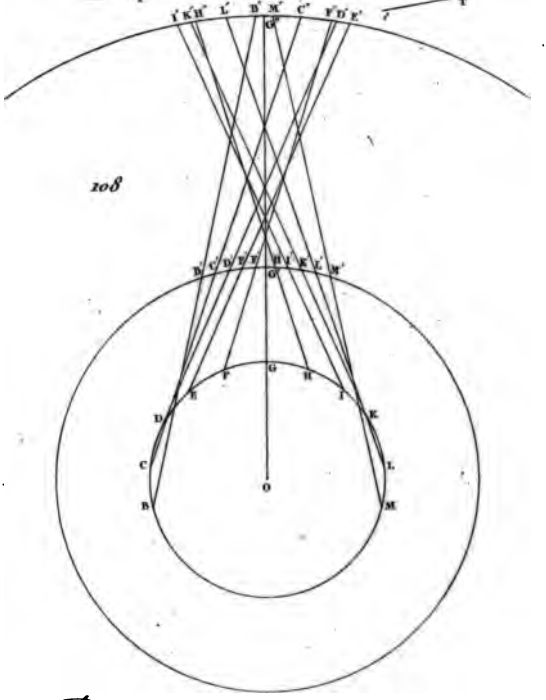
nche 15.

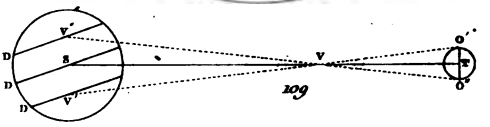
Brulard del.

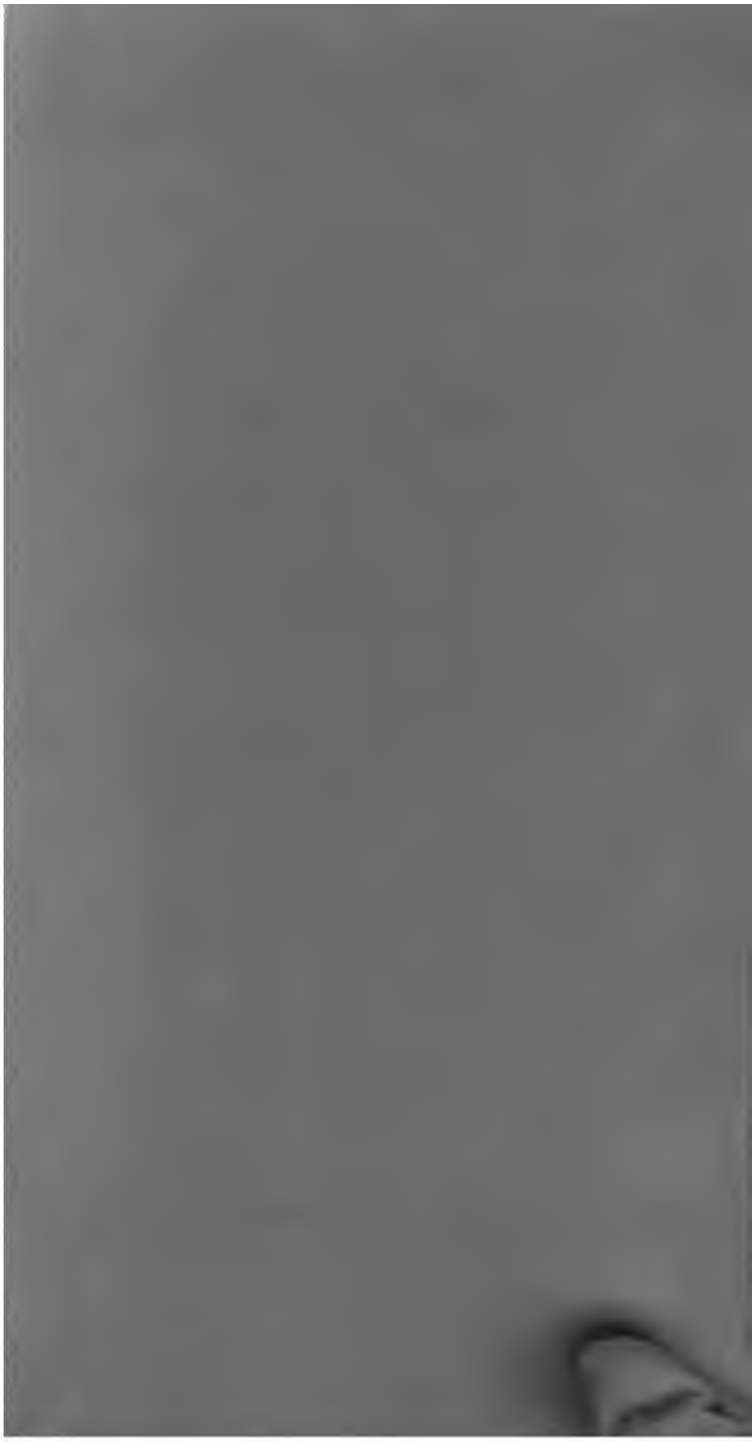

anche 15.
S. Bridard del.


106
P Ple de l'éclipt.


107


108


109



NOV 2 0 1929